

Nel caso della funzione di Green abbiamo

$$\frac{\hbar^2}{2m} [\nabla^2 + k^2] G^0(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$G^0(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

Funzione di Green della particella libera con energia $E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$

Soluzione dell'eq. di Schrödinger con potenziale

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \int G^0(\vec{r}, \vec{r}') V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3r'$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + k^2) \psi(\vec{r}) = V(\vec{r}) \psi(\vec{r})$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + k^2) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \int \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + k^2) G^0(\vec{r}, \vec{r}') V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3r'$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} (-k^2 + k^2) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \int \delta(\vec{r} - \vec{r}') V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3r'$$

$$= 0 + V(\vec{r}) \psi(\vec{r})$$