

# Definire entità astratte nella scienza: il caso dell'energia

*Giampaolo Co'*

La comprensione dei fenomeni fisici passa attraverso la formulazione di entità astratte delle quali noi studiamo le relazioni. Un esempio di questo processo di analisi della realtà che ci circonda e' il concetto di energia. Nel seminario verra' discusso l'uso del concetto di energia in meccanica classica, termodinamica, elettromagnetismo, meccanica quantistica e relatività.



5 dicembre 2022



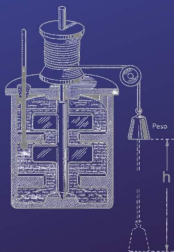
Aula Anni (F8)



Ore 14:30-16:30

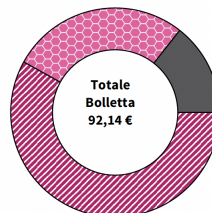


[giampaolo.co@unisalento.it](mailto:giampaolo.co@unisalento.it)



## SINTESI DEGLI IMPORTI FATTURATI

|                                                                                                                                                                        |                |                                                                                                                   |                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
|  <b>Spesa per l'energia (A)</b>                                                       | <b>53,48 €</b> |  <b>Totale imposte e IVA (B)</b> | <b>13,26 €</b> |
| Fascia Blu                                                                                                                                                             | 20,54 €        |                                                                                                                   |                |
| Fascia Arancione                                                                                                                                                       | 12,52 €        |                                                                                                                   |                |
| Altri importi materia energia                                                                                                                                          | 20,42 €        |                                                                                                                   |                |
|  <b>Spesa per il trasporto dell'energia elettrica e la gestione del contatore (A)</b> | <b>25,40 €</b> |                                                                                                                   |                |



|                                                                                                                                                                                      |               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
|  <b>Canone di abbonamento alla televisione per uso privato</b><br>(vedi Informazioni per i clienti) | <b>9,00 €</b> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|

## DETTAGLIO FISCALE

|                                                                         |                 |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Totale spesa (A)</b>                                                 | <b>78,88 €</b>  |
| Spesa (V1*)                                                             | 78,88 €         |
| <b>Totale imposte e IVA (B)</b>                                         | <b>13,26 €</b>  |
| Accisa sull'energia elettrica su kWh 124 a 0,022700 €/kWh (V1*)         | 2,81 €          |
| Accisa sull'energia elettrica su kWh 91 a 0,022700 €/kWh (V1*)          | 2,07 €          |
| IVA 10% su imponibile di euro 83,76                                     | 8,38 €          |
| <b>Totale Bolletta</b>                                                  | <b>92,14 €</b>  |
| Canone di abbonamento alla televisione per uso privato di 10/2022 (VF*) | 9,00 €          |
| <b>Totale da pagare</b>                                                 | <b>101,14 €</b> |

*"L'energia non ha alcuna realtà materiale ma è piuttosto **un concetto matematico astratto** che esprime un vincolo rispetto ai processi possibili e una simmetria temporale delle leggi fisiche."*  
(Wikipedia)

*"È importante tener presente che nella fisica odierna, noi non abbiamo alcuna cognizione di cosa sia l'energia."*

(Richard Feynman, La fisica di Feynman, Vol. I, p 4-2)

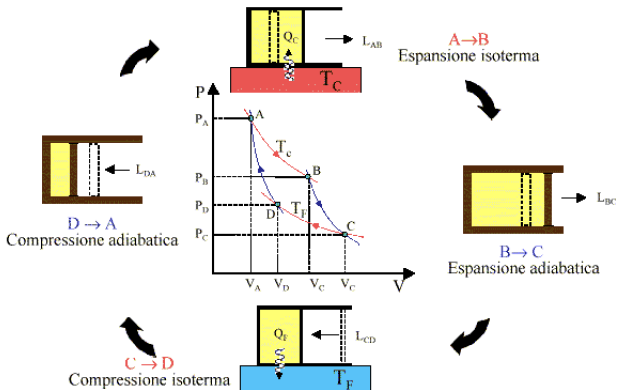
Newton formula le leggi della meccanica SENZA mai utilizzare il concetto di energia.

- Sistemi di riferimento inerziali.
- $\vec{F} = m\vec{a}$ .
- azione - reazione.

