

Usiamo il trucco

$$\mathcal{D}(t-t') = -\frac{1}{2\pi i} \int d\omega' \frac{e^{-i\omega'(t-t')}}{\omega' + i\eta}$$

$$G(\vec{x}t, \vec{x}'t') = (2\pi)^{-4} \int d^3k e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')} \int d\omega e^{-i\omega(t-t')}$$

$$\sum_n \left[\frac{\langle \Phi_0 | a_k | n\vec{k} \rangle \langle n\vec{k} | a_k^\dagger | \Phi_0 \rangle}{\omega - \hbar^{-1}(E_n - E_0) + i\eta} + \frac{\langle \Phi_0 | a_k^\dagger | n, -\vec{k} \rangle \langle n, -\vec{k} | a_k | \Phi_0 \rangle}{\omega + \hbar^{-1}(E_n - E_0) - i\eta} \right] \quad 15$$

Analogamente:

$$G(\vec{k}, \omega) = \int d^3(\vec{x}-\vec{x}') \int d(t-t') e^{-i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')} e^{-i\omega(t-t')} G(\vec{x}t, \vec{x}'t')$$

$$= \sum_n \left[\frac{\langle \Phi_0 | a_k | n\vec{k} \rangle \langle n\vec{k} | a_k^\dagger | \Phi_0 \rangle}{\omega - \hbar^{-1}(E_n - E_0) + i\eta} + \frac{\langle \Phi_0 | a_k^\dagger | n, -\vec{k} \rangle \langle n, -\vec{k} | a_k | \Phi_0 \rangle}{\omega + \hbar^{-1}(E_n - E_0) - i\eta} \right]$$

Analizziamo il denominatore della prima somma

E_0 è l'energia di $|\Phi_0\rangle$ con N particelle; $E_0(N)$

E_n è l'energia di $|\Phi_n\rangle$ con $N+1$ particelle; $E_n(N+1)$

$$\omega - \hbar^{-1} [E_n(N+1) - E_0(N+1) + E_0(N+1) - E_0(N)]$$

$$= \omega - \hbar^{-1} [E_n(N+1) - E_0(N+1)] - \hbar^{-1} [E_0(N+1) - E_0(N)]$$

$$= \omega - \hbar^{-1} \epsilon_{nk}(N+1) - \hbar^{-1} \mu \quad \mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_V = \frac{E(N+1) - E(N)}{\Delta 1}$$

$\epsilon_{nk}(N+1)$ energia di eccitazione, $\mu \rightarrow$ potenziale chimico.

$G(\vec{k}, \omega) =$ in rappresentazione di Lehmann

$$\hbar \sum_n \left[\frac{\langle \Phi_0 | a_k | n\vec{k} \rangle \langle n\vec{k} | a_k^\dagger | \Phi_0 \rangle}{\hbar\omega - \mu - \epsilon_{nk}(N+1) + i\eta} + \frac{\langle \Phi_0 | a_k^\dagger | n, -\vec{k} \rangle \langle n, -\vec{k} | a_k | \Phi_0 \rangle}{\hbar\omega - \mu + \epsilon_{nk}(N-1) - i\eta} \right] \quad 16$$

questo segno viene perché

$$E(N+1) - E(N) = \partial E = \mu$$