

Lezione 20

## Violazione di parità

# 1 Violazione di parità

## 1.1 Introduzione

Il problema della conservazione della parità nacque a metà anni '50 del secolo scorso in relazione al decadimento dei mesoni  $K$ . Queste particelle furono definite strane perché venivano generate in processi dominati dall'interazione forte, ma decadevano solo debolmente. L'interpretazione del decadimento di queste particelle generò diversi problemi dato che i  $K$  decadono sia in due sia in tre pioni (vedi tab. 1)

$\mu^+ \nu_\mu$	63.5
$\pi^+ \pi^0$	21.2
$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	5.6
$\pi^+ \pi^0 \pi^0$	1.7
$\pi^0 e^+ \nu_e$	4.8
$\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	3.2

Tabella 1: Decadimenti principali del mesone  $K^+$  in percentuale

Questo fatto implica una violazione della parità. Infatti il  $K$  ha momento angolare intrinseco, lo spin, nullo, come il  $\pi$ . Analizziamo prima il decadimento in due pioni. La parità totale dello stato finale è:

$$\Pi = (-1)(-1)(-1)^L = +1$$

dato che la parità intrinseca del  $\pi$  è -1 e, per conservazione del momento angolare,  $L = 0$ . Nel caso di decadimento in tre pioni si ha che la parità è:

$$\Pi = (-1)^3(-1)^{l_{12}}(-1)^{l_3} = -1$$

dove  $l_{12}$  e  $l_3$  sono i momenti angolari relativi di due pioni e del moto del terzo pione rispetto al centro di massa dei primi due, come indicato in figura 1. Ovviamente anche in questo caso la conservazione del momento angolare implica che  $\mathbf{l}_{12} + \mathbf{l}_3 = 0$ .

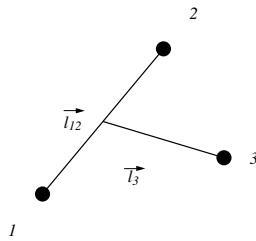


Figura 1: Riferimento per la valutazione dei momenti angolari nel decadimento con tre particelle

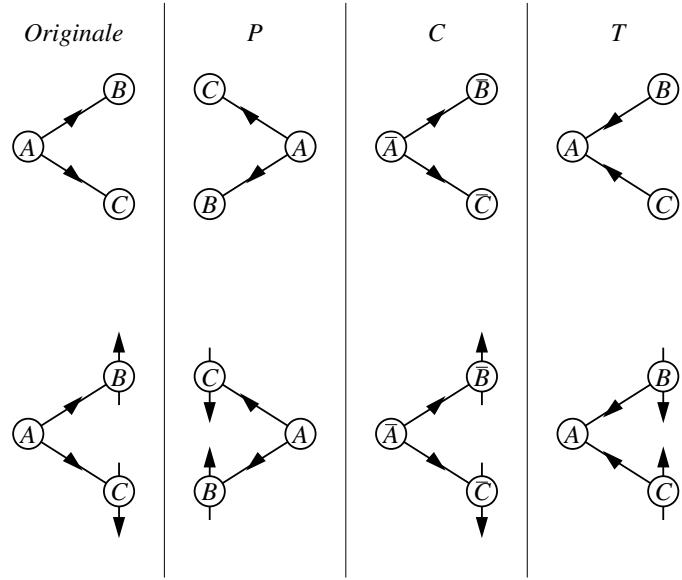
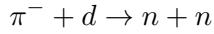


Figura 2: Applicazione degli operatori  $P$ ,  $C$  e  $T$  in processi di decadimento senza spin (sopra) e con spin (sotto).

Questa è la situazione fenomenologica che spinse T.D. Lee e Yang ad ipotizzare la non conservazione della parità nelle interazioni deboli.

