

- Iniziamo la discussione assumendo che p e n interagiscano semplicemente tramite un potenziale centrale $V(r)$.

$$\left\{ \frac{p_1^2}{2m_p} + \frac{p_2^2}{2m_n} + V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right\} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = E_T \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (1)$$

• Esercizio •

Dimostrare che definendo

$$M = m_p + m_n \quad \mu = \frac{m_p m_n}{m_p + m_n}$$

$$\vec{R} = \frac{m_p \vec{r}_1 + m_n \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \vec{p} = \frac{m_n \vec{p}_1 - m_p \vec{p}_2}{m_n + m_p}$$

l'equazione che descrive il moto totale viene separata nell'hamiltoniana che descrive il moto del centro di massa e in una che descrive il moto relativo:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right\} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

- Definendo come al solito $\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} R(r) \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$

si ha:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] + V(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} R(r) = E R(r)$$

• Esercizio •

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] \frac{u(r)}{r} = \frac{1}{r} \frac{d^2 u}{dr^2} \quad \text{da dimostrare}$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{u}{r} \right) = \frac{u' r - u}{r^2} = \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} \quad \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{u}{r} \right) = \left(\frac{u''}{r} - \frac{u'}{r^2} - \frac{u' r - 2u}{r^4} \right)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \frac{u}{r} = \frac{u''}{r} - \frac{2u'}{r^2} + \frac{2u}{r^3} + \frac{2}{r} \left(\frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} \right) = \frac{u''}{r}$$