

1c) diventa:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = 0$$

1a) diventa:

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \phi \right) = -4\pi \rho$$

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -4\pi \rho$$

1b) diventa:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \phi \right)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \phi)$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j} + \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)$$

• Le eq. di Maxwell sono equivalenti alle equazioni 3 e 6 e 7.

Le eq. 6 e 7 legano $\vec{A}$ e ϕ alle sorgenti. In queste equazioni $\vec{A}$ e ϕ sono mescolate. Si possono scegliere degli $\vec{A}$ e ϕ che permettono di separare le due equazioni introducendo le trasformazioni di Gauge:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda \quad \text{e} \quad \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$

$\Lambda(\vec{r}, t)$ una qualsiasi funzione scalare di $\vec{r}$ e t .

L'eq. 3a diventa:

$$\vec{H} = \vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \Lambda) = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi' - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = -\vec{\nabla} \left(\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \right) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda)$$

$$= -\vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\nabla} \Lambda}{\partial t} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$