---

La parità intrinseca del mesone  $\pi^-$  può essere misurata in esperimenti di cattura di  $\pi$  da nuclei di deuteron:



Questa reazione viene studiata ad energie dei  $\pi^-$  molto basse, in modo che il pion venga catturato in onda  $S$ . In questo caso il momento angolare totale dello stato iniziale è determinato dallo spin del deutone  $J = 1$ . Il solo stato finale con  $J = 1$  compatibile con il principio di esclusione di Pauli è  ${}^3P_1$ , quindi tripletto di spin, momento angolare orbitale  $L = 1$  e momento angolare totale  $J = 1$ . La parità di questo stato è  $-1$ . Supponendo identica la parità intrinseca di protone e neutrone, risulta che la parità del deutone è  $+1$ , quindi la parità intrinseca del  $\pi^-$  è  $-1$ .

---

L'operatore di parità,  $P$ , cambia  $\mathbf{r}$  in  $-\mathbf{r}$ . Si può applicare l'operatore di parità a quantità composite, che possono essere classificate come segue:

$P(\mathbf{r}) = -\mathbf{r}$	vettore polare
$P(\mathbf{L}) = P(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = (-\mathbf{r}) \times (-\mathbf{p}) = \mathbf{L}$	vettore assiale
$P(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) = (-\mathbf{r}) \cdot (-\mathbf{p})$	scalare
$P(\mathbf{r} \cdot \mathbf{L}) = (-\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{L})$	pseudoscalare o assiale

Un altro operatore necessario per interpretare decadimenti deboli è quello di coniugazione di carica,  $C$ , il cui ruolo è quello di cambiare particelle in antiparticelle. Infine l'operatore di inversione temporale  $T$  cambia i tempi  $t$  in  $-t$ .

Nella figura 2 sono rappresentati i risultati dell'applicazione dei vari operatori  $P$ ,  $C$  e  $T$  in un processo di decadimento con e senza spin.

Nella situazione originale la particella A decade in B e C. L'applicazione dell'operatore di parità inverte  $\mathbf{r}$  in  $-\mathbf{r}$  e quindi la posizione di tutte le particelle è scambiata. Applicando l'operatore di coniugazione di carica  $C$  tutte le particelle vengono convertite nelle proprie antiparticelle, ma le loro posizioni non cambiano. Infine, applicando l'operatore  $T$  si ha la situazione in cui le particelle B e C si uniscono per formare A. È interessante notare come si comportano gli spin applicando le trasformazioni indotte dagli operatori  $P$ ,  $C$  e  $T$ .

## 1.2 L'esperimento di C.S. Wu et al.

L'esperimento che per primo identificò la violazione di parità nelle interazioni deboli fu effettuato nel 1957 da un gruppo guidato da C.S. Wu.

Si scelse di studiare l'anisotropia per l'emissione di elettroni da decadimento  $\beta^-$  del nucleo  $^{60}\text{Co}$ . Nella figura 3 viene presentato lo schema di decadimenti legati al nucleo di  $^{60}\text{Co}$ . Questo nucleo è generato dal decadimento  $\beta^-$  del  $^{60}\text{Fe}$  ( $Z=26$ ,  $N=34$ , vita media  $t = 2.62 \times 10^6$  anni). Il decadimento  $\beta$  di questo nucleo popola prevalentemente lo stato eccitato  $2^+$  del  $^{60}\text{Co}$  ( $Z=27$ ,  $N=33$ ) che, con vita media di 10.46 minuti decade nello stato fondamentale  $5^+$ . Dato l'alto valore del momento angolare dello stato fondamentale del  $^{60}\text{Co}$  il decadimento  $\beta^-$  (con vita media di 1925 giorni) non popola lo stato fondamentale del  $^{60}\text{Ni}$ , ma popola preferibilmente uno stato eccitato  $4^+$ , e con minore probabilità, uno stato  $2^+$ . Lo stato  $4^+$  decade con una transizione E2 prima sullo stato  $2^+$ , e poi con un'altra transizione E2 sullo stato fondamentale.

