

IL METODO DI FADDEEV-YAKUBOVSKI

SOMMARIO

- 1 AGS per rendere trasparente la fisica
- 2 Lo stato legato 3N
- 3 Il calcolo in presenza di **externals**

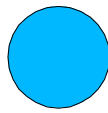
IL METODO DI FADDEEV-YAKUBOVSKI (ILLUMINATO DALLE RIFLESSIONI DI SANDHAS)

L. Canton- INFN Padova *

*Lezioni per la scuola nazionale di Dottorato in Fisica Nucleare,
Otranto, Giugno 2005



Il problema e' quello di costruire una teoria quantistica nonrelativistica delle collisioni a multi-corpi (3, 4, etc). C'è una lunga storia, molte vie, molta matematica, è un problema molto tecnico, difficile da spiegare. Molti ricercatori contribuirono. Faddeev ebbe il merito di risolvere il problema dello scattering a tre corpi su basi matematiche rigorose. Yakubosvski mostrò come andava generalizzate il metodo di Faddeev al caso di $N > 3$. Sandhas ebbe il merito di coglierne il significato fisico profondo, mostrando che il metodo raggiunge la soluzione risolvendo eternamente il problema della collisione di due oggetti.



Incomincio da 2, guardando a N

Il problema dei due corpi trova (una) sua naturale formulazione nell'ambito dello sviluppo di Dyson della matrice S.

$$\Psi(+\infty) = S\Psi(-\infty) \quad (1)$$

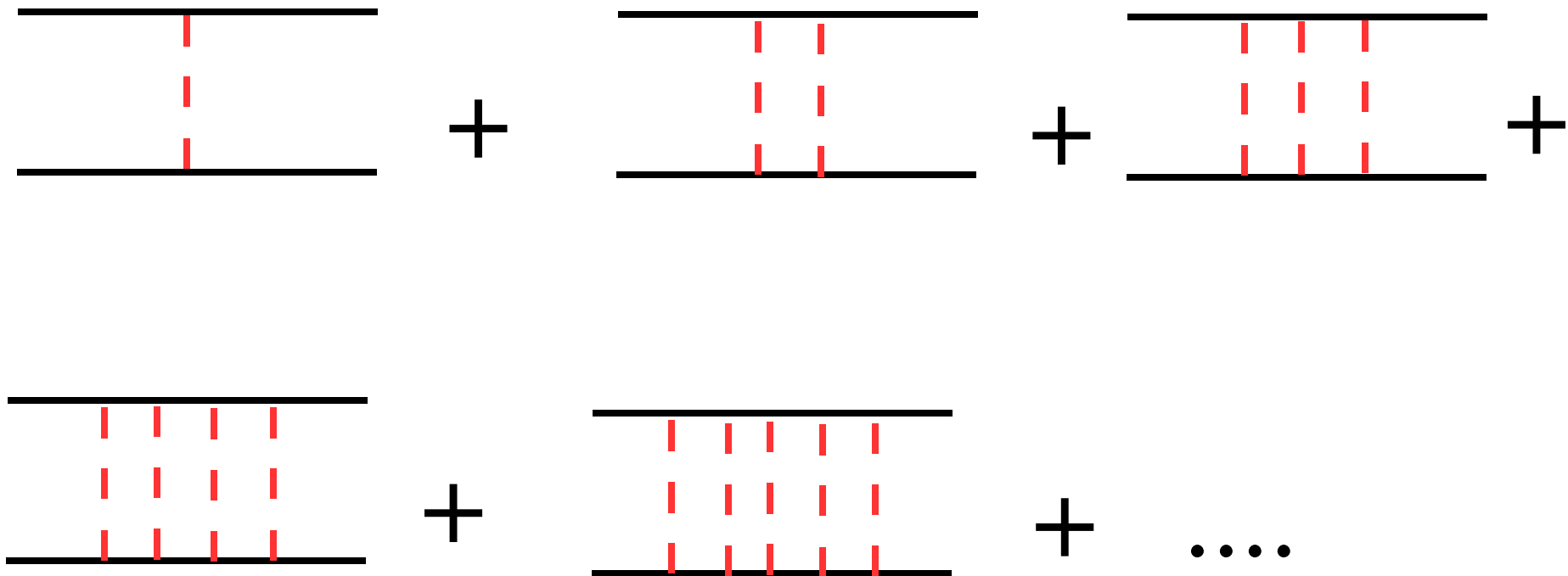
In formulazione stazionaria, lo sviluppo di Dyson diventa

