

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' = \text{per l'eq. di continuità} =$$

$$= \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \rho(\vec{r}', t)}{\partial t} d^3r' = \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (-\vec{\nabla}' \cdot \vec{j}(\vec{r}', t)) d^3r' \quad (19)$$

Quindi

$$\square \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j} - \frac{1}{c} \vec{\nabla} \cdot \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{j}(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \quad (20)$$

• Definiamo una parte longitudinale e trasversa della corrente

$$\vec{j} = \vec{j}^t + \vec{j}^l \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{j}^t = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{j}^l = 0 \quad (21a)$$

La definizione dà

$$\vec{j}^t = \frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \quad (21b)$$

$$\vec{j}^l = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{j}(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \quad (21c)$$

Chiaramente le 21c) e 21b) soddisfano le eq. 21a).

In eq. 20) si ha:

$$\square \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} (\vec{j}^l + \vec{j}^t) + \frac{4\pi}{c} \vec{j}^l = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}^t \quad (22)$$

• Le eq. di Maxwell nella gauge di Coulomb sono:

$$\square \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}^t \quad \nabla^2 \phi = -4\pi \rho \quad (23)$$

Per una regione senza sorgenti possiamo imporre $\rho = 0$

$$\square \vec{A} = 0$$

$$\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (24)$$