L'idea dell'esperimento consiste nello studiare l'emissione degli elettroni del decadimento  $\beta$  di un insieme di nuclei di  $^{60}\text{Co}$  i cui spin sono allineati lungo una direzione. Per ottenere la polarizzazione degli spin, il campione di  $^{60}\text{Co}$  fu collocato, sotto vuoto, all'interno di un criostato, in un campo magnetico uniforme di direzione definita. Dato che l'agitazione termica distrugge la polarizzazione, il campione fu raffreddato alla temperatura di circa 0.01 K. I raggi  $\gamma$  emessi dai decadimenti E2 furono utilizzati per valutare lo stato di polarizzazione dei nuclei del campione. In figura 4 si mostra la distribuzione dell'intensità dei  $\gamma$  in funzione dell'angolo di emissione rispetto alla direzione dello spin del nucleo. Quando il campione risulta depolarizzato la distribuzione angolare dei gamma è isotropa. Per questo motivo due contatori gamma furono posizionati in maniera opportuna in modo da verificare lo stato di polarizzazione del campione.

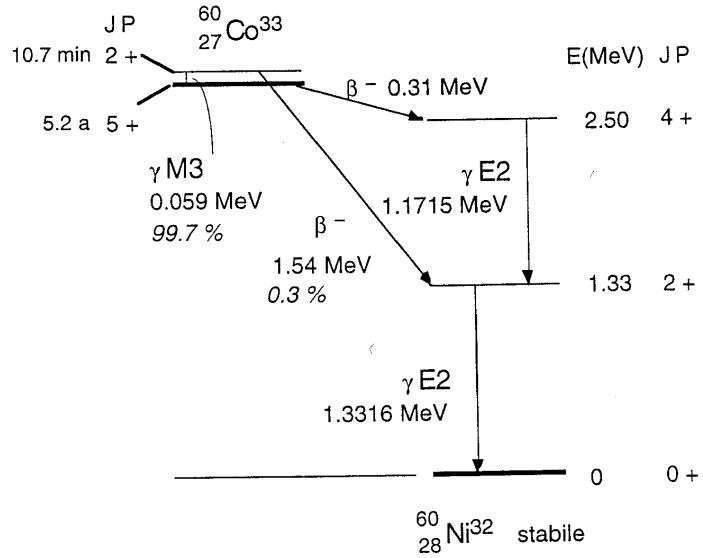


Figura 3: Schema dei livelli del decadimento del  $^{60}\text{Co}$ .

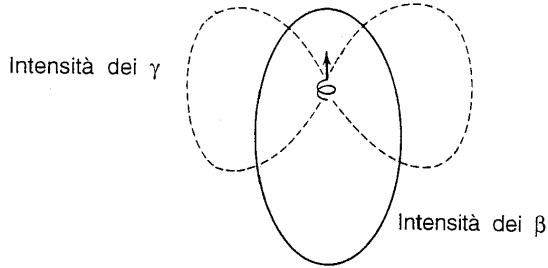


Figura 4: Distribuzione angolare di dipolo dei  $\beta$  e di quadrupolo dei  $\gamma$ .

Come mostrato in fig. 5 i conteggi del contatore A sono maggiori di quelli in B all'inizio dell'esperimento. Col passare del tempo la temperatura cresce, quindi la polarizzazione del campione diminuisce e i due contatori hanno egual numero di conteggi.

Il secondo grafico della figura 5 mostra la differenza nei conteggi degli elettroni emessi dal decadimento  $\beta$  quando si cambia la direzione del campo magnetico. Anche questo grafico è presentato in funzione del tempo ed è chiaro che col passare del tempo, e quindi il diminuire della polarizzazione i conteggi sono uguali. Ciò che conta è comunque quello che avviene quando il campione è polarizzato. La figura mostra chiaramente che gli elettroni vengono emessi preferibilmente nella direzione opposta a quella dello spin del nucleo.

