

Quindi:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\mu}{r} Y_{01}^M(\hat{r}) + \frac{W}{r} Y_{21}^M(\hat{r}) \left| r^2 Y_{20} \right| \frac{\mu}{r} Y_{01}^M + \frac{W}{r} Y_{21}^M(\hat{r}) \right) = \\ & = \left(\frac{\mu}{r} Y_{01}^M \left| r^2 Y_{20} \right| \frac{\mu}{r} Y_{01}^M \right) + 2 \left(\frac{\mu}{r} Y_{01}^M \left| r^2 Y_{20} \right| \frac{W}{r} Y_{21}^M \right) \\ & + \left(\frac{W}{r} Y_{21}^M \left| r^2 Y_{20} \right| \frac{W}{r} Y_{21}^M \right). \end{aligned}$$

Considero la parte angolare:

$$\begin{aligned} \left(Y_{L1}^M \left| Y_{20} \right| Y_{L'1}^{M'} \right) &= \sum_{M_S, M'_S} \langle L M_L | S | 1 M \rangle \langle L' M'_L | S' | 1 M' \rangle \\ &\cdot \langle L M_L | Y_{20} | L' M'_L \rangle \end{aligned}$$

$$\langle L M | Y_{20} | L' M' \rangle = (-)^M \frac{[L][2][L']}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} L & 2 & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & 2 & L' \\ -M & 0 & M \end{pmatrix} \delta_{MM'} \quad (55)$$

dove $[a] = \sqrt{2a+1}$

• Esercizio •

Dimostrare la 55 con il teorema di Wigner-Eckart e le ricette date.

$$\left(Y_{01}^M \left| Y_{20} \right| Y_{01}^M \right) = 0$$

Infatti: $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0.$

Questo fisicamente e' dovuto al fatto che Y_{01} rappresenta una distribuzione di carica sferica, che non puo', quindi, avere momento di quadrupolo.