## Prima rivoluzione industriale 1760 - 1830

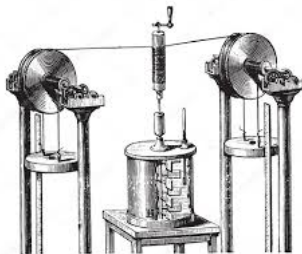
|      |                    |               |                                     |
|------|--------------------|---------------|-------------------------------------|
| 1733 | Spoletta Volante   | (1736 - 1819) | James Watt                          |
| 1765 | Biella - Manovella | (1743 - 1794) | Antoine Lavoisier                   |
| 1767 | Filatoio idraulico | (1753 - 1814) | Benjamin Thomson<br>(Conte Rumford) |
|      |                    | (1773 - 1829) | Thomas Young                        |
|      |                    | (1796 - 1832) | Sadi Carnot                         |
|      |                    | (1818 - 1889) | James Prescott Joule                |
|      |                    | (1825 - 1907) | William Thomson<br>(Lord Kelvin)    |
|      |                    | (1822 - 1888) | Rudolf Clausius                     |
|      |                    | (1839 - 1903) | William Gibbs                       |

# Ciclo di Carnot



## Conte Rumford e trafilatura dei cannoni

### Esperimento di Joule

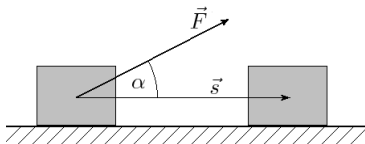


*"Siamo indotti così a ritenere che calore e lavoro meccanico siano equivalenti; essi sono due aspetti differenti della medesima cosa: l'energia."*

(E. Fermi, Termodinamica)

Lavoro, quantità scalare

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \alpha$$



$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \int_1^2 \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{2} m (\vec{v}_2^2 - \vec{v}_1^2) = T_2 - T_1$$

Energia cinetica  $T = mv^2/2$

*"In fisica, energia di un sistema, l'attitudine del sistema a compiere un lavoro, sia come energia in atto, che opera cioè in un processo in cui si produce lavoro e che è commisurata al lavoro fatto, sia come vera e propria attitudine, cioè come energia potenziale."*

(Dizionario Treccani)

Per forze conservative

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} + \int_2^1 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} - \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Il valore dell'integrale è indipendente dal cammino. Esiste una funzione scalare che dipende solo dalla posizione.

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = -dV \quad ; \quad \vec{F} = -\frac{dV}{d\vec{s}} \equiv -\vec{\nabla} V$$

$$\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_1^2 dV = V_1 - V_2 = T_2 - T_1$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

Conservazione dell'energia

Hamiltoniana  $H(q, p) = T + V$

Equazioni di Hamilton

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_k} ; \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

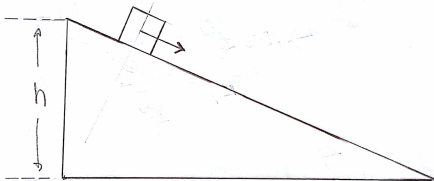
$f(q, p)$  generica funzione delle coordinate e degli impulsi

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_k \left( \frac{\partial f}{\partial q_k} \frac{\partial q_k}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial p_k} \frac{\partial p_k}{\partial t} \right) \\ &= \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_k \left( \frac{\partial f}{\partial q_k} \frac{\partial H}{\partial q_k} - \frac{\partial f}{\partial p_k} \frac{\partial H}{\partial p_k} \right) \\ &\equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \{f, H\} \end{aligned}$$

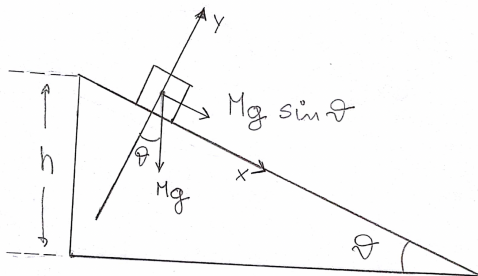
$\{, \}$  parentesi di Poisson.

Per  $f = H$  con  $H$  indipendente dal tempo  $\frac{dH}{dt} = 0$

Energia una quantità conservata



$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 ; v^2 = 2gh$$



Definizione degli assi.