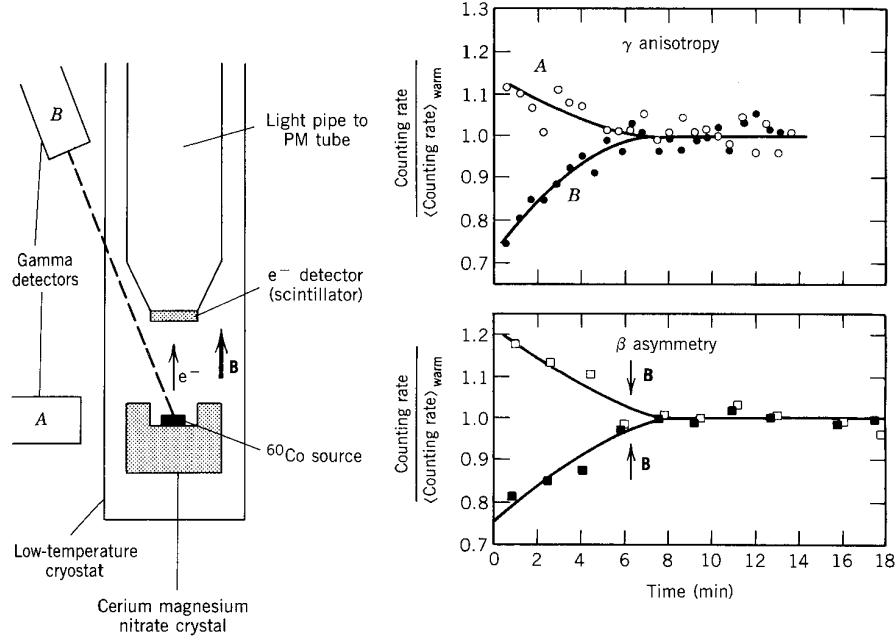


Figura 5: A sinistra: schema dell'apparato utilizzato nell'esperimento di C.S. Wu. A destra sopra: anisotropia dei  $\gamma$  misurato dai rivelatori A e B. A destra sopra: asimmetria del conteggio degli elettroni ottenuta cambiando la direzione del campo magnetico.

### 1.3 Elicità e chiralità

Consideriamo l'equazione di Dirac in forma covariante ( $\hbar = c = 1$ ),

$$\left( i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m \right) \psi = i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial x^0} + i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla \psi - m\psi = 0 \quad (1)$$

Le soluzioni di questa equazione possono essere ottenute considerando  $\psi$  nella forma di onda piana:

$$\psi = ue^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} = \begin{pmatrix} \phi \\ \lambda \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} \quad (2)$$

dove ho indicato con  $u$  uno spinore a quattro componenti e con  $\phi$  e  $\lambda$  spinori a due componenti. Inserendo l'espressione (2) nell'equazione (1) si ottiene un'equazione per gli spinori

$$\gamma_0 u E - (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m) u = 0 \quad (3)$$

Utilizzando la rappresentazione di Dirac-Pauli per le matrici  $\gamma$ ,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad ; \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

l'equazione di Dirac (3) può essere riscritta come:

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \lambda \end{pmatrix} E - \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p} \begin{pmatrix} \phi \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \lambda \end{pmatrix} m = 0$$

che diventa:

$$\begin{aligned} E\phi - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \lambda - m\phi &= 0 \\ E\lambda - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \phi + m\lambda &= 0. \end{aligned}$$

Dato che il sistema è omogeneo, le incognite  $\phi$  e  $\lambda$  dipendono una dall'altra:

$$\phi = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E - m} \lambda \quad ; \quad \lambda = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + m} \phi$$

Per energie positive, che è il caso a cui ci interessiamo, è conveniente fissare  $\phi$ , perché nel limite non relativistico  $\phi$  risulta molto più grande di  $\lambda$ . Gli spinori possono essere scritti come:

$$u^s = N \begin{pmatrix} \chi^s \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}/(E + m) \chi^s \end{pmatrix} \quad (4)$$

dove  $N$  è un fattore di normalizzazione  $s = \pm 1/2$  e:

$$\chi^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \chi^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sono gli spinori di Pauli.

