

# Teoria delle funzioni di base correlata per la descrizione dei nuclei

Giampaolo Co'

Dipartimento di Fisica Università di Lecce  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare Sez. di Lecce

Adelchi Fabrocini  
(1951 - 2006)



- G. Co', **A. Fabrocini**, S. Fantoni and I. Lagaris  
Nucl. Phys. A549 (1992) 439
- G. Co', **A. Fabrocini**, and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A568 (1994) 73
- F.Arias de Saavedra, G.Co', **A. Fabrocini** and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A605 (1996) 219
- **A. Fabrocini**, F.Arias de Saavedra, G. Co' and P. Folgarait  
Phys. Rev. C 57 (1998) 1668
- **A. Fabrocini**, F.Arias de Saavedra and G. Co'  
Phys. Rev. C 61 (2000) 044302
- **A. Fabrocini** and G. Co'  
Phys. Rev. C 63 (2001) 044319
- F.Arias de Saavedra, G. Co' and **A. Fabrocini**  
Phys. Rev. C 63 (2001) 064308
- C. Bisconti, F.Arias de Saavedra, G. Co' and **A. Fabrocini**  
Phys. Rev. C 73 (2006) 054304

- G. Co', A. Fabrocini, S. Fantoni and I. Lagaris  
Nucl. Phys. A549 (1992) 439
- G. Co', A. Fabrocini, and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A568 (1994) 73
- F.Arias de Saavedra, G.Co', A. Fabrocini and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A605 (1996) 219
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra, G. Co' and P. Folgarait  
Phys. Rev. C 57 (1998) 1668
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra and G. Co'  
Phys. Rev. C 61 (2000) 044302
- A. Fabrocini and G. Co'  
Phys. Rev. C 63 (2001) 044319
- F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 63 (2001) 064308
- C. Bisconti, F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 73 (2006) 054304

- G. Co', A. Fabrocini, S. Fantoni and I. Lagaris  
Nucl. Phys. A549 (1992) 439
- G. Co', A. Fabrocini, and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A568 (1994) 73
- F.Arias de Saavedra, G.Co', A. Fabrocini and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A605 (1996) 219
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra, G. Co' and P. Folgarait  
Phys. Rev. C 57 (1998) 1668
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra and G. Co'  
Phys. Rev. C 61 (2000) 044302
- A. Fabrocini and G. Co'  
Phys. Rev. C 63 (2001) 044319
- F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 63 (2001) 064308
- C. Bisconti, F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 73 (2006) 054304

- G. Co', A. Fabrocini, S. Fantoni and I. Lagaris  
Nucl. Phys. A549 (1992) 439
- G. Co', A. Fabrocini, and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A568 (1994) 73
- F.Arias de Saavedra, G.Co', A. Fabrocini and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A605 (1996) 219
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra, G. Co' and P. Folgarait  
Phys. Rev. C 57 (1998) 1668
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra and G. Co'  
Phys. Rev. C 61 (2000) 044302
- A. Fabrocini and G. Co'  
Phys. Rev. C 63 (2001) 044319
- F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 63 (2001) 064308
- C. Bisconti, F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 73 (2006) 054304

- G. Co', A. Fabrocini, S. Fantoni and I. Lagaris  
Nucl. Phys. A549 (1992) 439
- G. Co', A. Fabrocini, and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A568 (1994) 73
- F.Arias de Saavedra, G.Co', A. Fabrocini and S. Fantoni  
Nucl. Phys. A605 (1996) 219
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra, G. Co' and P. Folgarait  
Phys. Rev. C 57 (1998) 1668
- A. Fabrocini, F.Arias de Saavedra and G. Co'  
Phys. Rev. C 61 (2000) 044302
- A. Fabrocini and G. Co'  
Phys. Rev. C 63 (2001) 044319
- F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 63 (2001) 064308
- **C. Bisconti**, F.Arias de Saavedra, G. Co' and A. Fabrocini  
Phys. Rev. C 73 (2006) 054304

## Scopo del lavoro

Descrizione del nucleo come sistema non relativistico di particelle interagenti

# Introduzione

## Scopo del lavoro

Descrizione del nucleo come sistema non relativistico di particelle interagenti

Raimondo Anni

Vale la pena darsi tanto da  
fare per risolvere  
un'equazione sbagliata con  
gradi di libertà sbagliati ?

Traduzione

# Introduzione

## Scopo del lavoro

Descrizione del nucleo come sistema non relativistico di particelle interagenti

## Raimondo Anni

Vale la pena darsi tanto da fare per risolvere un'equazione sbagliata con gradi di libertà sbagliati ?