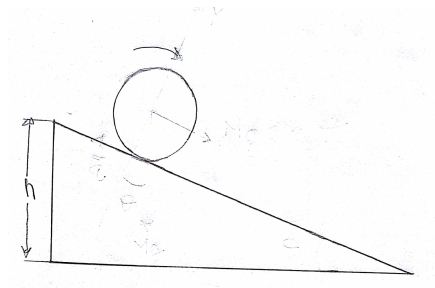
$$F_y = Ma_y = N - Mg \cos \theta = 0 ; F_x = Mg \sin \theta = Ma_x$$

$$a_x = g \sin \theta ; a_y = 0$$

Moto uniformemente accelerato

$$L = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{1}{2} a_x t^2 ; t^2 = \frac{2h}{a_x \sin \theta} = \frac{2h}{g \sin^2 \theta}$$

$$v_x^2 = a_x^2 t^2 = g^2 \sin^2 \theta \frac{2h}{g \sin^2 \theta} = 2gh$$



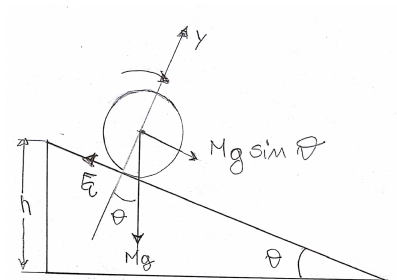
$$I = KMR^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}KMR^2\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}M(1 + K)v^2$$

$$v^2 = \frac{2gh}{1 + K}$$

$$K = \frac{1}{2} \text{ cilindro} \quad K = \frac{2}{5} \text{ sfera}$$





$F_a$  forza di attrito.

Momento angolare esce da piano

# Elettromagnetismo

Interazione di Coulomb è conservativa.

Definizione di campo elettrico.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$V_{12} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

*“Lavoro per unità di carica compiuto per spostare una carica positiva, all'interno del campo  $\vec{E}$  da  $\vec{r}_1$  a  $\vec{r}_2$  ed è quindi una funzione scalare, a un solo valore, delle due posizioni  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$ . La chiamiamo differenza di potenziale.*

(E. M. Purcell, Eletticità e Magnetismo, La fisica di Berkeley)

Unità di misura: 1 J è il lavoro necessario perché una carica di 1 C attraversi una differenza di potenziale di 1 V.

## Legge di Ohm

$$V = RI \quad \text{dove} \quad I = \frac{dq}{dt}$$

Apparente violazione della prima equazione di Newton perché si parla di velocità costante, non di accelerazione costante.

Lavoro fatto dalla carica  $dq$  nel tempo  $dt$  che si sposta tra due punti nello spazio che hanno una differenza di potenziale  $V$

$$dW = Vdq ; \quad dW = V I dt$$

Potenza erogata

$$P = \frac{dW}{dt} = VI = \frac{V^2}{R}$$

Verificata sperimentalmente

# Meccanica Quantistica

## Rappresentazioni

### Rappresentazione di Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_S(t)\rangle = H |\psi_S(t)\rangle \quad ; \quad |\psi_S(t)\rangle = e^{\frac{-i}{\hbar} H(t-t_0)} |\psi_S(t_0)\rangle$$

Evoluzione dello stato nel tempo deterministica.

I moduli quadri dei valori di aspettazione di operatori sono i numeri che si confrontano con l'esperimento. Questi valori rimangono invariati per trasformazioni unitarie degli stati.

### Trasformazione unitaria

$$U^\dagger U = \mathbb{I}$$

## Rappresentazione di Heisenberg

$$|\psi_H(t)\rangle = e^{\frac{i}{\hbar}Ht} |\psi_S(t)\rangle \quad ; \quad |\psi_S(t)\rangle = e^{\frac{-i}{\hbar}Ht} |\psi_H(t)\rangle$$

## Evoluzione temporale

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_H(t)\rangle &= i\hbar \left( \frac{i}{\hbar} H \right) e^{\frac{i}{\hbar}Ht} |\psi_S(t)\rangle + e^{\frac{i}{\hbar}Ht} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_S(t)\rangle \\ &= -He^{\frac{i}{\hbar}Ht} |\psi_S(t)\rangle + e^{\frac{i}{\hbar}Ht} H |\psi_S(t)\rangle = 0 \end{aligned}$$

$|\psi_H(t)\rangle$  indipendente dal tempo.

## Valori di aspettazione

$$\langle \psi_S(t) | O_S | \psi_S(t) \rangle = \langle \psi_H | \underbrace{e^{\frac{i}{\hbar} H t} O_S e^{\frac{-i}{\hbar} H t}}_{O_H} | \psi_H(t) \rangle$$

## Evoluzione temporale degli operatori

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} O_H &= -H e^{\frac{i}{\hbar} H t} O_S e^{\frac{-i}{\hbar} H t} + e^{\frac{i}{\hbar} H t} O_S H e^{\frac{-i}{\hbar} H t} \\ &= -H O_H + O_H H = [O_H, H] \end{aligned}$$

In generale  $O_H$  e  $H$  non commutano.