Consideriamo il limite *ultrarelativistico*, cioè la situazione in cui  $E \gg m$ , che permette di trascurare la massa della particella. In questo caso, dato che  $|\mathbf{p}| = E$  si ha:

$$u^s = N \begin{pmatrix} \chi^s \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s \end{pmatrix} \quad (5)$$

dove ho definito  $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$

L'operatore elicità è definito come:

$$h = \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}. \quad (6)$$

e gli spinori di Pauli  $\chi^s$  sono suoi autostati. Per verificarlo è conveniente fissare l'asse di quantizzazione  $z$  lungo la direzione di  $\mathbf{p}$ , quindi si ha che:

$$h\chi^s = \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s = \sigma_z \chi^s = \begin{cases} \chi^s & \text{se } s = \frac{1}{2} \\ -\chi^s & \text{se } s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Questo significa che quando l'autovalore dell'elicità è  $+1$ , lo spin è allineato alla direzione del moto della particella, mentre quando è  $-1$  lo spin è antiallineato. L'espressione dello spinore (5) può essere scritta come:

$$u^s = N \begin{pmatrix} \chi^s \\ h\chi^s \end{pmatrix} \quad (7)$$

L'elicità non è invariante per trasformazioni di Lorentz. Questo fatto può essere intuito considerando una particella massiva di elicità +1. È possibile fare una trasformazione di Lorentz nel sistema di riferimento a riposo della particella, e quindi in un sistema di riferimento che veda la particella muoversi nella direzione opposta a quella originale. L'elicità quindi diventerà -1.

L'operatore invariante per trasformazioni di Lorentz utilizzato per lo studio di fenomeni associati allo spin è l'operatore di chiralità, legato alla matrice  $\gamma^5$ , definita come:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3,$$

Alcune proprietà di  $\gamma^5$  sono:

$$(\gamma^5)^2 = I \quad (\gamma^5)^+ = \gamma^5 \quad \gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5$$

Nella rappresentazione di Dirac-Pauli, da noi utilizzata, la matrice  $\gamma^5$  è:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

Si possono definire due proiettori:

$$P_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & I \\ I & I \end{pmatrix} \quad ; \quad P_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & -I \\ -I & I \end{pmatrix}$$

e due funzioni

$$\psi_R = P_R\psi \quad ; \quad \psi_L = P_L\psi$$

che sono autofunzioni di  $\gamma^5$  con autovalori  $\pm 1$ :

$$\gamma^5\psi_R = \gamma^5 \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \psi = \frac{1}{2} (\gamma^5 + (\gamma^5)^2) \psi = \psi_R, \quad (8)$$

$$\gamma^5\psi_L = \gamma^5 \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi = \frac{1}{2} (\gamma^5 - (\gamma^5)^2) \psi = -\psi_L. \quad (9)$$

Applicando  $\gamma^5$  alla soluzione (5) dell'equazione di Dirac per particelle prive di massa, si ha che:

$$\gamma^5 u^s = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} N \begin{pmatrix} \chi^s \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s \\ \chi^s \end{pmatrix}$$

Applicando l'operatore di elicità allo stesso stato si ha che:

$$h \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} u^s = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \end{pmatrix} N \begin{pmatrix} \chi^s \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi^s \\ \chi^s \end{pmatrix}.$$

Questo risultato è stato ottenuto considerando che

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} = 1.$$

I risultati delle equazioni che precedono mostrano che, nel caso in cui la massa della particella sia nulla, chiralità ed elicità coincidono.

