

Parte destra:

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_0 | [a_i^\dagger a_m, Q_{ij}^\dagger] | \Psi_0 \rangle &= \text{Subito QBA} \\
 &= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \langle \Psi_0 | [a_i^\dagger a_m, a_n^\dagger a_j] | \Psi_0 \rangle - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \langle \Psi_0 | [a_i^\dagger a_m, a_j^\dagger a_n] | \Psi_0 \rangle \\
 &= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \left\{ \langle \Psi_0 | a_i^\dagger a_m a_n^\dagger a_j | \Psi_0 \rangle - \langle \Psi_0 | a_n^\dagger a_j a_i^\dagger a_m | \Psi_0 \rangle \right\} \\
 &\quad - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \left\{ \langle \Psi_0 | a_i^\dagger a_m a_j^\dagger a_n | \Psi_0 \rangle - \langle \Psi_0 | a_j^\dagger a_n a_i^\dagger a_m | \Psi_0 \rangle \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

I termini in Y non conservano il numero di particelle, sono quindi nulli.

I termini in X sono difficilmente calcolabili perché $|\Psi_0\rangle$ è correlato e non noto.

Si fa quindi l'approssimazione di Quasi-bosoni che consiste nel sostituire $|\Psi_0\rangle$ con lo stato HF $|\bar{\Phi}_0\rangle$ quindi:

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_0 | [a_i^\dagger a_m, Q_{ij}^\dagger] | \Psi_0 \rangle &\rightarrow \langle \bar{\Phi}_0 | [a_i^\dagger a_m, Q_{ij}^\dagger] | \bar{\Phi}_0 \rangle = \\
 &= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \langle \bar{\Phi}_0 | [a_i^\dagger a_m, a_n^\dagger a_j] | \bar{\Phi}_0 \rangle = \\
 &= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \langle \bar{\Phi}_0 | a_i^\dagger a_m a_n^\dagger a_j | \bar{\Phi}_0 \rangle = X_{nj}^\nu \delta_{mn} \delta_{ij} \quad (14)
 \end{aligned}$$

L'approssimazione si comporta come se

$$[a_i^\dagger a_m, a_n^\dagger a_j] = \delta_{mn} \delta_{ij}$$

che sarebbe esatta se gli operatori $Q_{im} \equiv a_i^\dagger a_m$ $Q_{jn}^\dagger \equiv a_n^\dagger a_j$ commutassero come operatori bosonici.

L'eq. (1a) diventa:

$$\sum_{nj} X_{nj}^\nu A_{mijn} + \sum_{nj} Y_{nj}^\nu B_{mijn} = (\epsilon_p - \epsilon_0) X_{mi}^\nu \quad (15)$$