

- Una restrizione alternativa è

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

(4)

detta Coulomb gauge o gauge trasversa.

L'eq. di Maxwell 6) diventa

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = \nabla^2 \phi = -4\pi \rho$$

(5)

equazione di Poisson, la cui soluzione è:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

(6)

Ricordando che:

$$\nabla^2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

(7)

$$\nabla^2 \int \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' = \int \nabla^2 \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' = -4\pi \int \rho(\vec{r}', t) \delta(\vec{r} - \vec{r}') d^3r'$$

- Il nome Coulomb gauge deriva da questo risultato che dice che ad ogni istante il potenziale ϕ è determinato dalla posizione istantanea di tutte le cariche.

Questa è una contraddizione con la relatività perché presuppone segnali che vengono scambiati istantaneamente.

Le eq. di Maxwell sono relativisticamente invarianti, di fatto il campo elettrico è dato da:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}$$

- Il potenziale vettoriale è dato da:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} &= -\frac{4\pi}{c} \vec{j} + \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \\ &= -\frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \phi \end{aligned}$$

(8)