

$$= 2\pi \int_{k_F}^{\infty} dk k^2 \frac{1}{ix} 2i \sin kx = 4\pi \int_{k_F}^{\infty} dk k^2 \frac{\sin kx}{kx}$$

Integrando per parti $x \equiv |\vec{r} - \vec{r}'|$

$$\frac{1}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\infty} \frac{dk k}{2E(k) - 2E(k_0)} \frac{\sin kx}{x} =$$

$$\left[-\frac{k}{2(E(k) - E(k_0))} \frac{1}{x} \frac{\cos kx}{x} \right]_{k_F}^{\infty} + \int_{k_F}^{\infty} dk \frac{d}{dk} \left[\frac{k}{2E(k) - 2E(k_0)} \right] \frac{\cos kx}{x^2} =$$

$$\frac{k_F}{2[E(k_F) - E(k_0)]} \frac{\cos k_F x}{x^2} + O\left(\frac{1}{x^3}\right) = K(\vec{r}, \vec{r}')$$

dove si è supposto $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{E(k) - E(k_0)} \rightarrow 0$ e si è visto che

ogni integrazione su $\cos kx$ comporta un fattore $\frac{1}{x}$ addizionale

$$\int \cos kx dk = \int \cos y \frac{dy}{x} = \frac{1}{x} \sin y \quad kx = y \quad dk = \frac{dy}{x}$$

Inseriamo il risultato ottenuto per $K(\vec{r}, \vec{r}')$ nella 56a)

$$\psi_{rs}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_{rs} \cdot \vec{r}} - \int \frac{k_F}{2[E(k_F) - E(k_0)]} \frac{\cos k|\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \psi(\vec{r}') d^3r'$$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} = \frac{1}{r^2} \frac{1}{|1 - \frac{\vec{r}'}{r}|^2} \quad \text{Il termine } \frac{1}{r^2} \text{ pu\`o essere portato fuori dall'integrale.}$$

Quindi $\psi_{rs}(\vec{r}) - \phi_{rs}(\vec{r}) \simeq$ un termine oscillante $\frac{1}{r^2}$