

Consideriamo un'interazione istantanea:

$$U(x_1, x_2) = V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \delta(t_1 - t_2) \quad 24$$

$$H(t, t') = \frac{1}{2} \int d^3x \int d^3x' \psi^\dagger(\vec{x}) \psi^\dagger(\vec{x}') V(\vec{x}, \vec{x}') \delta(t - t') \psi(\vec{x}') \psi(\vec{x}) \quad 25$$

Il numeratore di equazione 23 è

$$i\tilde{G}(x, y) = \langle \Phi_0 | T[\psi(x) \psi^\dagger(y)] | \Phi_0 \rangle$$

$$+ \left(\frac{-i}{\hbar}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \Phi_0 | T[H(t_1) \psi(x) \psi^\dagger(y)] | \Phi_0 \rangle + \dots$$

$$= iG^0(x, y) + \left(\frac{-i}{\hbar}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \Phi_0 | T \left[e^{i\frac{H_0}{\hbar}t_1} H e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi(x) \psi^\dagger(y) \right] | \Phi_0 \rangle + \dots$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \Phi_0 | T \left[\frac{1}{2} \int d^3x \int d^3x' e^{i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi(\vec{x}) e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} e^{i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi^\dagger(\vec{x}') e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \right. \\ \left. e^{+i\frac{H_0}{\hbar}t_1} V(\vec{x}, \vec{x}') e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} e^{+i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi(\vec{x}') e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi(\vec{x}) e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \right] | \Phi_0 \rangle$$

$$\psi(x_1) = e^{i\frac{H_0}{\hbar}t_1} \psi(\vec{x}_1) e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t_1}$$

Inserendo l'equazione 24) posso raddoppiare l'integrale sul tempo.

$$i\tilde{G}(x, y) = iG^0(x, y) + \left(\frac{-i}{\hbar}\right) \frac{1}{2} \int d^4x \int d^4x' V(\vec{x}, \vec{x}') \delta(t - t')$$

$$\langle \Phi_0 | T[\psi^\dagger(x_1) \psi^\dagger(x'_1) \psi(x'_1) \psi(x_1) \psi(x) \psi^\dagger(y)] | \Phi_0 \rangle \quad 26$$