$$\begin{aligned} S &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} S^{(n)} \\ &= 1 - \delta(E_{in} - E_{out})2\pi i [\quad < \phi_{out} | V | \phi_{in} > + \\ &\quad < \phi_{out} | V \frac{1}{E_{in} - H_o + i\epsilon} V | \phi_{in} > + \\ &\quad < \phi_{out} | V \frac{1}{E_{in} - H_o + i\epsilon} V \frac{1}{E_{in} - H_o + i\epsilon} V | \phi_{in} > + \\ &\quad \dots] \end{aligned}$$



La serie di scattering multiplo (N=2)

$T =$



La determinazione del problema di collisione corrisponde alla risommazione dell'intera serie di scattering multiplo.

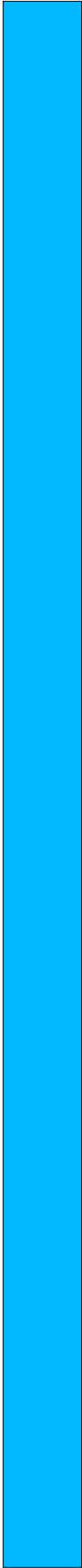
Nel caso di due corpi interagenti attraverso il potenziale V , l'intera serie di scattering multiplo puo' venire risommata attraverso l'equazione di Lippmann-Schwinger

$$t = V + VG_0(E^+)t$$

$$t = V + V\frac{1}{E - H_o + i\epsilon}t$$

Lo sviluppo di Dyson per la matrice S vale anche per $N > 2$.
 Scriviamone l'Hamiltoniano tipo

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i} [\Pi_k \delta(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}'_k)] + \sum_{i>j} V_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, \mathbf{p}'_i - \mathbf{p}'_j) [\Pi_{k \neq i,j} \delta(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}'_k)]. \tag{2}$$

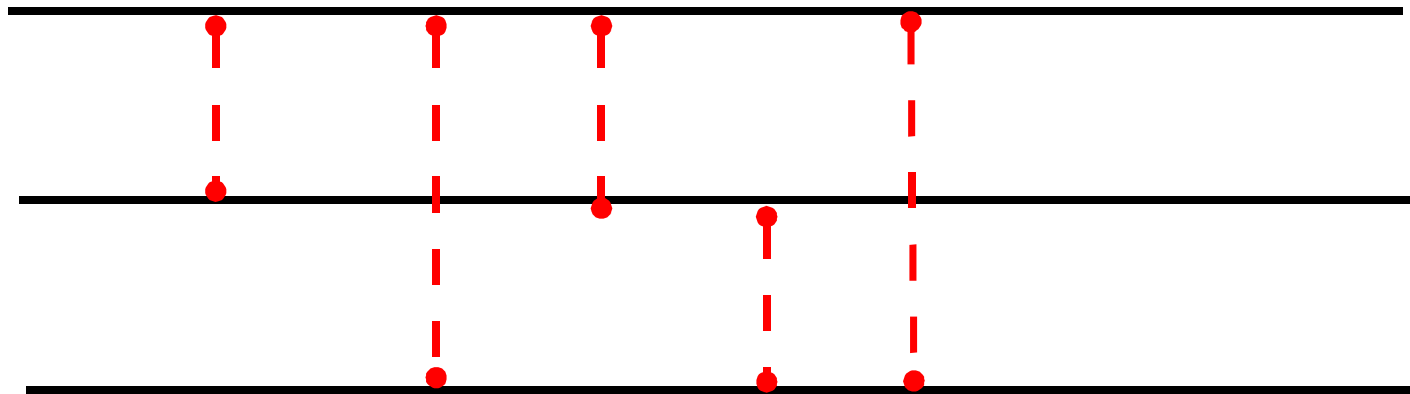


Nel caso dei due corpi, introdotte le coordinate relativa e di CM, $\mathbf{k} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$ $\mathbf{P}_{tot} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, si può *sfilare* la coordinata del CM dall'equazione di LS:

