

Moltiplicando per $\omega - \omega_j$ si ha:

$$\left[\hbar \omega + \frac{\hbar^2 \nabla_1^2}{2m} + U(\vec{x}_1) \right] \phi_j(\vec{x}_1) = (\hbar \omega - \epsilon_j) \phi_j(\vec{x}_1) + \int d^3x_2 \hbar \Sigma(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \phi_j(\vec{x}_2)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla_1^2}{2m} + U(\vec{x}_1) \right] \phi_j(\vec{x}_1) + \int d^3x_2 \hbar \Sigma_1(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \phi_j(\vec{x}_2) = \epsilon_j \phi_j(\vec{x}_1)$$

Inserendo eq. 14

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{\hbar^2 \nabla_1^2}{2m} + U(\vec{x}_1) \right] \phi_j(\vec{x}_1) + \int d^3x_2 V(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \rho(\vec{x}_2) \phi_j(\vec{x}_1) \\ & - \int d^3x_2 V(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \sum_k \phi_k(\vec{x}_1) \phi_k^*(\vec{x}_2) \phi_j(\vec{x}_2) \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon - \epsilon_j}{F - k}\right) = \epsilon_j \phi_j(\vec{x}_1) \end{aligned}$$

Questa è la classica equazione Hartree-Fock con termini diretti e di scambio.