## Traduzione

Equazione sbagliata:  
di Schrödinger

# Introduzione

## Scopo del lavoro

Descrizione del nucleo come sistema non relativistico di particelle interagenti

### Raimondo Anni

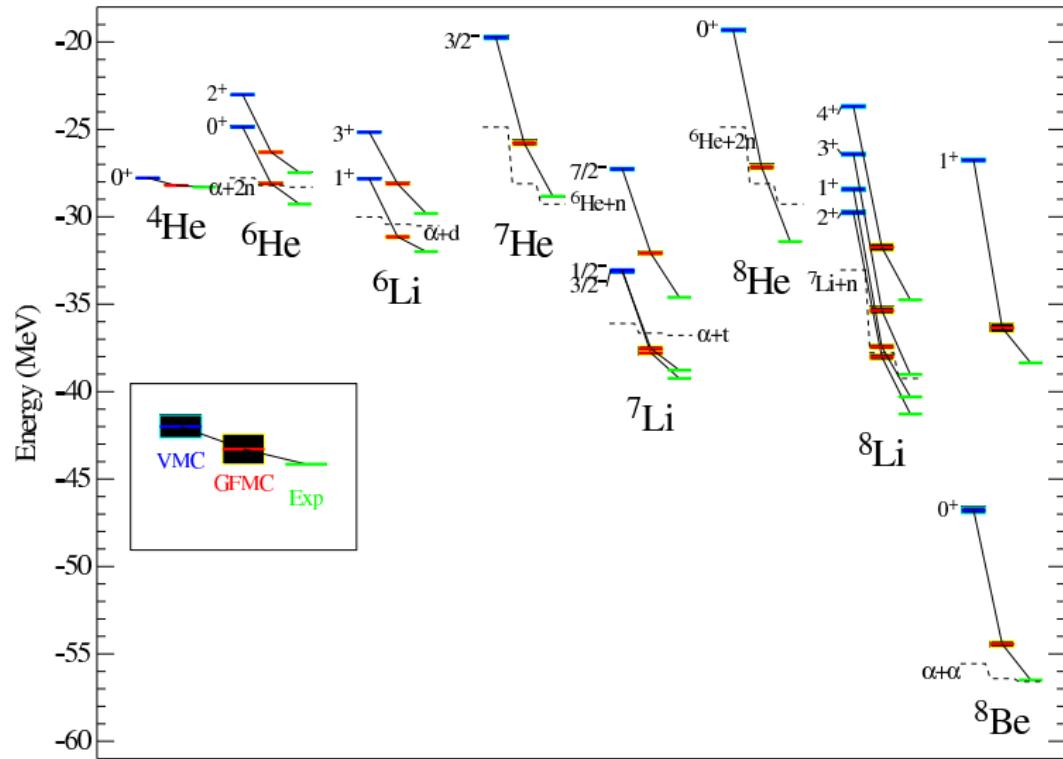
Vale la pena darsi tanto da fare per risolvere un'equazione sbagliata con gradi di libertà sbagliati ?

### Traduzione

Equazione sbagliata:  
di Schrödinger  
Gradi di libertà sbagliati:  
nucleoni

# Introduzione

S.C. Pieper and R.B. Wiringa, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 51 (2001) 53.



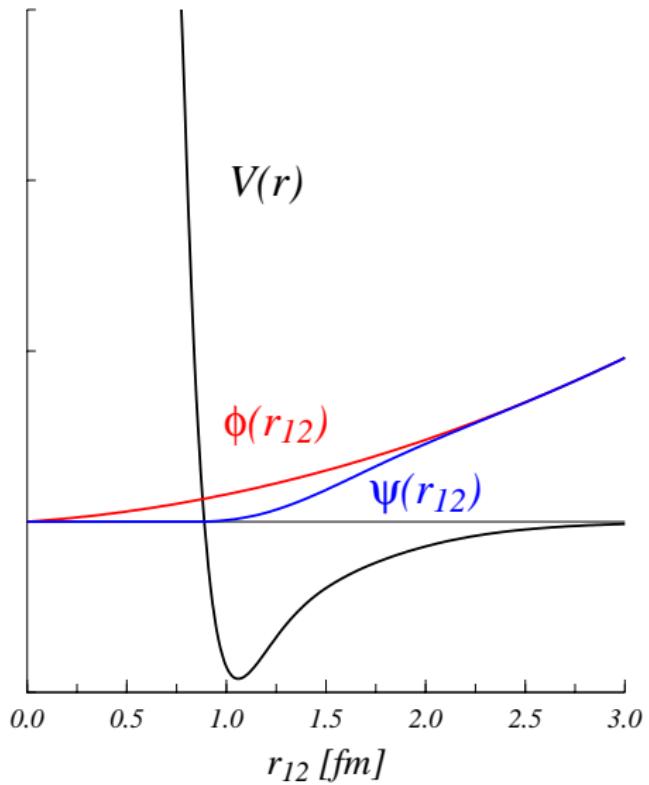
# Introduzione

Numero di configurazioni di spin e isospin per alcuni nuclei.

$$N_{conf} = 2^A \frac{A!}{Z!(A-Z)!}$$

Nucleo	Z	N=A-Z	$N_{conf}$
$^3He$	2	1	24
$^4He$	2	2	96
$^6He$	2	4	960
$^6Li$	3	3	1280
$^8He$	2	6	7168
$^{12}C$	6	6	3,784,704
$^{16}O$	8	8	$8.4 \cdot 10^8$
$^{40}Ca$	20	20	$1.5 \cdot 10^{23}$
$^{48}Ca$	20	28	$4.7 \cdot 10^{27}$

# Introduzione



- Sistemi bosonici infiniti (HNC).
- Sistemi fermionici infiniti (FHNC).
- Correlazioni dipendenti dall'operatore (FHNC/SOC).
- Nuclei (RFHNC/SOC).
- Energie di legame, distribuzioni di carica e di momento, fattori spettroscopici, funzioni d'onda di quasi-particella per  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

- Sistemi bosonici infiniti (HNC).
- Sistemi fermionici infiniti (FHNC).
- Correlazioni dipendenti dall'operatore (FHNC/SOC).
- Nuclei (RFHNC/SOC).
- Energie di legame, distribuzioni di carica e di momento, fattori spettroscopici, funzioni d'onda di quasi-particella per  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

- Sistemi bosonici infiniti (HNC).
- Sistemi fermionici infiniti (FHNC).
- Correlazioni dipendenti dall'operatore (FHNC/SOC).
- Nuclei (RFHNC/SOC).
- Energie di legame, distribuzioni di carica e di momento, fattori spettroscopici, funzioni d'onda di quasi-particella per  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

- Sistemi bosonici infiniti (HNC).
- Sistemi fermionici infiniti (FHNC).
- Correlazioni dipendenti dall'operatore (FHNC/SOC).
- Nuclei (RFHNC/SOC).
- Energie di legame, distribuzioni di carica e di momento, fattori spettroscopici, funzioni d'onda di quasi-particella per  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

- Sistemi bosonici infiniti (HNC).
- Sistemi fermionici infiniti (FHNC).
- Correlazioni dipendenti dall'operatore (FHNC/SOC).
- Nuclei (RFHNC/SOC).
- Energie di legame, distribuzioni di carica e di momento, fattori spettroscopici, funzioni d'onda di quasi-particella per  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

