

Consideriamo H indipendente dal tempo; la funzione di Green si scrive come:

$$iG(\vec{x}t, \vec{x}'t') = \begin{cases} e^{i\frac{E}{\hbar}(t-t')} \frac{\langle \psi_0 | \psi_\alpha(\vec{x}, t) e^{-i\frac{H}{\hbar}(t-t')} \psi_\beta^\dagger(\vec{x}', t') | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} & t > t' \\ -e^{-i\frac{E}{\hbar}(t-t')} \frac{\langle \psi_0 | \psi_\beta^\dagger(\vec{x}', t') e^{i\frac{H}{\hbar}(t-t')} \psi_\alpha(\vec{x}, t) | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} & t' > t \end{cases} \quad (4)$$

Per la i) generalizziamo la definizione di operatore ad un corpo.

$$O^\pm = \int d^3x \sum_{\alpha\beta} \psi_\alpha^\dagger(\vec{x}) O_{\alpha\beta}(\vec{x}) \psi_\beta(\vec{x})$$

Il valore di aspettazione è:

$$\begin{aligned} \langle O^\pm \rangle &= \frac{\langle \psi_0 | O^\pm | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} = \frac{\int d^3x \sum_{\alpha\beta} \langle \psi_0 | \psi_\alpha^\dagger(\vec{x}) O_{\alpha\beta}(\vec{x}) \psi_\beta(\vec{x}) | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} \\ &= \lim_{\vec{x}' \rightarrow \vec{x}} \left(\int d^3x \sum_{\alpha\beta} O_{\alpha\beta}(\vec{x}) \frac{\langle \psi_0 | \psi_\alpha^\dagger(\vec{x}') \psi_\beta(\vec{x}) | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle} \right) \end{aligned}$$

il limite ci permette di far commutare $O_{\alpha\beta}(\vec{x})$ con $\psi_\alpha^\dagger(\vec{x}')$.

Usa la 4 (seconda riga)

$$\begin{aligned} \langle O^\pm \rangle &= -i \lim_{t' \rightarrow t^+} \lim_{\vec{x}' \rightarrow \vec{x}} \int d^3x \sum_{\alpha\beta} O_{\alpha\beta}(\vec{x}) G_{\beta\alpha}(\vec{x}t, \vec{x}'t') \\ &= -i \lim_{t' \rightarrow t^+} \lim_{\vec{x}' \rightarrow \vec{x}} \int d^3x \text{tr} O(\vec{x}) G(\vec{x}t, \vec{x}'t') \end{aligned}$$

t^+ indica un tempo $> t$ per avere la 2^a riga della 4)