

Definiamo la funzione risposta come:

$$R(t-t') = \begin{cases} 0 & \text{per } t < t' \\ \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | [B(t), D(t')] | \psi_0 \rangle & \text{per } t > t' \end{cases}$$

Questa definizione implica la causalità.

• Rappresentazione di Heisenberg.

Eq. 46 è valida in qualsiasi rappresentazione, anche se è stata ottenuta con la rappresentazione di interazione. Dato che tutta la dipendenza temporale è negli operatori, uso la rapp.

di Heisenberg:

$$B(t) = e^{\frac{iHt}{\hbar}} B e^{-\frac{iHt}{\hbar}}$$

$$D(t) = e^{\frac{iHt}{\hbar}} D e^{-\frac{iHt}{\hbar}}$$

Per $t > t'$ si ha

$$\begin{aligned} R(t-t') &= \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | e^{\frac{iHt}{\hbar}} B e^{-\frac{iHt}{\hbar}} e^{\frac{iHt'}{\hbar}} D e^{-\frac{iHt'}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\ &\quad - \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | e^{\frac{iHt}{\hbar}} D e^{-\frac{iHt}{\hbar}} e^{\frac{iHt'}{\hbar}} B e^{-\frac{iHt'}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\ &= \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | B e^{\frac{i}{\hbar}(H-E_0)(t-t')} D | \psi_0 \rangle \\ &\quad - \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | D e^{\frac{i}{\hbar}(H-E_0)(t-t')} B | \psi_0 \rangle. \end{aligned}$$

La risposta dipende solo dalla differenza di tempi $\tau = t - t'$.

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{+\frac{i\tau\epsilon}{\hbar}} d\epsilon = \\ &= \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | B \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i}{\hbar}(H-E_0)\tau} e^{\frac{i\tau\epsilon}{\hbar}} d\tau D | \psi_0 \rangle \\ &\quad - \frac{i}{\hbar} \langle \psi_0 | D \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{i}{\hbar}(H-E_0)\tau} e^{\frac{i\tau\epsilon}{\hbar}} d\tau B | \psi_0 \rangle \end{aligned}$$