

F_L e u sono speciali funzioni, combinazioni lineari di ipergeometriche confluenti (vedi Messiah).
Le relazioni sono

$$F_L(\eta, \rho) = \frac{1}{2i} (u_L^+ e^{i\sigma_L} - u_L^- e^{-i\sigma_L})$$

$$G_L(\eta, \rho) = \frac{1}{2} (u_L^+ e^{i\sigma_L} + u_L^- e^{-i\sigma_L})$$

F_L e G_L sono reali. F_L è regolare all'origine.

C'è una relazione tra $F_L \leftrightarrow j_L$ $G_L \leftrightarrow n_L$ $u_L^+ \leftrightarrow h_L^+$.

σ_L è la fase Coulombiana, data da:

$$e^{2i\sigma_L} = \frac{\Gamma(L+1+i\eta)}{\Gamma(L+1-i\eta)}$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt \quad x > 0$$

Γ funzione Γ .

Queste sono tutte funzioni ben note.

$$F_L(\eta, \rho) \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} \sin(\rho - \eta \ln \rho - \frac{\pi}{2} L + \sigma_L)$$

$$u_L^\pm(\rho) \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} e^{\pm i(\rho - \eta \ln \rho - \frac{\pi}{2} L + \sigma_L)}$$

In analogia con quanto fatto per il caso non Coulombiano

$$\psi^e(\vec{r}) = \psi_i^e(\vec{r}) + f(\theta) \frac{e^{i(kr - \eta \ln 2kr)}}{r}$$

in modo tale che σ_L assume il ruolo dello sfasamento.
Nota il termine messo in evidenza non dipende da L .
Questo è fatto per mantenere un'analogia con il caso precedente. In realtà σ_L è una costante che fissa la combinazione lineare tra onde entrante ed uscente.