Applicando gli operatori di proiezione  $P_R$  e  $P_L$  allo spinore  $u^s$  di eq. (5) si ha:

$$P_R u^s = \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) u^s = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} (1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \chi^s \\ (1 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \chi^s \end{pmatrix} = \begin{cases} N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{se } s = \frac{1}{2} \\ N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{se } s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

e

$$P_L u^s = \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u^s = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} (1 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \chi^s \\ -(1 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \chi^s \end{pmatrix} = \begin{cases} N \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{se } s = \frac{1}{2} \\ N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} & \text{se } s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Questo risultato mostra come l'applicazione di  $P_R$  e  $P_L$  su  $u^s$  distingua stati di elicità positiva e negativa. Infatti si hanno gli stessi risultati che si otterrebbero dall'equazione (7) specificando lo spinore di Pauli  $\chi^s$ .

L'equivalenza di elicità e chiralità è limitata al caso in cui le particelle sono prive di massa. Nelle situazioni in cui la massa a riposo della particella non può essere trascurata, bisogna utilizzare l'espressione (4) degli spinori di Dirac. In questo caso, le equazioni precedenti diventano:

$$P_R u^s = \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) u^s = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + m} \chi^s \\ 1 - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + m} \chi^s \end{pmatrix}$$

quindi

$$P_R u^s = \begin{cases} \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 + |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \\ 1 + |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \end{pmatrix} & \text{se } s = \frac{1}{2} \\ \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 - |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \\ 1 - |\mathbf{p}|/(E + m) \end{pmatrix} & \text{se } s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Per l'altro operatore di proiezione abbiamo:

$$P_L u^s = \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u^s = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + m} \chi^s \\ -1 + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + m} \chi^s \end{pmatrix}$$

quindi

$$P_L u^s = \begin{cases} \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 - |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \\ 1 - |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \end{pmatrix} & \text{se } s = \frac{1}{2} \\ \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 + |\mathbf{p}|/(E + m) \\ 0 \\ -1 - |\mathbf{p}|/(E + m) \end{pmatrix} & \text{se } s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

È evidente che in questo caso gli operatori di proiezione non selezionano stati con elicità definita.

Lo studio di osservabili conduce al calcolo di elementi di matrice del tipo

$$\bar{\psi}_b [\text{operatori}] \psi_a$$

con  $\bar{\psi} \equiv \psi^+ \gamma^0$ . Gli operatori che descrivono la transizione del sistema dallo stato  $\psi_a$  allo stato  $\psi_b$  possono essere espressi in termini di matrici  $\gamma$ . C'è un numero limitato di combinazioni di matrici  $\gamma$  linearmente indipendenti e invarianti per trasformazioni di Lorentz. Nella tabella 2 sono presentate alcune combinazioni di matrici  $\gamma$  di interesse per le interazioni deboli. Nella stessa tabella sono presentate anche le loro proprietà rispetto all'operazione di cambio di parità, effettuata utilizzando l'operatore  $\gamma^0$ .

I termini scalari mescolano le parti di chiralità destra e sinistra della funzione d'onda. Ad esempio per il termine di massa dell'hamiltoniana si ha:

$$\bar{\psi} m \psi = (\bar{\psi}_R + \bar{\psi}_L) m (\psi_R + \psi_L)$$

operatore		parità	denominazione
$I$	$\gamma^0 I \gamma^0 = I$	+1	scalare
$\gamma^5$	$\gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 = -\gamma^5$	-1	pseudo scalare (assiale)
$\gamma^0$	$\gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 = \gamma^0$	+1	scalare
$\gamma^i$	$\gamma^0 \gamma^i \gamma^0 = -\gamma^i$	-1	vettore
$\gamma^0 \gamma^5$	$\gamma^0 \gamma^0 \gamma_5 \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^5$	-1	pseudo scalare
$\gamma^i \gamma^5$	$\gamma^0 \gamma^i \gamma_5 \gamma^0 = \gamma^i \gamma^5$	+1	pseudo vettoriale

Tabella 2: Proprietà di alcune combinazioni di matrici  $\gamma$  sotto cambio di parità.

