

Lo sviluppo 1) si può esprimere in coordinate cartesiane come

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{ij=1}^3 Q_{ij} \frac{x_i x_j}{r^5} + \dots \quad 4)$$

dove

$$Q_{ij} = \int (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \rho(\vec{r}) d^3r \quad 5)$$

è il tensore di quadrupolo.

In analogia si può procedere allo sviluppo in multipoli per $\vec{A}$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \left\{ \frac{1}{r} \int \vec{J}(\vec{r}') d^3r' + \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{r}' d^3r' + \dots \right\} \quad 6)$$

Nota che $\vec{J}(\vec{r})$ è la densità di corrente nel punto $\vec{r}$, quindi corrisponde a $\rho(\vec{r})$. Questo fa che $\int \vec{J}(\vec{r}) d^3r \rightarrow q$ in eq. 4 e che $\int \vec{J}(\vec{r}) \cdot \vec{r} d^3r \rightarrow \vec{p}$ in eq. 4

Il secondo termine è quello di dipolo magnetico e può essere espresso come

$$\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \equiv \frac{1}{c} \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{r}' d^3r' \quad 7a)$$

$$\text{dove } \vec{m} = \frac{1}{2c} \int \vec{r} \times \vec{J}(\vec{r}) d^3r \quad 7b)$$

(vedi Jackson eq. 5.53 e 5.54)

- Nota che per un sistema macroscopico il primo termine è nullo perché la corrente è statica e localizzata. Noi stiamo trattando un sistema nucleare con correnti che non sono di questo tipo, quindi il termine non è nullo.