

Lo stato BCS (Bardeen - Cooper - Schrieffer)

$| -k \rangle = T | k \rangle$ inversione temporale ($j, -m$)

- Analogia con la teoria della superconduttività BCS e principio variazionale

Ipotesi $|BCS\rangle$

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0}^{\infty} (u_k + v_k a_k^{\dagger} a_{-k}^{\dagger}) | - \rangle \quad (7)$$

Consideriamo

$$\begin{aligned} & \langle - | (u_k^* + v_k^* a_k a_{-k}) (u_k + v_k a_k^{\dagger} a_{-k}^{\dagger}) | - \rangle \\ &= u_k^* u_k \langle - | - \rangle + u_k^* v_k \langle a_k^{\dagger} a_{-k}^{\dagger} \rangle + v_k^* u_k \langle a_k a_{-k} \rangle + |v_k|^2 \langle a_{-k} a_k a_k^{\dagger} a_{-k}^{\dagger} \rangle \\ &= |u_k|^2 + |v_k|^2 \quad \begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 \end{matrix} \text{ ortogonalità} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Nel fare la norma $\langle BCS | BCS \rangle$ si moltiplica sempre il k -esimo termine a sinistra per il corrispondente termine a destra dando il fattore 1 e quindi la corretta normalizzazione.

$$\langle - | a_k^* b_k^* c_k^* \dots c_k a_k | - \rangle$$

I termini con diverso k annullano

$$\begin{aligned} & (u_k + v_k a_k a_{-k}) (u_{k'} + v_{k'} a_{k'}^{\dagger} a_{-k'}^{\dagger}) \\ &= (u_{k'} + v_{k'} a_{k'}^{\dagger} a_{-k'}^{\dagger}) (u_k + v_k a_k a_{-k}) \end{aligned}$$