$$\begin{aligned}
 &= \bar{\psi}_R m \psi_R + \bar{\psi}_R m \psi_L + \bar{\psi}_L m \psi_R + \bar{\psi}_L m \psi_L \\
 &= m \bar{\psi} (P_L P_R + P_L P_L + P_R P_R + P_R P_L) \psi = m \bar{\psi} (P_L P_L + P_R P_R) \psi \\
 &= \bar{\psi}_R m \psi_L + \bar{\psi}_L m \psi_R
 \end{aligned}$$

In questo calcolo sono state utilizzate le seguenti proprietà dei proiettori di chiralità

$$\bar{\psi}_R = (\psi^+ P_R) \gamma^0 = \psi^+ \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \gamma^0 = \psi^+ \gamma^0 \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) = \bar{\psi} P_L$$

$$\bar{\psi}_L = \bar{\psi} P_R$$

e

$$P_R P_L = P_L P_R = 0.$$

In maniera analoga si può dimostrare che:

$$\bar{\psi} \gamma_\mu \psi = \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R + \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L$$

e che

$$\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi = \bar{\psi}_R \gamma_\mu \gamma_5 \psi_R + \bar{\psi}_L \gamma_\mu \gamma_5 \psi_L$$

Gli osservabili sono calcolati facendo il modulo quadro degli elementi di matrice sopra menzionati. Dato che l'interazione debole è mediata da bosoni con spin 1, ( $W^\pm$  e  $Z^0$ ), il loro accoppiamento con le particelle che interagiscono può essere vettoriale o pseudo-vettoriale, ovvero del tipo  $\gamma^\mu$  oppure  $\gamma^\mu \gamma^5$  rispettivamente. Se l'accoppiamento fosse di un solo tipo, non ci sarebbe alcuna violazione di parità. La parità è un numero quantico moltiplicativo e il prodotto di due operatori con la stessa parità ha parità positiva. Si hanno fenomeni di violazione di parità solo quando l'accoppiamento tra bosoni mediatori dell'interazione e particelle che interagiscono è dato da una combinazione di termini di tipo vettoriale e pseudo-vettoriale. In questo caso, nel modulo quadro dell'elemento di matrice appaiono termini di interferenza tra operatori con parità di segno opposto. Definendo  $c_v$  e  $c_a$  i coefficienti della combinazione lineare gli elementi di matrice per l'interazione debole possono essere espressi come:

$$\begin{aligned}
 \bar{\psi} [c_v \gamma_\mu + c_a \gamma_\mu \gamma_5] \psi &= \bar{\psi}_R [c_v \gamma_\mu + c_a \gamma_\mu \gamma_5] \psi_R + \bar{\psi}_L [c_v \gamma_\mu + c_a \gamma_\mu \gamma_5] \psi_L \\
 &= \bar{\psi}_R [c_v + c_a] \gamma_\mu \psi_R + \bar{\psi}_L [c_v - c_a] \gamma_\mu \psi_L
 \end{aligned}$$

dove ho utilizzato le equazioni (8) e (9). Lo studio del valore dei coefficienti  $c_v$  e  $c_a$  è una pagina importante della storia della fisica delle particelle elementari degli anni '50 e '60 del secolo scorso. Dopo un lungo lavoro, sia sperimentale sia teorico, si è verificato che in natura si realizza il caso  $c_v = -c_a$ . Questo significa che, a meno di una costante moltiplicativa, l'accoppiamento tra bosoni mediatori dell'interazione debole e particelle interagenti è:

$$\bar{\psi} \gamma_\mu [1 - \gamma_5] \psi = 2 \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L .$$

Questo fatto viene presentato come interazione V-A, che si legge vu meno a, che indica come il termine vettoriale, V, e pseudo-vettoriale, A, si accoppiano. Si dice anche che l'accoppiamento dell'interazione debole è puramente sinistrorso (levogiro).

