

Lezione 5

Isospin

Momenti Angolari in Meccanica Quantistica

$$[J_i, J_j] = i\hbar \sum_{k=1,2,3} \epsilon_{ijk} J_k$$

$\epsilon_{ijk} = 1$ per $i = 1, j = 2, k = 3$ o permutazione ciclica

$\epsilon_{ijk} = -1$ per $i = 1, j = 3, k = 2$ o permutazione ciclica

$\epsilon_{ijk} = 0$ per due indici uguali

$$J^2|jm\rangle = j(j+1)\hbar^2|jm\rangle \quad J_z|jm\rangle = m\hbar|jm\rangle$$

j assume valori interi o semi-interi

$$-j \leq m \leq j$$

Somma momenti angolari

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$$

Autostati di $J_{1,2}^2$ e $J_{z,1,2}$

$$|j_1 m_1\rangle \quad e \quad |j_2 m_2\rangle$$

Autostato di J^2 e J_z

$$|j_1 j_2; jm\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | jm \rangle |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$$

$\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | jm \rangle$ coefficiente di Clebsch-Gordan.

$$J^2 |j_1 j_2; jm\rangle = j(j+1)\hbar^2 |j_1 j_2; jm\rangle \quad J_z |j_1 j_2; jm\rangle = m\hbar |j_1 j_2; jm\rangle$$

Due fermioni con spin 1/2

$$|j_1 m_1\rangle = |\frac{1}{2} s_1\rangle \quad e \quad |j_2 m_2\rangle = |\frac{1}{2} s_2\rangle$$

Caso J=0 Singoletto

$$\begin{aligned} |\frac{1}{2}\frac{1}{2}; 00\rangle &= \langle \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} - \frac{1}{2}|00\rangle |\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle \\ &+ \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}|00\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle \right) \end{aligned}$$

Caso J=1 Tripletto

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}; 11\rangle = \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 11 \rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$$

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}; 10\rangle = \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | 10 \rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$$

$$+ \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} | 10 \rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle \right)$$

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}; 1 - 1\rangle = \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | 1 - 1 \rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$$

$$= |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$$

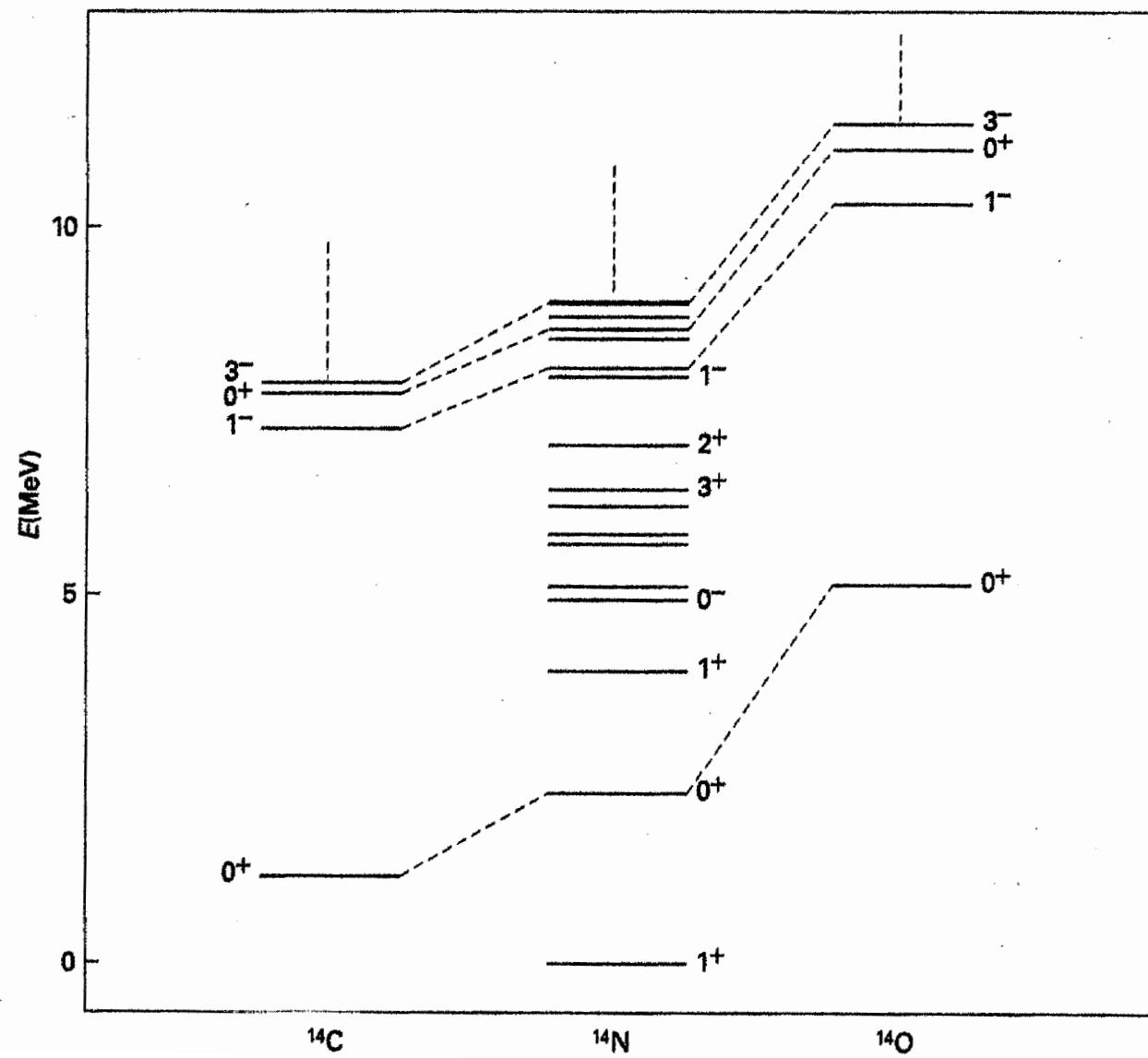
Isospin

- $m_p \simeq m_n$
- Interazione p-p, n-n e p-n identica ogni volta che è possibile il confronto (senza Coulomb)

Protone e neutrone due casi della stessa particella.

Si assegna un numero quantico detto isospin, o spin isotopico, che si comporta come un momento angolare, e nella sua terza proiezione assume due valori

$$\frac{1}{2} \text{ protone} \quad -\frac{1}{2} \text{ neutrone}$$



Spettri di eccitazione dei nuclei ^{14}C , ^{14}N e ^{14}O .

Domande

[N4-1] La figura è utilizzata per dedurre che l'isospin è un numero quantico che si comporta come un momento angolare. Spiega come si raggiunge questa conclusione.