## Principio Variazionale

$$\delta E[\Psi] = \delta \left[ \frac{<\Psi|H|\Psi>}{<\Psi|\Psi>} \right] = 0$$

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = F(1, 2, \dots, A)\Phi(1, 2, \dots, A)$$

$$F(1, 2, \dots, A) = \prod_{i < j} f(r_{ij})$$

## Funzione di distribuzione a due corpi

$$g(x_1, x_2) = \frac{A(A-1) \int dx_3 \dots dx_A \Psi^*(x_1, x_2, \dots, x_A) \Psi(x_1, x_2, \dots, x_A)}{\rho^2 \int dx_1 dx_2 \dots dx_A \Psi^*(x_1, \dots, x_A) \Psi(x_1, \dots, x_A)}$$
$$\langle O \rangle = \frac{1}{2} \rho^2 \int dx_1 dx_2 g(x_1, x_2) O(x_1, x_2)$$

$$g(x_1, x_2) = \frac{A(A-1) \int dx_3 \dots dx_A \Phi^*(x_1, \dots, x_A) F^* F \Phi(x_1, \dots, x_A)}{\rho^2 \int dx_1 dx_2 \dots dx_A \Phi^*(x_1, \dots, x_A) F^* F \Phi(x_1, \dots, x_A)}$$

Numeratore

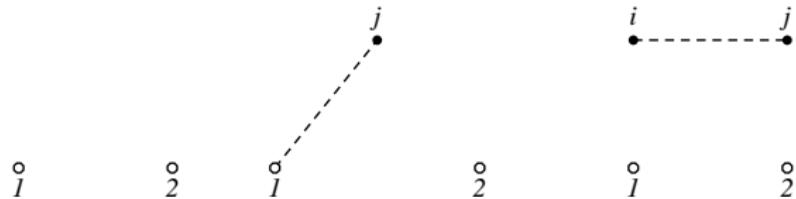
$$\mathcal{N} = A(A-1) \int dx_3 dx_4 \dots dx_A \frac{\rho^{A-2}}{A^A} \prod_{i < j} f^2(r_{ij})$$

$$f^2(r_{ij}) = 1 + h(r_{ij})$$

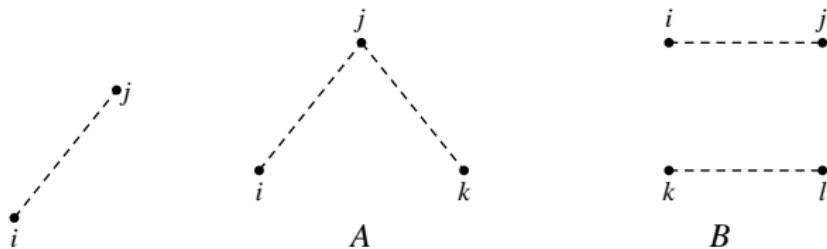
$$\prod_{i < j} f^2(r_{ij}) = f^2(r_{12})[1 + h(r_{13})][1 + h(r_{14})] \dots [1 + h(r_{34})] \dots$$

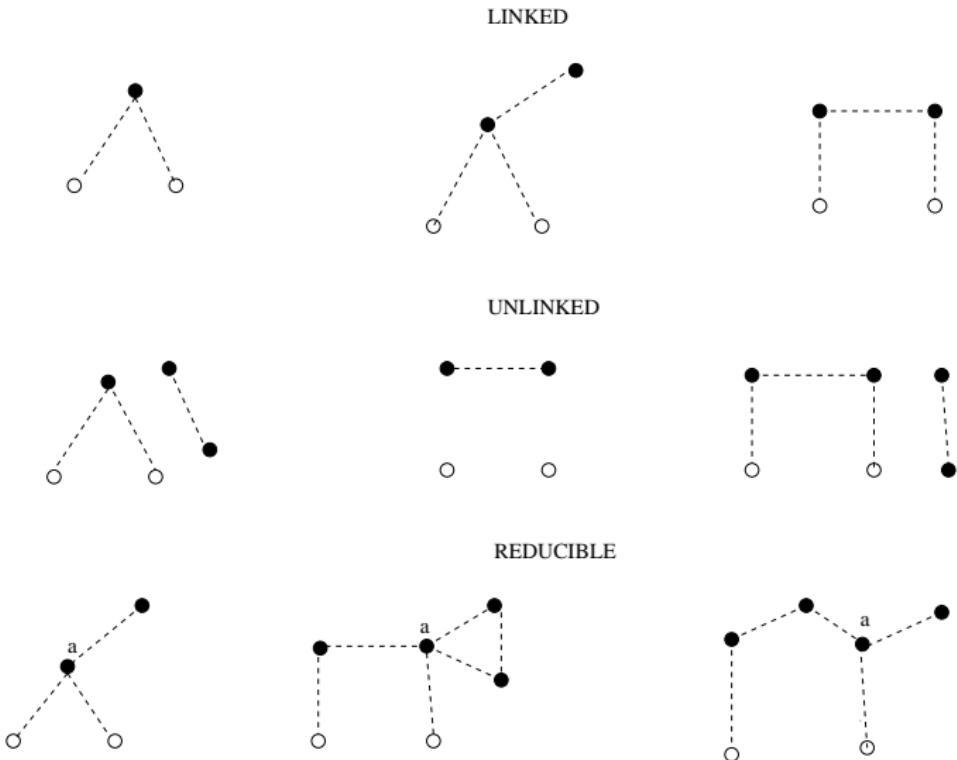
$$\mathcal{N} \sim f^2(r_{12}) \left[ 1 + \mathcal{A} \sum_{j>2} \int dx_j h(r_{1j}) + \mathcal{B} \sum_{j>i>2} \int dx_i dx_j h(r_{ij}) + \dots \right]$$

$$\mathcal{N} \sim f^2(r_{12}) \left[ 1 + \mathcal{A} \sum_{j>2} \int dx_j h(r_{1j}) + \mathcal{B} \sum_{j>i>2} \int dx_i dx_j h(r_{ij}) + \dots \right]$$



Denominatore

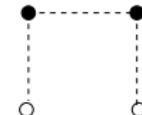
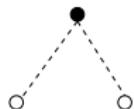




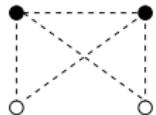
IRREDUCIBLE

SIMPLE

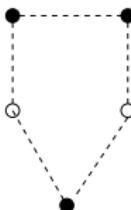
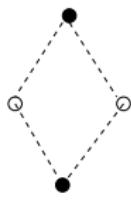
NODALS



