

Rappresentazione di Lehmann.

Partiamo dalla definizione di funzione di Green e supponiamo lo stato normalizzato $\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle = 1$.

Inseriamo un insieme completo di stati di Heisenberg tra gli operatori di campo.

$$\begin{aligned} iG(\vec{x}, t, \vec{x}', t') &= \langle \psi_0 | T[\psi_H(\vec{x}, t) \psi_H^\dagger(\vec{x}', t')] | \psi_0 \rangle \\ &= \sum_n \left[\theta(t-t') \langle \psi_0 | \psi_H(\vec{x}, t) | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \psi_H^\dagger(\vec{x}', t') | \psi_0 \rangle \right. \\ &\quad \left. - \theta(t'-t) \langle \psi_0 | \psi_H^\dagger(\vec{x}', t') | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \psi_H(\vec{x}, t) | \psi_0 \rangle \right] \end{aligned}$$

$|\psi_n\rangle$ sono autostati di H contenenti qualsiasi numero di particelle. Gli $|\psi_n\rangle$ del termine con $\theta(t-t')$ contengono $N+1$ particelle, mentre gli $|\psi_n\rangle$ del termine con $\theta(t'-t)$ contengono $N-1$ particelle.

** Prova

L'operatore numero di particelle N è

$$N = \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x})$$

$$\begin{aligned} [N, \psi(\vec{z})] &= \int d^3x [\psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}), \psi(\vec{z})] = \int d^3x [\psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) \psi(\vec{z}) - \psi(\vec{z}) \psi(\vec{x}) \psi^\dagger(\vec{x})] \\ &= \int d^3x [\psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) \psi(\vec{z}) - \psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) \psi(\vec{z}) - \delta(\vec{x} - \vec{z}) \psi(\vec{x})] = -\psi(\vec{z}) \end{aligned}$$

$$N\psi - \psi N = -\psi \quad N\psi = \psi(N-1)$$

$$N\psi|\psi_0\rangle = \psi(N-1)|\psi_0\rangle = \psi(N-1)|\psi_0\rangle = (N-1)\psi|\psi_0\rangle$$

$\uparrow$ operatore $\uparrow$ numero