

Per l'avanzata $t > t'$

$$iG^A(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; t', t) = \langle \psi_0 | a_{\nu_3}(t) a_{\nu_4}^\dagger(t) a_{\nu_1}(t') a_{\nu_2}^\dagger(t') | \psi_0 \rangle$$

$$= \langle \psi_0 | a_{\nu_3} a_{\nu_4}^\dagger e^{+\frac{i}{\hbar}(H-E_0)(t-t')} a_{\nu_1} a_{\nu_2}^\dagger | \psi_0 \rangle \quad 4b$$

Quindi:

$$G(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; \tau) = \begin{cases} G^A(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; \tau) & \tau < 0 \\ G^R(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; \tau) & \tau > 0 \end{cases}$$

Rappresentazione di Lehmann

$$G(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE G(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; E) e^{-\frac{iE\tau}{\hbar}}$$

$$G(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; E) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau G(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; \tau) e^{+\frac{iE\tau}{\hbar}}$$

Analizziamo la ritardata $+\infty$

$$iG^R(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; E) = \langle \psi_0 | a_{\nu_1} a_{\nu_2}^\dagger \left[\int_0^{+\infty} e^{-\frac{i}{\hbar}(H-E_0-E)\tau} d\tau \right] a_{\nu_3} a_{\nu_4}^\dagger | \psi_0 \rangle \quad \tau > 0$$

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} e^{\frac{i}{\hbar}(E-H+E_0+i\eta)\tau} d\tau = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{i}{\hbar}(E-H+E_0)\tau} e^{-\frac{1}{\hbar}\eta\tau}}{\frac{i}{\hbar}(E-H+E_0+i\eta)} \bigg|_0^{\infty}$$

$$= - \left[\frac{i}{\hbar}(E-H+E_0+i\eta) \right]^{-1} = i\hbar \frac{1}{E-H+E_0+i\eta}$$

$$G^R(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4; E) = \langle \psi_0 | a_{\nu_1} a_{\nu_2}^\dagger \frac{\hbar}{E-H+E_0+i\eta} a_{\nu_3} a_{\nu_4}^\dagger | \psi_0 \rangle$$