ELEMENTARY



COMPOSITE



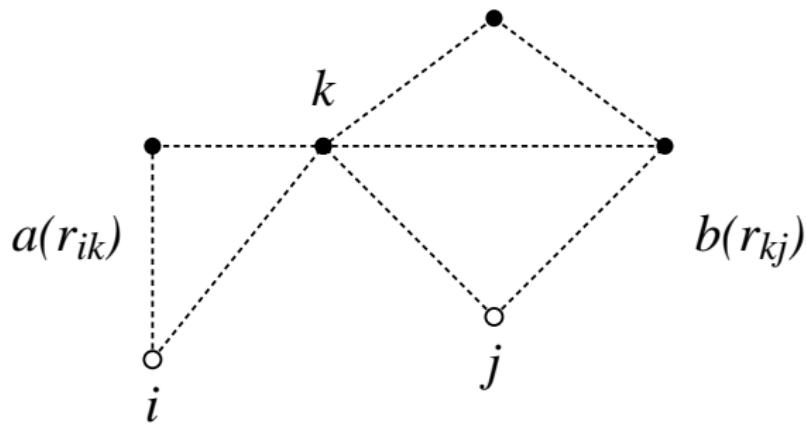
$$g(r_{12}) = f^2(r_{12}) [1 + S(r_{12}) + C(r_{12})]$$

$$C(r_{12}) = \frac{S^2(r_{12})}{2!} + \frac{S^3(r_{12})}{3!} + \frac{S^4(r_{12})}{4!} + \dots$$

$$\begin{aligned} g(r_{12}) &= f^2(r_{12}) \left[ 1 + S(r_{12}) + \frac{S^2(r_{12})}{2!} + \frac{S^3(r_{12})}{3!} + \dots \right] \\ &= f^2(r_{12}) e^{S(r_{12})} \end{aligned}$$

$$S(r_{ij}) = N(r_{ij}) + E(r_{ij})$$

## Costruzione dei diagrammi nodali



$$\int d\vec{r}_k a(r_{ik}) b(r_{kj}) \equiv (a(r_{ik}) | b(r_{kj}))$$

## Equazioni HNC

$$\begin{aligned}g(r_{12}) &= f^2(r_{12}) e^{N(r_{12}) + E(r_{12})} \\&= [1 + h(r_{12})] [1 + N(r_{12}) + E(r_{12}) + \dots] \\&= [1 + N(r_{12}) + X(r_{12})]\end{aligned}$$

$$X(r_{12}) = g(r_{12}) - 1 - N(r_{12})$$

$$N(r_{12}) = \left( X(r_{1k}) | \rho(\mathbf{r}_k) [N(r_{k2}) + X(r_{k2})] \right)$$

## Equazioni HNC

$$\begin{aligned}g(r_{12}) &= f^2(r_{12}) e^{N(r_{12}) + E(r_{12})} \\&= [1 + h(r_{12})] [1 + N(r_{12}) + E(r_{12}) + \dots] \\&= [1 + N(r_{12}) + X(r_{12})]\end{aligned}$$

$$X(r_{12}) = g(r_{12}) - 1 - N(r_{12})$$

$$N(r_{12}) = \left( X(r_{1k}) | \rho(\mathbf{r}_k) [N(r_{k2}) + X(r_{k2})] \right)$$

Valori di partenza:

$$N(r_{12}) = 0 \quad X(r_{12}) = f^2(r_{12}) - 1 = h(r_{12})$$

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ➊ Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ➋ Eliminazione diagrammi non connessi
- ➌ Eliminazione diagrammi riducibili
- ➍ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ➎ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ➊ Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ➋ Eliminazione diagrammi non connessi
- ➌ Eliminazione diagrammi riducibili
- ➍ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ➎ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ➊ Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ➋ Eliminazione diagrammi non connessi
- ➌ Eliminazione diagrammi riducibili
- ➍ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ➎ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ➊ Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ➋ Eliminazione diagrammi non connessi
- ➌ Eliminazione diagrammi riducibili
- ➍ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ➎ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ Eliminazione diagrammi riducibili
- ④ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ Eliminazione diagrammi riducibili
- ④ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

## I passi per ottenere le equazioni HNC

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ Eliminazione diagrammi riducibili
- ④ Diagrammi composti sono somma di potenze di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione **chiusa** per il calcolo dei nodali

I diagrammi elementari sono inseriti singolarmente  
(uno per volta).

## Determinanti di Slater

$$\Phi(x_1, \dots, x_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_1(x_2) & \dots & \phi_1(x_A) \\ \phi_2(x_1) & \phi_2(x_2) & \dots & \phi_2(x_A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_A(x_1) & \phi_A(x_2) & \dots & \phi_A(x_A) \end{vmatrix}$$

$$|\Phi(1, 2, \dots, A)|^2 = \begin{vmatrix} \rho_0(x_1, x_1) & \rho_0(x_1, x_2) & \dots & \rho_0(x_1, x_A) \\ \rho_0(x_2, x_1) & \rho_0(x_2, x_2) & \dots & \rho_0(x_2, x_A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_0(x_A, x_1) & \rho_0(x_A, x_2) & \dots & \rho_0(x_A, x_A) \end{vmatrix}$$

$$\rho_0(x_i, x_j) = \sum_a \phi_a^*(x_i) \phi_a(x_j)$$

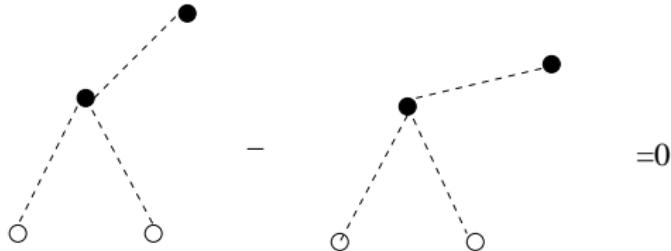
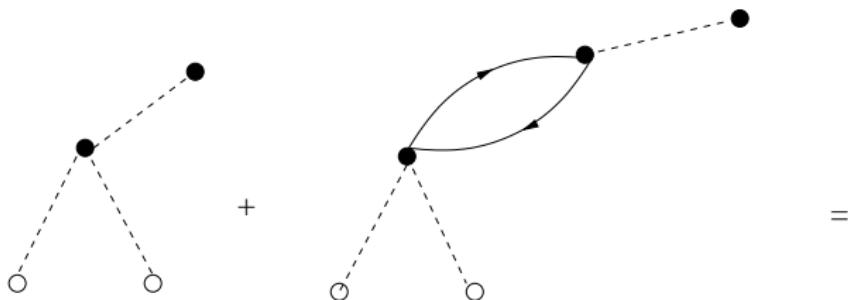
$$\int dx_j \rho_0(x_i, x_j) \rho_0(x_j, x_k) = \rho_0(x_i, x_k)$$

