RPA3

$$(2\pi)^{-24}\int d^4y_1 d^4y_2 d^4y_3 d^4y_4 \int d^4k_1 d^4k_2\, e^{-ik_1(x_1-y_2)} e^{ik_2(x_2-y_1)} G^0(k_1,k_2)$$

$$\int d^4k_a d^4k_b\, e^{-ik_a(y_1-y_4)} e^{ik_b(y_2-y_3)} K(k_a k_b) \int d^4k_3 d^4k_4\, e^{-ik_3(y_3-x_4)} e^{ik_4(y_4-x_3)} G(k_3 k_4)$$

L'integrale sulle y

$$\int d^4y_1 d^4y_2 d^4y_3 d^4y_4\, e^{iy_1(-k_2-k_a)} e^{iy_2(k_1+k_b)} e^{iy_3(-k_b-k_3)} e^{iy_4(k_4+k_a)}$$

$$=(2\pi)^{16}\delta(-k_2-k_a)\delta(k_1+k_b)\delta(-k_b-k_3)\delta(k_4+k_a)$$

$$-k_a=k_2=k_4 \quad -k_b=k_3=k_1$$

Quindi:

$$(2\pi)^{-8}\int d^4k_1 d^4k_2\, e^{-ik_1x_1} e^{ik_2x_2} e^{ik_1x_4} e^{-ik_2x_3}\, G^0(k_1k_2)K(k_1k_2)G(k_1k_2)$$

Questo significa che la 2) nello spazio dei momenti può essere scritta come:

$$G(k_1k_2)=G^0(k_1k_2)+G^0(k_1k_2)K(k_1k_2)G(k_1k_2)$$

Questa equazione considera soltanto la parte diretta di eq. 2.

Parte di scambio:

$$\int d^4y_1 d^4y_2 d^4y_3 d^4y_4\, G^0(x_1x_2y_1y_2)K(y_1y_2y_3y_4)G(y_4y_3x_3x_4)$$

$$=(2\pi)^{-24}\int d^4y_1 d^4y_2 d^4y_3 d^4y_4 \int d^4k_1 d^4k_2\, e^{-ik_1(x_1-y_2)} e^{ik_2(x_2-y_1)} G^0(k_1k_2)$$

$$\int d^4k_a d^4k_b\, e^{-ik_a(y_1-y_4)} e^{ik_b(y_2-y_3)} K(k_ak_b) \int d^4k_3 d^4k_4\, e^{-ik_3(y_4-x_4)} e^{ik_4(y_3-x_3)} G(k_3k_4)$$

$$\int d^4y_1 d^4y_2 d^4y_3 d^4y_4\, e^{iy_1(-k_2-k_a)} e^{iy_2(k_1+k_b)} e^{iy_3(-k_b+k_4)} e^{iy_4(k_a-k_3)}$$

$$=(2\pi)^{16}\delta(-k_a-k_2)\delta(k_a-k_3)\delta(k_b+k_1)\delta(-k_b+k_4) \quad \text{quindi } -k_a=k_2=-k_3,\; -k_b=k_4=-k_1$$

$$(2\pi)^{-8}\int d^4k_1 d^4k_2\, e^{-ik_1(x_1+x_3)} e^{ik_2(x_2+x_4)} G(k_1k_2)K(k_1k_2)G(-k_2-k_1)$$