

Descrizione perturbativa della funzione di Green.

La funzione di Green consiste negli elementi di matrice di operatori di Heisenberg tra stati fondamentali interagenti. La forma più conveniente è quella in rappresentazione di interazione che permette lo sviluppo perturbativo.

Si può dimostrare che:

$$\frac{\langle \psi_0 | O_H(t) | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\langle \bar{\Phi}_0 | U_\epsilon(\infty, t) O_I(t) U_\epsilon(t, -\infty) | \bar{\Phi}_0 \rangle}{\langle \bar{\Phi}_0 | U_\epsilon(-\infty, \infty) | \bar{\Phi}_0 \rangle} \quad 22$$

dato che:

$$\begin{aligned} U_\epsilon(\infty, t) O_I(t) U_\epsilon(t, -\infty) &= \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n e^{-\epsilon(|t_1| + \dots + |t_n|)} T[H(t_1) \dots H(t_n)] O_I(t) \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^m \frac{1}{m!} \int_{-\infty}^t dt_1 \dots \int_{-\infty}^t dt_m e^{-\epsilon(|t_1| + \dots + |t_m|)} T[H(t_1) \dots H(t_m)] \end{aligned}$$

La funzione di Green può essere scritta come:

$$\begin{aligned} iG(x, y) &= \sum_{\nu=0}^{\infty} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^\nu \frac{1}{\nu!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_\nu \\ &\quad \frac{\langle \bar{\Phi}_0 | T[H_I(t_1) \dots H_I(t_\nu) \psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)] | \bar{\Phi}_0 \rangle}{\langle \bar{\Phi}_0 | U(-\infty, \infty) | \bar{\Phi}_0 \rangle} \end{aligned} \quad 23$$

con $x = (\vec{r}, t_x)$. D'ora in poi tolgo I da ψ intendendolo