

$$\alpha_k |BCS\rangle = (u_k a_k - v_k a_{-k}^\dagger) \prod_{k'} (u_{k'} + v_{k'} a_{k'}^\dagger a_{-k'}^\dagger) |-\rangle$$

Tutti i termini con $k' \neq k$ sono irrilevanti dal punto di vista del calcolo quindi consideriamo

$$(u_k a_k - v_k a_{-k}^\dagger) (u_k + v_k a_k^\dagger a_{-k}^\dagger) |-\rangle$$

$$u_k^2 a_k |-\rangle = 0 \text{ dato che } a_k |-\rangle = 0$$

$$(-v_k u_k a_{-k}^\dagger + u_k v_k a_k a_{-k}^\dagger a_k^\dagger - v_k^2 a_{-k}^\dagger a_k^\dagger a_{-k}^\dagger) |-\rangle$$

$$= \left[-v_k u_k a_{-k}^\dagger |-\rangle + u_k v_k (1 - a_k^\dagger a_k) a_{-k}^\dagger |-\rangle - v_k^2 a_{-k}^\dagger a_k^\dagger a_{-k}^\dagger |-\rangle \right]$$

$$= -v_k u_k a_{-k}^\dagger |-\rangle + u_k v_k a_{-k}^\dagger |-\rangle \rightarrow 0 \text{ ved. il sono numeri}$$

$$-v_k u_k a_k^\dagger a_k a_{-k}^\dagger |-\rangle \rightarrow 0 \text{ } a_k \text{ distrugge senza aver creato}$$

$$-v_k^2 a_{-k}^\dagger a_k^\dagger a_{-k}^\dagger |-\rangle \rightarrow 0 \text{ due operatori di creazione sullo stesso livello.}$$

$$\alpha_k |BCS\rangle = 0 \text{ e anche } \alpha_{-k} |BCS\rangle = 0$$

8)

Quindi $|BCS\rangle$ è lo stato fondamentale delle quasi-particelle.