$$T(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; E) = V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + \int V(\mathbf{k}, \mathbf{k}'') \frac{d\mathbf{k}''}{E - \frac{k''^2}{2\mu} + i\epsilon} T(\mathbf{k}'', \mathbf{k}'; E) \quad (3)$$

ottenendo una equazione risolvibile.

Ma l'eq. di LS per $N > 2$ non porge soluzioni univoche. Il motivo sta nell'impossibilità di sfilare le infinite $\delta(p - p')$ che compaiono nello sviluppo di Dyson. Matematicamente: $T = V + VG_oT$ non ha il kernel connesso. È un disastro.



- Il fatto che per $N > 2$ l'eq. di LS non porta a soluzioni univoche era noto sin dal 1957 (Foldy-Tobocman).
- 1960 Faddeev propose la soluzione matematicamente corretta, che però funziona solo per $N = 3$. Per $N > 3$, l'eq. di F non porta a soluzioni univoche.
- 1964 Weinberg propose una singola equazione per N corpi a kernel connesso.
- 1966 Yakubovski mostrò come si generalizzano le equazioni di Faddeev.
- 1966 Federbush mostrò che il kernel di Weinberg è iperconnesso e porta a soluzioni spurie.
- 1967 Sandhas (con Alt e Grassberger) introdusse la formulazione AGS ad operatori simmetrici di transizione del problema a tre e N corpi.

(Il resto ... è una questione di puro calcolo).



Il problema dello scattering $N \rightarrow N$ si riconduce al problema di risommazione della serie di scattering multiplo (Dyson). Formalmente, si può riscrivere l'eq. di LS, dove $T(\equiv T^{(N)})$ rappresenta tutti i processi $N \rightarrow N$ risommati, però non si può risolvere direttamente.

La soluzione: scrivere l'ampiezza $T^{(N)}$ in funzione delle nuove ampiezze $T^{(N-1)}$, e poi riscrivere $T^{(N-1)}$ in funzione di nuove ampiezze incognite $T^{(N-2)}$ e così via ... fino a $T^{(2)}$ che *finalmente* si può risolvere (perchè ha il kernel connesso dopo N-1 iterazioni).

$$T^{(N)} = F_1(T^{(N-1)}) = \dots$$

$$\dots F_1(F_2(T^{(N-2)})) = F_1(F_2(F_3(T^{(N-3)})))$$

$$\dots = F_1(F_2(\dots(F_{(N-2)}(T^{(2)}))\dots))$$



Connesso!

● Proviamo con 3

Parto da $T^{(3)}$ che rappresenta l'insieme dei processi $3 \rightarrow 3$. Considero i sottosistemi a due corpi: $(12)3$; $(23)1$; $(31)2$. Le possibili partizioni del sistema in 2 clusters: a . Posso scrivere

$$1) \quad V = \sum_a V_a$$

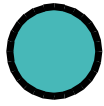
$$2) \quad t_a = V_a + V_a G_o t_a$$

$$3) \quad T = \sum_a t_a + \sum_{a,b} t_a G_o U_{ab} G_o t_a$$

$$4) \quad T = V + V G_o T$$

Si può dimostrare che, affinché le quattro equazioni siano compatibili, U_{ab} deve soddisfare alla seguente equazione:





$$U_{ab} = G_o^{-1} \bar{\delta}_{ab} + \sum_c \bar{\delta}_{ac} t_c G_o U_{cb} \quad (1)$$

Equazione AGS (tipo Faddeev) per lo scattering.

