

Nota che la contrazione tra due operatori di creazione e distruzione è sempre un numero reale (0 o 1).

$$\{a_r, a_s^\dagger\} = \delta_{rs}; \{a_r, a_s\} = \{a_r^\dagger, a_s^\dagger\} = 0$$

$$\overline{AB} = T[AB] - N[AB] \begin{cases} AB - BA = 0 \\ AB + BA = AB + [-AB + \delta_{rs}] = \delta_{rs} \end{cases}$$

Quindi: $\langle \bar{\Phi}_0 | AB | \bar{\Phi}_0 \rangle = \overline{AB}$

Ricorda che in rappresentazione di interazione gli operatori presentano le stesse proprietà di commutazione che in rappresentazione di Heisenberg.

$$a_{k,I}(t) = a_k e^{-i\omega_k t}; \quad a_{k,I}^\dagger(t) = a_k^\dagger e^{i\omega_k t}$$

$$\psi_I^\dagger(x) = \int d^3k \phi_k^*(\vec{r}) a_{k,I}^\dagger(t); \quad \psi_I(x) = \int d^3k \phi_k(\vec{r}) a_{k,I}(t)$$

Per questo motivo è possibile definire la contrazione degli ψ_I

$$\begin{aligned} \overline{\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)} &= \int d^3k \phi_k(\vec{x}) \int d^3k' \phi_{k'}^*(\vec{y}) \overline{a_{k,I}(t_x) a_{k',I}^\dagger(t_y)} \\ &= \int d^3k \phi_k(\vec{x}) e^{-i\omega_k t_x} \int d^3k' \phi_{k'}^*(\vec{y}) e^{+i\omega_{k'} t_y} \overline{a_k a_{k'}^\dagger} \\ &= \int d^3k \phi_k(\vec{x}) e^{-i\omega_k t_x} \int d^3k' \phi_{k'}^*(\vec{y}) e^{+i\omega_{k'} t_y} \{T[a_k a_{k'}^\dagger] - N[a_k a_{k'}^\dagger]\} \\ &= T[\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)] - N[\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)]. \end{aligned}$$

Quindi:

$$\overline{\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)} = \langle \bar{\Phi}_0 | \psi_I(x) \psi_I^\dagger(y) | \bar{\Phi}_0 \rangle = \langle \bar{\Phi}_0 | T[\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)] | \bar{\Phi}_0 \rangle - \langle \bar{\Phi}_0 | N[\psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)] | \bar{\Phi}_0 \rangle$$