

Ricordando l'espressione degli operatori di campo in funzione degli operatori di creazione e distruzione

$$\psi(\vec{x}) = \sum_{\nu} \phi_{\nu}(\vec{x}) a_{\nu} \quad \psi^{\dagger}(\vec{x}) = \sum_{\nu} \phi_{\nu}^*(\vec{x}) a_{\nu}^{\dagger}$$

possiamo riscrivere eq. 1 come

$$\begin{aligned} iG(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4; t, t') &= \\ &= \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4} \phi_{\nu_1}(\vec{x}_1) \phi_{\nu_2}^*(\vec{x}_2) \phi_{\nu_3}(\vec{x}_3) \phi_{\nu_4}^*(\vec{x}_4) \langle \psi_0 | T [a_{\nu_1}(t') a_{\nu_2}^{\dagger}(t') a_{\nu_3}(t) a_{\nu_4}^{\dagger}(t)] | \psi_0 \rangle \\ &= \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4} \phi_{\nu_1}(\vec{x}_1) \phi_{\nu_2}^*(\vec{x}_2) \phi_{\nu_3}(\vec{x}_3) \phi_{\nu_4}^*(\vec{x}_4) iG(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; t', t) \end{aligned} \quad 3)$$

Al momento ν indica un insieme di numeri quantici che caratterizzano lo stato di singola particella nel sistema.

Per un sistema a invarianza traslazionale le ϕ sono onde piane, la somma si trasforma in integrale e la 3) definisce la trasformata di Fourier della funzione di Green.

Consideriamo separatamente la parte avanzata e quella ritardata della funzione di Green.

per $t' > t$

$$\begin{aligned} iG^R(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; t', t) &= \langle \psi_0 | a_{\nu_1}(t') a_{\nu_2}^{\dagger}(t') a_{\nu_3}(t) a_{\nu_4}^{\dagger}(t) | \psi_0 \rangle \\ &= \langle \psi_0 | e^{i\frac{H}{\hbar}t'} a_{\nu_1} e^{-i\frac{H}{\hbar}t'} e^{i\frac{H}{\hbar}t} a_{\nu_2}^{\dagger} e^{-i\frac{H}{\hbar}t} e^{i\frac{H}{\hbar}t} a_{\nu_3} e^{-i\frac{H}{\hbar}t} e^{i\frac{H}{\hbar}t} a_{\nu_4}^{\dagger} e^{-i\frac{H}{\hbar}t} | \psi_0 \rangle \\ &= \langle \psi_0 | a_{\nu_1} a_{\nu_2}^{\dagger} e^{-\frac{i}{\hbar}(H-E_0)(t'-t)} a_{\nu_3} a_{\nu_4}^{\dagger} | \psi_0 \rangle \end{aligned} \quad 4a)$$

dove abbiamo usato $H|\psi_0\rangle = E_0|\psi_0\rangle$