PROPRIETA'

- 1) la loro forma omogenea è equivalente all'eq. di Schroedinger.
- 2) Dopo un'iterazione hanno KC, e pertanto sono in pratica eq. Fredholm di II specie. (Faddeev mostrò che la quinta potenza del kernel era compatta in un certo spazio di Banach, e questo risultò sufficiente)
- 3) Vale una forma fisica dell'alternativa di Fredholm: O l'equazione inomogenea ammette soluzione, oppure l'eq. omogenea ha una soluzione non triviale, corrispondente agli stati legati del sistema.





SIGNIFICATO FISICO: descrivendo l'equazione di Faddeev-AGS
come

$$U_{ab} = G_o^{-1}(1 - \delta_{ab}) + \sum_c (1 - \delta_{ac}) G_o^{-1} G_o t_c G_o U_{cb} \quad (2)$$

possiamo rileggerla come una equazione matriciale

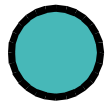
$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{V}^{(2)} + \mathbf{V}^{(2)} \mathbf{G}_o^{(2)} \mathbf{T}^{(2)} \quad (3)$$

dove

$$[\mathbf{T}^{(2)}]_{ab} = U_{ab} \quad [\mathbf{V}^{(2)}]_{ab} = (1 - \delta_{ab}) G_o^{-1} \quad [\mathbf{G}_o^{(2)}]_{ab} = \delta_{ab} G_o t_a G_o$$

Formalmente ha la struttura di una LS. Ma non solo formalmente!



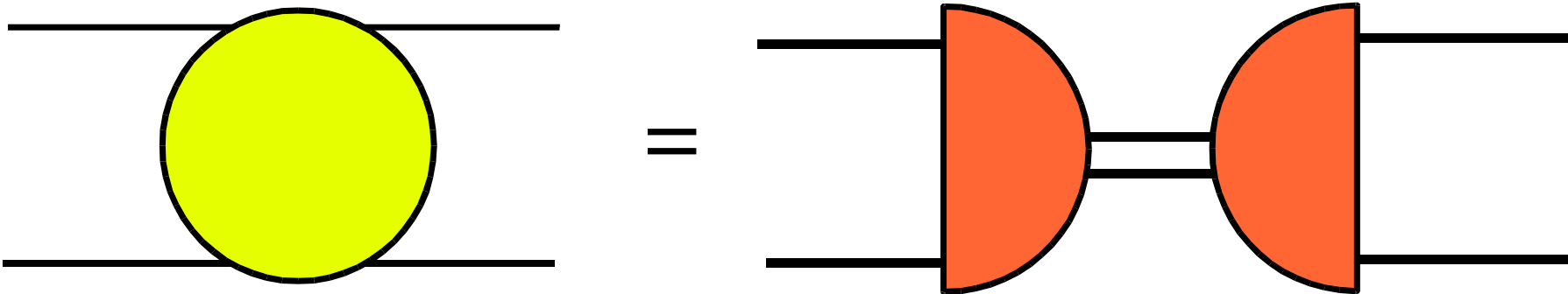


L'APPROSSIMAZIONE POLARE COME CHIAVE DI LETTURA

Le equazioni di F espongono come la struttura correlata delle coppie, che possono dar luogo a risonanze o stati legati, influenzano la dinamica. In corrispondenza di uno stato legato E_a , la t-matrice diventa

$$t_a(z) = |\chi_a\rangle \tau_a(z) \langle \chi_a| \quad \text{con} \quad |\chi_a\rangle = V_a |\phi_a\rangle \quad e \quad \tau_a(z) \simeq \frac{1}{z - E_a} .$$

(4)





Supponendo per semplicità di avere soltanto uno stato legato, possiamo moltiplicare l'eq. di AGS a sx e dx per $<\chi_a|G_o$ e $G_o|\chi_b>$,

$$<\chi_a|G_o \times \left[\begin{array}{c} U_{ab}=G_o^{-1}(1-\delta_{ab})+\sum_c(1-\delta_{ac})G_o^{-1}G_ot_cG_oU_{cb} \end{array} \right] \times G_o|\chi_b> \quad (5)$$

ottenendo un'equazione effettiva a due corpi in termini della sola coordinata relativa fra la coppia e lo spettatore. L'approssimazione polare riduce il problema a 3 corpi in un problema effettivo a 2.