Abbiamo dimostrato che per particelle con massa nulla la chiralità ed elicità coincidono. Nell'ipotesi che i neutrini abbiano massa nulla, si rivelano solo neutrini sinistrorsi, quelli per cui la direzione dello spin è opposta a quella del moto. Applicando l'operatore di coniugazione di carica  $C$  si può dimostrare che le parti di chiralità sinistrorsa e destrorsa della funzione d'onda si scambiano,  $\psi_R \rightarrow \psi_L$  e viceversa. Questo significa che si possono rivelare soltanto antineutrini destrorsi, quindi con elicità +1, ovvero gli antineutrini il cui spin punti nella direzione del moto.

Come dimostrato precedentemente il termine di massa accoppia le parti di chiralità destra e sinistra della funzione d'onda, quindi le particelle massive hanno componenti sia destrorse che sinistrorse della chiralità. Questo vale anche per i neutrini che hanno una massa a riposo diversa da zero, anche se l'attuale situazione sperimentale pone solo dei limiti superiori ai valori di queste masse. Ad esempio, la massa del  $\nu_e$  è inferiore ai 7 eV.

## 1.4 Alcuni decadimenti deboli

### 1.4.1 Decadimento del muone

Il muone decade secondo lo schema:

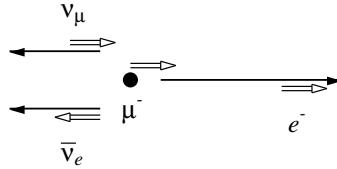
$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu ,$$

si tratta quindi di un decadimento a tre corpi. Il momento massimo dell'elettrone si ha quando i due neutrini vengono emessi in direzioni parallele e opposte a quella dell'elettrone. Supponendo nulle le masse dei neutrini, si ha che l'elicità di  $\nu_\mu$  è -1 e quella di  $\bar{\nu}_e$  è +1. Questo significa che gli spin dei due neutrini sono antiallineati nella situazione di momento massimo dell'elettrone. Per conservazione dello spin, la direzione dello spin dell'elettrone coincide con quella dello spin del  $\mu$ , dato che gli spin dei neutrini si sommano a zero. Si possono incontrare due situazioni, rappresentate nella figura 6. Il caso presentato nella parte superiore della figura, è quello in cui lo spin dell'elettrone è allineato alla direzione del suo moto. Questo caso sarebbe proibito se l'elettrone avesse massa nulla, dato che l'elicità in questo caso è +1. In realtà non è proibito ma solo soppresso nei confronti del caso in cui l'elicità è -1, rappresentato dalla figura in basso.

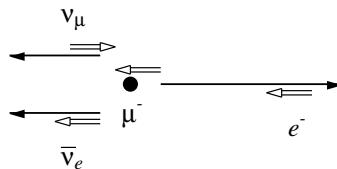
### 1.4.2 Decadimento del pione

I decadimenti del pione avvengono secondo lo schema

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (99.98\%)$$



*soppresso*



*favorito*

Figura 6:

$$\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e \quad (\sim 10^{-4} \%)$$

Da un punto di vista puramente cinematico questa differenza nei tassi decadimento è sorprendente, dato che la densità degli stati finali è superiore per il decadimento in elettroni che in muoni. Anche questo fatto può essere spiegato ricorrendo alle conseguenze indotte dalla violazione di parità.

Nel sistema di riferimento del  $\pi^-$  a riposo, il neutrino e il leptone massivo si muovono nella stessa direzione ma in versi opposti. Dato che l'elicità dell'antineutrino è 1, lo spin è allineato e concorde con il verso del moto dell'antineutrino. Siccome lo spin del pion è nullo, anche per il leptone massivo spin e direzione del moto hanno lo stesso verso. Se elettrone e muone fossero privi di massa il pion sarebbe stabile, perché questo implica elicità 1 per una particella (nel caso del neutrino è impossibile). È solo la presenza del termine di massa che permette l'esistenza di questa componente della funzione d'onda. Dato che il muone è molto più massivo dell'elettrone, si ha che il decadimento favorito è in muoni.

## Domande

[P3-8] [P3-11] [P4-9] [P4-12]