Questo stato si propaga come:

$$\mathcal{U}(t,t')\,\psi_I^\dagger(\vec{x}'t')\,|\Psi_I^-(t')\rangle\,.$$ 20

Per $\underline{t>t'}$ qual'è il suo overlap con $\psi_I(\vec{x}\,t)\,|\Psi_I^-(t)\rangle$?

Ricordiamo che:

$$\mathcal{U}(t,t_0)\,\mathcal{U}(t_0,t)=\mathcal{U}(t,t)=\underline{1}$$

$$|\Psi_H\rangle \equiv |\Psi_I^-(0)\rangle=\mathcal{U}(0,-\infty)\,|\Phi_0\rangle=|\Psi_0\rangle$$

$$O_H=e^{i\frac{H}{\hbar}t}\,O_S\,e^{-i\frac{H}{\hbar}t}\qquad O_I=e^{i\frac{H_0}{\hbar}t}\,O_S\,e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t}$$

$$O_I(t)=e^{-i\frac{H_1}{\hbar}t}\,O_H\,e^{i\frac{H_1}{\hbar}t}=\mathcal{U}(t,0)\,O_H(t)\,\mathcal{U}(0,t)$$

$$\mathcal{U}(t,t_0)=e^{i\frac{H_0}{\hbar}t}\,e^{-i\frac{(H_0+H_1)}{\hbar}(t-t_0)}\,e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_0}$$

$$\mathcal{U}(t,0)=e^{-i\frac{H_1}{\hbar}t}\qquad \mathcal{U}(0,t)=e^{i\frac{H_1}{\hbar}t}$$

$$|\Psi_I^-(t')\rangle=\mathcal{U}(t',-\infty)\,|\Phi_0\rangle$$

Quindi

$$\langle\Psi_I^-(t)|\,\psi_I(\vec{x},t)\,\mathcal{U}(t,t')\,\psi_I^\dagger(\vec{x}',t')\,|\Psi_I^-(t')\rangle$$

$$=\langle\Phi_0|\,\mathcal{U}(\infty,t)\left[\mathcal{U}(t,0)\,\psi_H(\vec{x},t)\,\mathcal{U}(0,t)\right]$$

$$\mathcal{U}(t,t')\left[\mathcal{U}(t',0)\,\psi_H^\dagger(\vec{x}'t')\,\mathcal{U}(0,t')\right]\underbrace{\mathcal{U}(0,t')\,\mathcal{U}(t',-\infty)\,|\Phi_0\rangle}_{|\Psi_0\rangle}$$

$$=\langle\Psi_0|\,\psi_H(\vec{x}\,t)\,\mathcal{U}(0,t)\,\mathcal{U}(t,t')\,\mathcal{U}(t',0)\,\psi^\dagger(\vec{x}'t')\,|\Psi_0\rangle$$

$$=\langle\Psi_0|\,\psi_H(\vec{x}\,t)\,\psi_H^\dagger(\vec{x}'t')\,|\Psi_0\rangle$$ 21

Per $t<t'$ l'operatore di campo si comporta come un buco creato al tempo t che si propaga. Feynmann

che è la funzione di Green