$$X_{ab}(q,q')=Z_{ab}(q,q')+\sum \int q^2dqZ_{ac}(q,q'')\tau_c(q'')X_{cb}(q'',q') \quad (6)$$

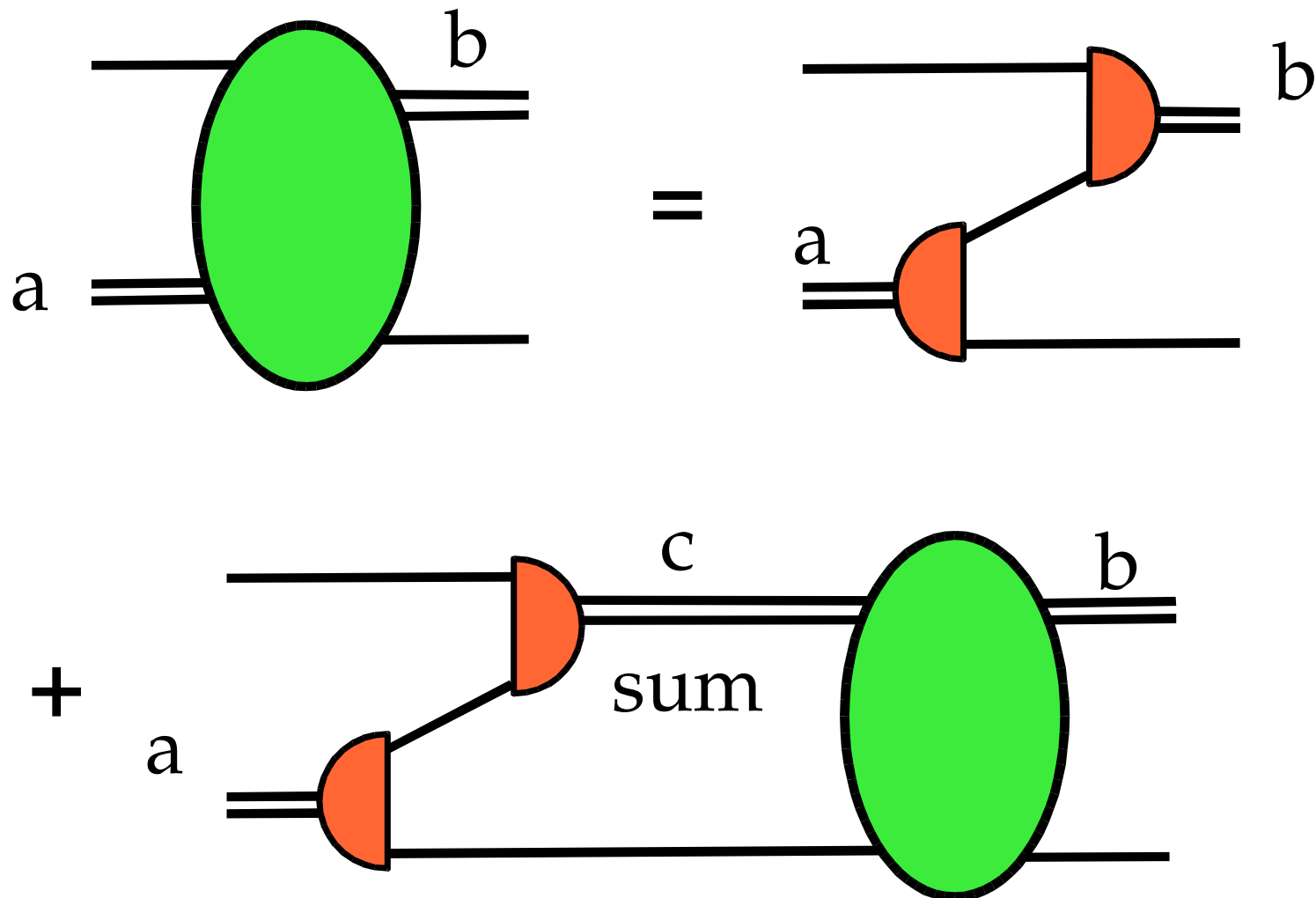
con

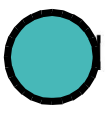
$$\begin{aligned} [\mathbf{X}^{(2)}]_{ab}=<\chi_a|G_oU_{ab}G_o|\chi_b> \quad & [\mathbf{Z}^{(2)}]_{ab}=(1-\delta_{ab})<\chi_a|G_o|\chi_b> \\ & [\mathbf{G}_o^{(2)}]_{ab}=\delta_{ab}\tau_a(z) \end{aligned} \quad (7)$$

Ciò rappresenta evidentemente un problema efficace a 2 corpi.:



Il problema a tre corpi come dinamica effettiva a due oggetti.





Che bello ! Rifacciamolo ancora

Consideriamo il metodo per $N = 4$. $T^{(N=4)}$ descrive $4 \rightarrow 4$. Introduciamo a : Sono le partizioni del sistema in $N-1$ clusters

$$T^{(N=4)} = \sum_a t_a + \sum_{ab} t_a G_o [T^{(N=3)}]_{ab} G_o t_b \quad (8)$$

Eq. di Faddeev-AGS

$$\mathbf{T}^{(N-1)} = \mathbf{V}^{(N-1)} + \mathbf{V}^{(N-1)} \mathbf{G}_o^{(N-1)} \mathbf{T}^{(N-1)} \quad (9)$$

a' : Partizioni in $N-2$ clusters: (123)4, (234)1, (341)2, (412)3, (12)(34), (13)(24), (14)(23)

$$\begin{aligned} 1) \quad \mathbf{V}^{(N-1)} &= \sum_{a'} \mathbf{V}_{a'}^{(N-1)} & 2) \quad \mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} &= \mathbf{V}_{a'}^{(N-1)} + \mathbf{V}_{a'}^{(N-1)} \mathbf{G}_o^{(N-1)} \mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} \\ 