

Prendiamo il complesso coniugato

$$A^* x^{\nu*} + B^* y^{\nu*} = \Omega_{\nu} x^{\nu*}$$

$$B x^{\nu*} + A y^{\nu*} = -\Omega_{\nu} y^{\nu*}$$

che può essere scritta come:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^{\nu*} \\ x^{\nu*} \end{pmatrix} = -\Omega_{\nu} \begin{pmatrix} y^{\nu*} \\ -x^{\nu*} \end{pmatrix}$$

Quindi le eq. RPA ammettono autovalori positivi e negativi con lo stesso modulo (valore assoluto).

- c) la matrice RPA non è hermitiana. A è hermitiana B è simmetrica (ma non hermitiana) $B_{m,n} = B_{n,m}$.

Gli autovalori sono reali.

In pratica le interazioni sono reali quindi la matrice è reale.

- d) Gli autovettori corrispondenti a diversi autovalori sono ortogonali.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ y^{\nu} \end{pmatrix} = \Omega_{\nu} \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ -y^{\nu} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\mu} \\ y^{\mu} \end{pmatrix} = \Omega_{\mu} \begin{pmatrix} x^{\mu} \\ -y^{\mu} \end{pmatrix}$$

Consideriamo l'hermitiana della seconda eq.

$$(x^{\mu\dagger}, y^{\mu\dagger}) \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = (x^{\mu\dagger}, -y^{\mu\dagger}) \Omega_{\mu}$$

moltiplichiamo la prima equazione per $(x^{\mu\dagger}, y^{\mu\dagger})$ a sinistra e la seconda per $\begin{pmatrix} x^{\nu} \\ y^{\nu} \end{pmatrix}$ a destra:

$$(x^{\mu\dagger}, y^{\mu\dagger}) \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ y^{\nu} \end{pmatrix} = \Omega_{\nu} (x^{\mu\dagger}, y^{\mu\dagger}) \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ -y^{\nu} \end{pmatrix}$$

$$(x^{\mu\dagger}, y^{\mu\dagger}) \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ y^{\nu} \end{pmatrix} = \Omega_{\mu} (x^{\mu\dagger}, -y^{\mu\dagger}) \begin{pmatrix} x^{\nu} \\ y^{\nu} \end{pmatrix}$$