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ Eliminazione diagrammi riducibili

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**

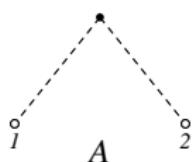
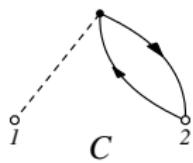
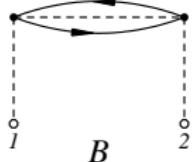
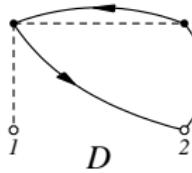
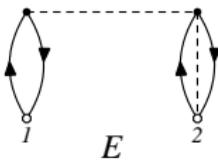
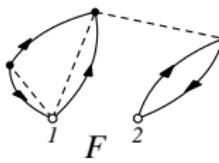
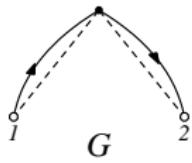
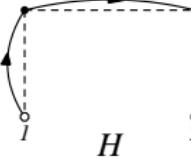
Sistema infinito di fermioni  
Invarianza traslazionale



- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**
- ④ Diagrammi composti sono somma di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione chiusa per il calcolo dei nodali

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**
- ④ Diagrammi composti sono somma di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione chiusa per il calcolo dei nodali

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**
- ④ Diagrammi composti sono somma di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione chiusa per il calcolo dei nodali

 $N_{dd}$  $N_{de}$  $B$  $D$  $E$  $N_{ee}$  $F$  $G$  $N_{cc}$  $H$

Interazione nucleone-nucleone realistica:

$$V(x_{ij}) = \sum_{p=1}^8 V_p(r_{ij}) O_{ij}^p$$

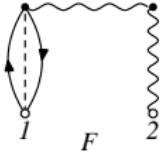
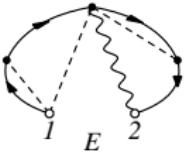
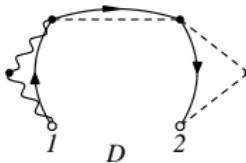
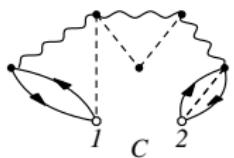
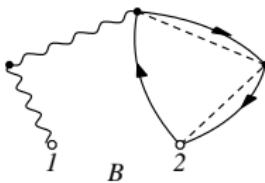
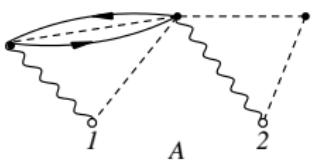
$$O_{ij}^{p=1,8} = 1, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j, (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), S_{ij}, S_{ij}(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j),$$

$$\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}_{ij}, \mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}_{ij}(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j).$$

$$S_{ij} = 3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}) - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j$$

$$\mathcal{F}(1, \dots, A) = \mathcal{S}\left( \prod_{j>i=1}^A F_{ij} \right) = \mathcal{S}\left[ \prod_{j>i=1}^A \sum_{p=1}^6 f_p(r_{ij}) O_{ij}^p \right]$$

## Single Operator Chain



## Approssimazioni nei calcoli FHNC/SOC

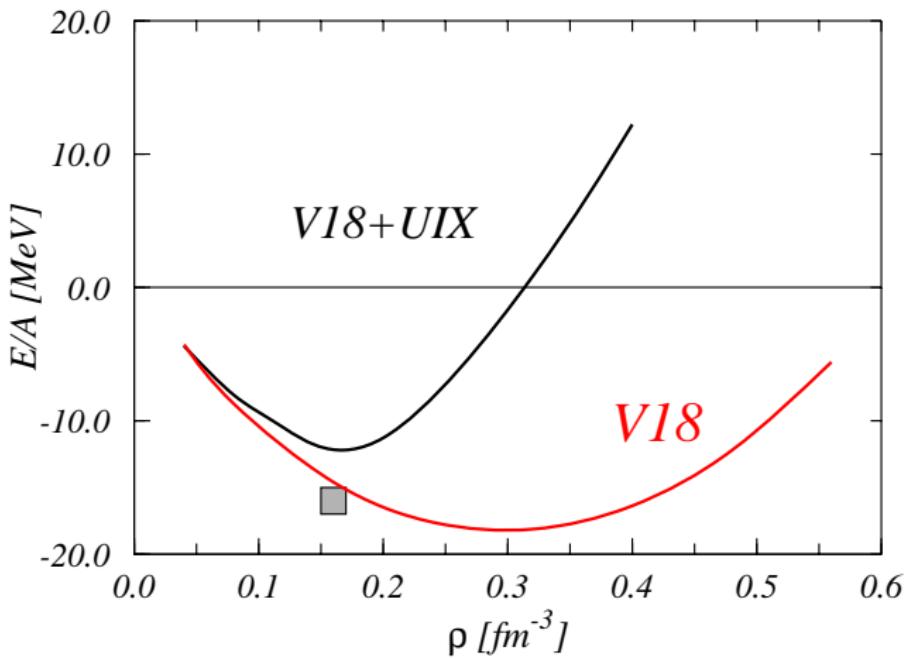
- Principio varazionale
- Diagrammi elementari esclusi
- Si considerano solo catene con un solo operatore (SOC)

## Approssimazioni nei calcoli FHNC/SOC

- Principio variazionale
- Diagrammi elementari esclusi
- Si considerano solo catene con un solo operatore (SOC)

