



I poli di $G(\vec{k}, \omega)$ sono sopra l'asse reale per $\hbar\omega < \mu$ (il secondo termine della funzione di Green) e sotto per $\hbar\omega > \mu$.

La funzione di Green non è analitica né nel piano superiore né in quello inferiore. Si definiscono le funzioni di Green avanzate e ritardate che invece godono di questa proprietà:

$$\begin{aligned} iG^R(\vec{x}t, \vec{x}'t') &= \langle \psi_0 | \psi_H(\vec{x}t) \psi_H^\dagger(\vec{x}'t') | \psi_0 \rangle \Theta(t-t') \\ iG^A(\vec{x}t, \vec{x}'t') &= -\langle \psi_0 | \psi_H(\vec{x}t) \psi_H^\dagger(\vec{x}'t') | \psi_0 \rangle \Theta(t'-t) \end{aligned} \quad (17)$$

che in rappresentazione di Lehman sono

$$\begin{aligned} G^{RA}(\vec{k}, \omega) &= \hbar \sum_n \left[\frac{\langle \psi_0 | a_{\vec{k}} | n\vec{k} \rangle \langle n\vec{k} | a_{\vec{k}}^\dagger | \psi_0 \rangle}{\hbar\omega - \mu - \epsilon_{n\vec{k}}(N+1) \pm i\eta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\langle \psi_0 | a_{\vec{k}}^\dagger | n-\vec{k} \rangle \langle n-\vec{k} | a_{\vec{k}} | \psi_0 \rangle}{\hbar\omega - \mu + \epsilon_{n\vec{k}}(N-1) \pm i\eta} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

Interpretazione fisica delle funzioni di Green

Consideriamo la rappresentazione di interazione e aggiungiamo allo stato $|\psi_I(t')\rangle$ una particella nel punto $(\vec{x}', t')$

$$\psi_I^\dagger(\vec{x}', t') |\psi_I(t')\rangle$$