Nel caso commutino  $O_H$  è una costante del moto.

Ovviamente per  $H$  indipendente dal tempo

$$[H, H] = 0$$

Conservazione dell'energia.

# Relatività

$$x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; \quad x'^\mu = \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} ; \quad \beta = v/c ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$-\mathbf{r}^2 + c^2 t^2 = -\mathbf{r}'^2 + c^2 t'^2 = 0$$

Questo può essere scritto come

$$x_\mu x^\mu = x'_\mu x'^\mu = 0$$

Tempo proprio  $\tau$ : il tempo misurato nel sistema di riferimento a riposo. Una particella si muove con velocità  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  in un sistema di riferimento inerziale.

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt$$

Invariante per trasformazioni di Lorentz

$$dS = \sqrt{c^2 dt^2 - d\mathbf{r}^2}$$

nel sistema di riferimento a riposo  $S'$

$$dS = dS' = \sqrt{c^2 d\tau^2}$$

Per due sistemi inerziali in movimento reciproco con velocità

$$v = |\mathbf{v}| \quad ; \quad \gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$dt = \gamma \left( dt' + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'} dt' \right) = \gamma d\tau$$

poiché  $\frac{dx'}{dt'} = 0$  nel sistema di riferimento a riposo e  $t' = \tau$ .

Velocità propria della particella

$$\omega^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \gamma \frac{dx^\mu}{dt} = \gamma \frac{d}{dt} (ct, \mathbf{r}) \equiv \gamma (c, v_x, v_y, v_z)$$

$$\omega^\mu \omega_\mu = \gamma^2 [c^2 - \mathbf{v}^2] = \gamma^2 \left[ 1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right] c^2 = c^2$$

Impulso

$$p^\mu = m\omega^\mu$$

La parte spaziale

$$\mathbf{p} = m\boldsymbol{\omega} = m\gamma\mathbf{v}$$

e temporale

$$p^0 = m\gamma c = \frac{1}{c} mc^2 \gamma = \frac{1}{c} mc^2 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

per  $v \ll c$

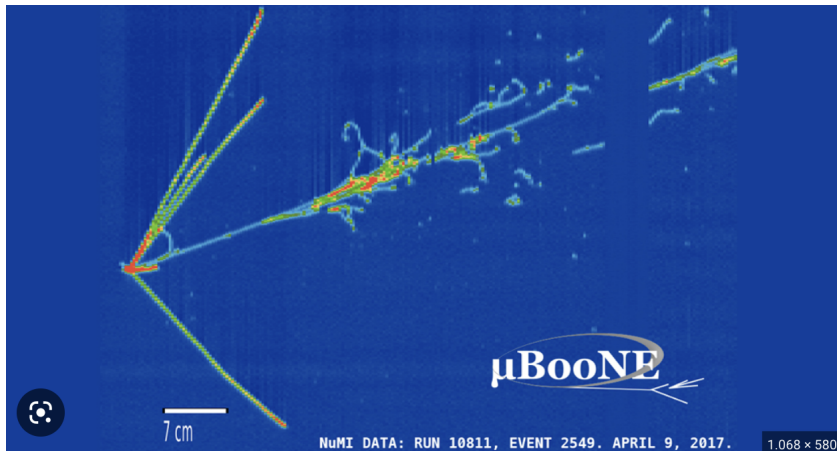
$$p^0 \simeq \frac{1}{c} mc^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) = \frac{1}{c} \left( mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \dots \right)$$

$$E = cp^0 = \gamma mc^2$$

## Il quadimpulso

$$p \equiv \left( \frac{E}{c}, \mathbf{p} \right) \quad ; \quad p_\mu p^\mu = \left( \frac{E}{c} \right)^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 c^2$$

$$\begin{aligned} p_\mu p^\mu &= p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \gamma^2 c^2 - m^2 \gamma^2 \mathbf{v}^2 \\ &= m^2 \gamma^2 c^2 \left( 1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 \end{aligned}$$



## Conclusioni

*"L'energia non ha alcuna realtà materiale ma è piuttosto un concetto matematico astratto che esprime un vincolo rispetto ai processi possibili e una simmetria temporale delle leggi fisiche.*

(Wikipedia)

- Costruzione di entità teoriche.  
Sintesi - Coerenza - Descrizioni - Previsioni
- Linguaggio (Matematica).
- Oggettività – Universalità
- Scienza e democrazia