## Approssimazioni nei calcoli FHNC/SOC

- Principio variazionale
- Diagrammi elementari esclusi
- Si considerano solo catene con un solo operatore (SOC)

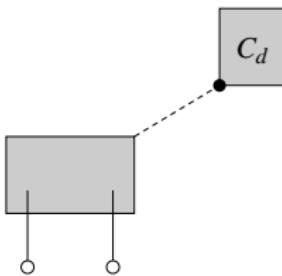


Akmal, Pandharipande, Ravenhall, PRC 58 (1998) 1804, Tab. VI

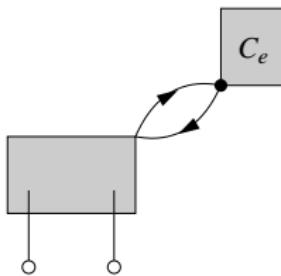
## Sistemi nucleari finiti

- ① Sviluppo in cluster della funzione di distribuzione a due corpi
- ② Eliminazione diagrammi non connessi
- ③ **Eliminazione diagrammi riducibili**
- ④ Diagrammi composti sono somma di nodali ed elementari
- ⑤ Espressione chiusa per il calcolo dei nodali

# Nuclei



*A*



*B*

$$C_d = \bullet + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \dots$$

$$C_e = \bullet + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} + \dots$$

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

## Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

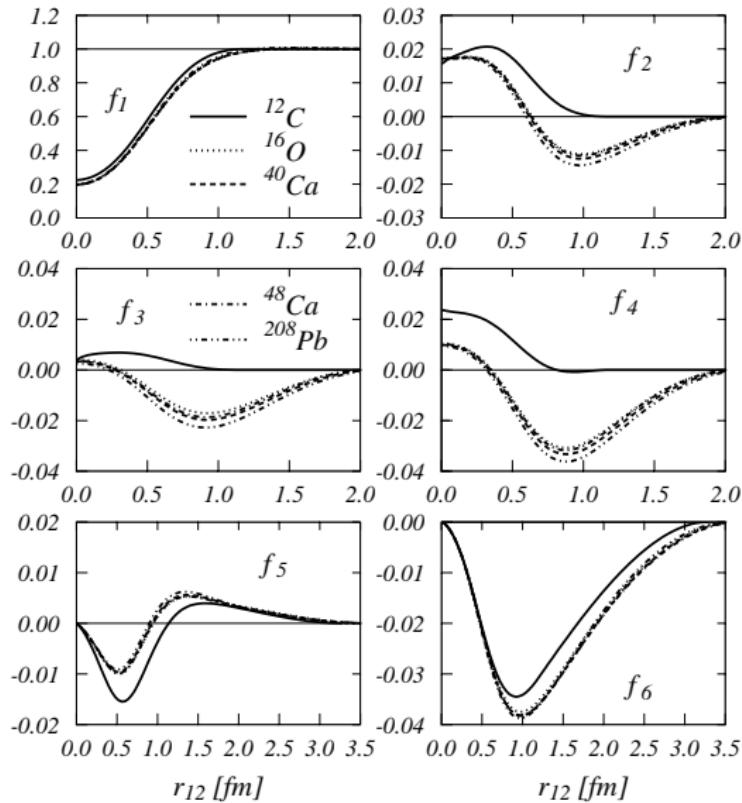
- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

Nuclei doppio magici (simmetria sferica e chiusura di shell)

- Protoni e neutroni con diverse  $\phi$
- Accoppiamento  $jj$
- Potenziali Argonne V8' + Urbana IX e Urbana V14 troncato + Urbana VI
- Correlazioni fino a  $p = 6$  (tensore-tau)
- Minimizzazione sulla correlazione con due parametri una healing distance per le correlazioni centrali e una per quelle tensoriali.
- Minimizzazione sulle  $\phi$  per  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$
- Calcoli per i nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

