

la libertà di scelta della gauge può essere fissata imponendo condizioni su $\vec{A}$ e ϕ .

- Esempio condizione di Lorentz

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

Si può sempre trovare $\vec{A}$ e ϕ che soddisfano la 10) utilizzando una gauge.

Se
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = f \neq 0$$

posso trovare un $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$ e $\phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ tale che:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A}' - \vec{\nabla} \Lambda) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi' + \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \right) = f$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi'}{\partial t} - \nabla^2 \Lambda + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial t^2} = f$$

se
$$\square \Lambda \equiv \nabla^2 \Lambda - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial t^2} = -f$$

$\vec{A}'$ e ϕ' soddisfano la condizione di Lorentz.

- Inserendo la condizione di Lorentz 10) nell'eq. di Maxwell 6) ottengo:

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = \nabla^2 \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \square \phi = -4\pi \rho$$

Inserendo in eq. 7)

$$\square \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j} + \vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

Le eq. 12 e 13 sono le eq. di Maxwell nella gauge di Lorentz.

- La condizione di Lorentz non fissa la gauge perché è valida per tutti i Λ che soddisfano $\square \Lambda = 0$.

Il vantaggio è che la condizione di Lorentz è invariante relativistica.