

Correnti nucleari

• Correnti a un corpo.

È possibile fare uno sviluppo in multipli del potenziale elettromagnetico $A^\mu \equiv (\varphi, \vec{A})$

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\mu=-l}^l \frac{4\pi}{2l+1} q_{l\mu} \frac{Y_{l\mu}(\hat{r})}{r^{l+1}} \quad (1)$$

$\varphi(\vec{r})$ è soluzione dell'eq. di Poisson, vedi FOT 15-16

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi \rho \quad \varphi(\vec{r}) = \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$$

dato che

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\mu=-l}^l \frac{1}{2l+1} \frac{r'^l}{r^{l+1}} Y_{l\mu}^*(\hat{r}') Y_{l\mu}(\hat{r})$$

essendo interessati al momento fuori dalla distr. di carica, si

ha $\vec{r}' \equiv \vec{r}_< \quad \vec{r} \equiv \vec{r}_>$ quindi

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r}) &= \int \rho(\vec{r}') 4\pi \sum_l \sum_{\mu} \frac{1}{2l+1} \frac{r'^l}{r^{l+1}} Y_{l\mu}^*(\hat{r}') Y_{l\mu}(\hat{r}) d^3r' \\ &= \sum_l \sum_{\mu} \frac{4\pi}{2l+1} \left[\int \rho(\vec{r}') r'^l Y_{l\mu}^*(\hat{r}') d^3r' \right] \frac{Y_{l\mu}(\hat{r})}{r^{l+1}} \end{aligned}$$

quindi:

$$q_{l\mu} = \int \rho(\vec{r}') r'^l Y_{l\mu}^*(\hat{r}') d^3r' \quad q_{l-\mu} = (-1)^\mu q_{l\mu}^* \quad (2)$$

sono i momenti di multipolo.

$$q_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int \rho(\vec{r}) d^3r = \frac{q}{\sqrt{4\pi}}$$

$$q_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} (P_x - iP_y) \quad \vec{P} = \int \vec{r}' \rho(\vec{r}') d^3r' \quad (3)$$