# Risultati

## Correlazioni

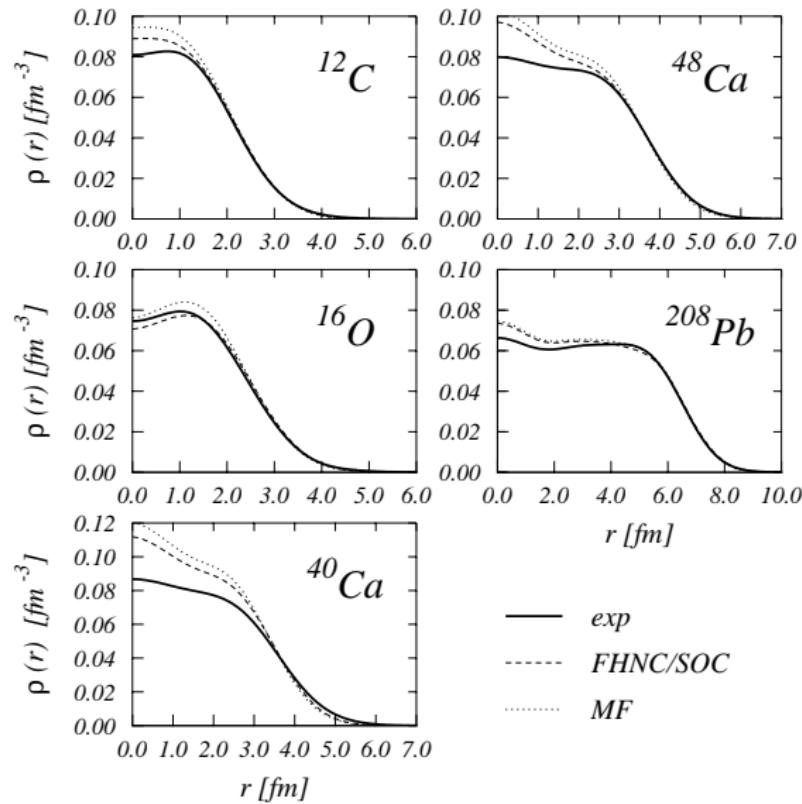


# Risultati

		$^{12}\text{C}$	$^{16}\text{O}$	$^{40}\text{Ca}$	$^{48}\text{Ca}$	$^{208}\text{Pb}$
$v'_8 + UIX$	$T$	27.13	32.33	41.06	39.64	39.56
	$V_{2-body}^6$	-29.13	-38.15	-48.97	-46.60	-48.43
	$V_{LS}$	-0.51	-0.70	-0.85	-0.79	-0.80
	$V_{Coul}$	0.67	0.86	1.96	1.57	3.97
	$T + V(2)$	<b>-1.84</b>	<b>-5.66</b>	<b>-6.83</b>	<b>-6.24</b>	<b>-5.80</b>
	$V_{3-body}$	0.66	0.86	1.76	1.61	1.91
	$E$	<b>-1.17</b>	<b>-4.80</b>	<b>-5.05</b>	<b>-4.62</b>	<b>-3.78</b>
$v_{14} + UVII$	$T$	24.63	29.25	37.70	36.47	36.48
	$V_{2-body}^6$	-27.08	-35.84	-47.16	-44.86	-46.87
	$V_{LS}$	-0.06	-0.10	-0.10	-0.09	-0.08
	$V_{Coul}$	0.68	0.88	2.02	1.59	4.03
	$T + V(2)$	<b>-1.83</b>	<b>-5.81</b>	<b>-7.54</b>	<b>-6.89</b>	<b>-6.44</b>
	$V_{3-body}$	0.54	0.69	1.28	1.15	1.41
	$E$	<b>-1.29</b>	<b>-5.12</b>	<b>-6.26</b>	<b>-5.74</b>	<b>-5.03</b>
	$E_{exp}$	<b>-7.68</b>	<b>-7.97</b>	<b>-8.55</b>	<b>-8.66</b>	<b>-7.86</b>

# Risultati

## Densità di carica



Distribuzione dei momenti:

$$n(\vec{k}) = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}'_1 \rho(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}'_1)}$$

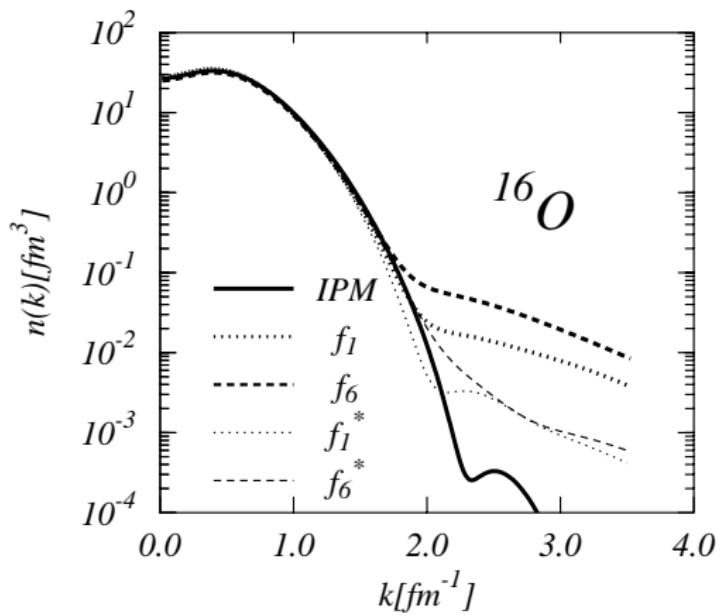
Matrice densità a un corpo:

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) = \int d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 \dots d\vec{r}_A \Psi^\dagger(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A) \Psi(\vec{r}'_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A)$$

Modello a particelle indipendenti:

$$\rho_0(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) = \sum_i \phi_i^*(\vec{r}_1) \phi_i(\vec{r}'_1)$$

## Distribuzione dei momenti



Matrice densità a due corpi:

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \int d\vec{r}_3 \dots d\vec{r}_A \Psi^\dagger(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A) \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A)$$

Modello a particelle indipendenti:

$$\rho_0(\vec{r}_1) \rho_0(\vec{r}_2) = \sum_{ij} \phi_i^*(\vec{r}_1) \phi_i(\vec{r}_1) \phi_j^*(\vec{r}_2) \phi_j(\vec{r}_2)$$

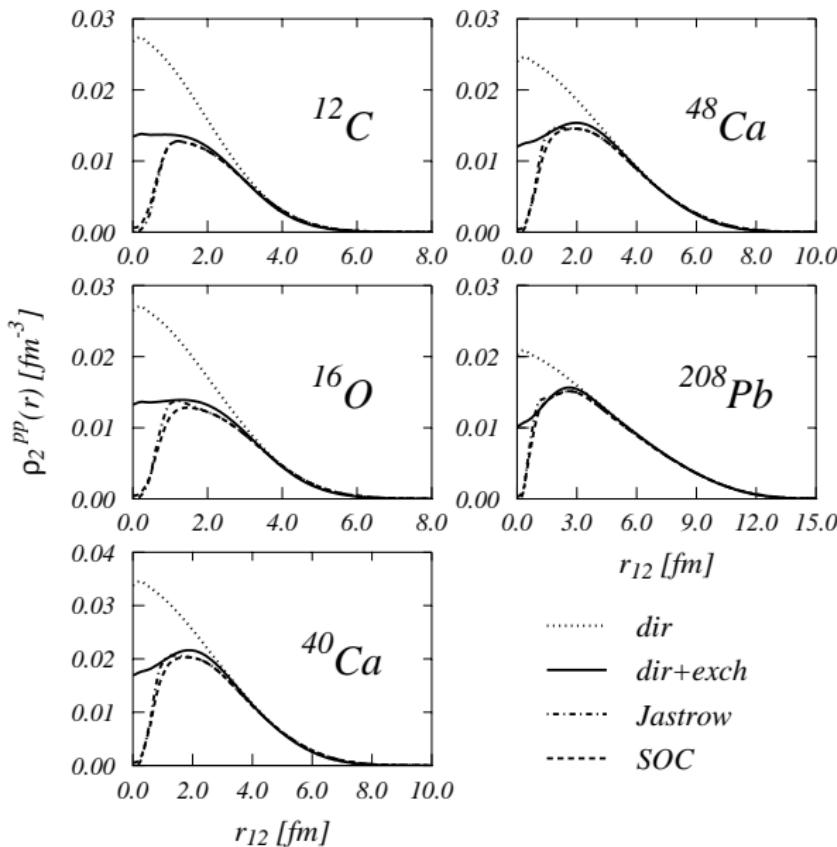
con Pauli

$$\rho_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{ij} [\phi_i^*(\vec{r}_1) \phi_j^*(\vec{r}_2) \phi_i(\vec{r}_1) \phi_j(\vec{r}_2) - \phi_i^*(\vec{r}_1) \phi_j^*(\vec{r}_2) \phi_i(\vec{r}_2) \phi_j(\vec{r}_1)]$$

$$\rho(r_{12}) = \int d\vec{R}_{12} \rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) ; \quad r_{12} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| ; \quad \vec{R}_{12} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)/2$$

