

Equazione di Bethe e Salpeter

Analizziamo il problema di due fermioni che interagiscono nel mezzo.

Nel vuoto la diffusione di due particelle può essere descritta con l'equazione integrale.

Definiamo la risolvante come

$$(\nabla_{\vec{x}}^2 + k^2) G^+(\vec{x} - \vec{x}') = \delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad 1)$$

la vera eq. di Schrödinger è:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\vec{x}) = V(\vec{x}) \psi(\vec{x}) \quad 2)$$

e la soluzione omogenea è

$$(\nabla^2 + k^2) \phi_{\vec{k}}(\vec{x}) = 0 \quad \phi_{\vec{k}}(\vec{x}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad 3)$$

si ha che:

$$\psi_{\vec{k}}^+(\vec{x}) = \phi_{\vec{k}}(\vec{x}) + \int d^3x' G^+(\vec{x} - \vec{x}') V(\vec{x}') \psi_{\vec{k}}^+(\vec{x}') \quad 4)$$

$$\psi_{\vec{k}}^+(\vec{x}) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikx}}{x} \quad 5)$$

l'ampiezza di transizione è legata alla sezione d'urto ed è data da

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int d^3\vec{\gamma} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{\gamma}} V(\vec{\gamma}) \psi_{\vec{k}}^+(\vec{\gamma}) = f(\vec{k}', \vec{k}) \quad 6)$$

$$\sigma(\theta, \varphi) = |f(\theta, \varphi)|^2 \quad 7)$$

θ e φ sono gli angoli che caratterizzano la direzione del momento diffuso $\vec{k}'$ rispetto a quello incidente $\vec{k}$.