

Esempio con l'operatore densità:

$$\langle N \rangle = \int d^3x \lim_{t' \rightarrow t} \lim_{\vec{x}' \rightarrow \vec{x}} \left[ -i G(\vec{x}, t, \vec{x}', t') \right] \delta(\vec{x} - \vec{x}') \\ = \int d^3x \frac{\langle \Phi_0 | \psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} = \text{nel caso } |\Phi_0\rangle = |\bar{\Phi}_0\rangle$$

$$= \int d^3x \sum_{\nu=1}^{E_F} \phi_\nu^*(\vec{x}) \sum_{\nu=1}^{E_F} \phi_\nu(\vec{x}) \delta_{\nu\nu} = \int d^3x \sum_{\nu=1}^{E_F} \phi_\nu^*(\vec{x}) \phi_\nu(\vec{x}) \quad 7)$$

Sistema infinito e omogeneo di fermioni non interagenti

Quindi  $H \Rightarrow H_0$  e ogni operatore scritto in rappresentazione di Heisenberg diventa scritto in rappresentazione di interazione

$$e^{i\frac{H}{\hbar}t} \circ e^{-i\frac{H}{\hbar}t} \rightarrow e^{i\frac{H_0}{\hbar}t} \circ e^{-i\frac{H_0}{\hbar}t}$$

quindi per definizione la funzione di Green di un sistema di particelle non interagenti è data da:

$$iG_{\alpha\beta}^0(\vec{x}t, \vec{x}'t') = \langle \bar{\Phi}_0 | T [\psi_{\alpha}(\vec{x}, t) \psi_{\beta}^\dagger(\vec{x}', t')] | \bar{\Phi}_0 \rangle \\ = \langle \bar{\Phi}_0 | \psi_{\alpha}(\vec{x}, t) \psi_{\beta}^\dagger(\vec{x}', t') | \bar{\Phi}_0 \rangle \vartheta(t-t') \\ - \langle \bar{\Phi}_0 | \psi_{\beta}^\dagger(\vec{x}', t') \psi_{\alpha}(\vec{x}, t) | \bar{\Phi}_0 \rangle \vartheta(t'-t) \quad 7)$$

Non consideriamo  $\alpha$  e  $\beta$

$$\psi_{\alpha}(\vec{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}(t) \phi_{\mathbf{k}}(\vec{x}) \quad \psi_{\beta}^\dagger(\vec{x}', t') = \sum_{\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'}^\dagger(t') \phi_{\mathbf{k}'}^*(\vec{x}')$$

$$iG^0(\vec{x}t, \vec{x}'t') = \langle \bar{\Phi}_0 | \sum_{\mathbf{k}} \phi_{\mathbf{k}}(\vec{x}) a_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t} \sum_{\mathbf{k}'} \phi_{\mathbf{k}'}^*(\vec{x}') a_{\mathbf{k}'}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}'}t'} | \bar{\Phi}_0 \rangle \\ - \langle \bar{\Phi}_0 | \sum_{\mathbf{k}'} \phi_{\mathbf{k}'}^*(\vec{x}') a_{\mathbf{k}'}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}'}t'} \sum_{\mathbf{k}} \phi_{\mathbf{k}}(\vec{x}) a_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t} | \bar{\Phi}_0 \rangle \vartheta(t-t')$$