# Risultati

## Densità a due corpi



# Risultati

Funzione d'onda di buco

$$\psi_h(x) = \frac{<\Psi_h(A-1)|\delta(x - x_A)|\Psi(A)>}{<\Psi_h(A-1)|\Psi_h(A-1)>^{\frac{1}{2}} <\Psi(A)|\Psi(A)>^{\frac{1}{2}}}$$

Fattori spettroscopici

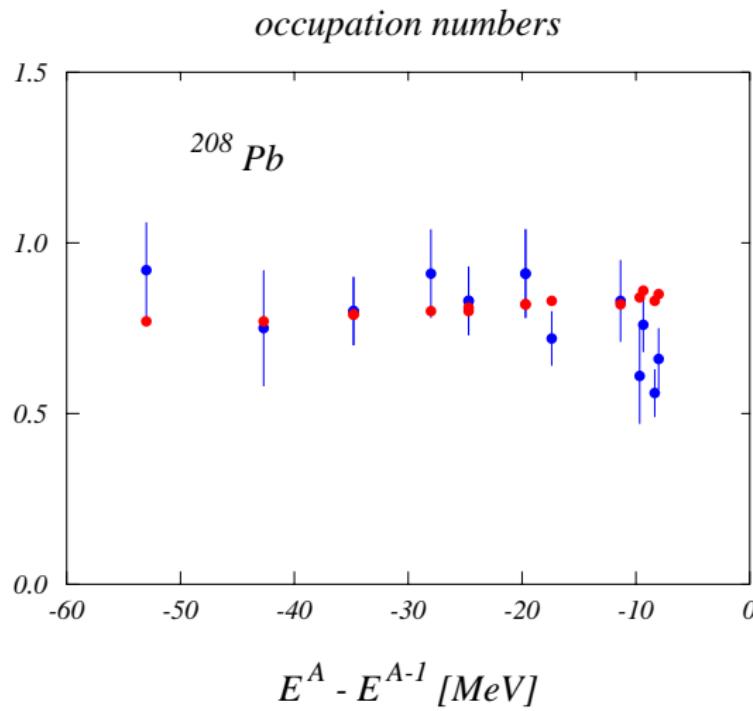
$$S_h = \int dr r^2 |\psi_h(r)|^2$$

Particelle indipendenti

$$\psi_h(x) = \phi_h(x) \quad S_h = 1$$

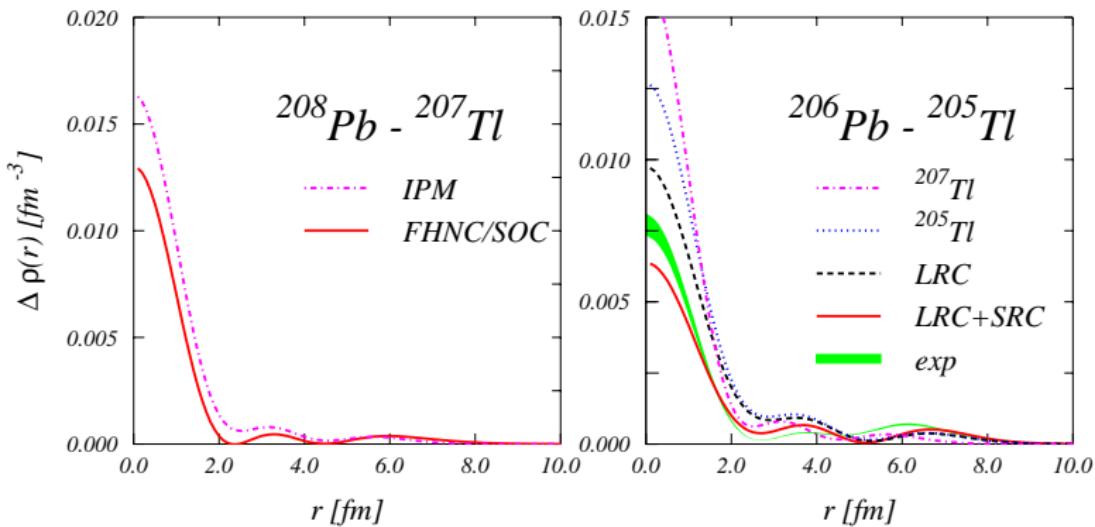
# Risultati

## Fattori spettroscopici



Data: M. F. van Batenburg, Ph.D. Thesis Utrecht (Nederlands) (2001)

# Risultati



# Conclusioni

Raimondo Anni

Vale la **pena** darsi tanto da  
fare per risolvere  
un'equazione sbagliata con  
gradi di libertà sbagliati ?

Risposte

# Conclusioni

Raimondo Anni

Vale la **pena** darsi tanto da  
fare per risolvere  
un'equazione sbagliata con  
gradi di libertà sbagliati ?

Risposte

- 1) Ci sono fenomeni che nessuna modellizzazione con interazioni effettive può descrivere.

# Conclusioni

Raimondo Anni

Vale la **pena** darsi tanto da fare per risolvere un'equazione sbagliata con gradi di libertà sbagliati ?

Risposte

- 1) Ci sono fenomeni che nessuna modellizzazione con interazioni effettive può descrivere.
- 2) Informazioni sull'interazione.