3) \quad \mathbf{T}_{a'}^{(N-1)} &= \sum_{a'} \mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} + \sum_{a', b'} \mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} \mathbf{G}_o^{(N-1)} \mathbf{U}_{a'b'}^{(N-1)} \mathbf{G}_o^{(N-1)} \mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} \end{aligned}$$





Rilettura a 4 corpi: con t_a si estraggono i grafici che partizionano il sistema in $N-1=3$ clusters (le coppie). Con $\mathbf{t}_{a'}^{(N-1)} = u_{a,b \subset a'}^{a'}$ si estraggono i grafici sconnessi che partizionano in $N-2=2$ clusters. Restano i grafici connessi che si risommano con l'equazione di Yakubovski-Grassberger-Sandhas.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{a'b'}^{(N-1)} &= \mathbf{G}_o^{(N-1)-1} \bar{\delta}_{a'b'} + \sum_{c'} \bar{\delta}_{a'c'} \mathbf{t}_{c'}^{(N-1)} \mathbf{G}_o^{(N-1)} \mathbf{U}_{c'b'}^{(N-1)} \\ &\equiv U_{ab}^{a'b'} = \bar{\delta}_{a'b'} \delta_{ab} G_o^{-1} t_a^{-1} G_o^{-1} + \sum_{c'} \bar{\delta}_{a'c'} \sum_{c \subset c'} u_{ac}^{c'} G_o t_c G_o U_{cb}^{c'b'} \end{aligned}$$

Va osservato che le varie partizioni restano concatenate $a \subset a', b \subset b', c \subset c'$ in catene di Yakubovski.



Lo stato legato 3N- Faddeev

Consideriamo l'eq. di Schroedinger per un problema a tre corpi,

$$(H_0 + \sum_{i=1}^3 V_i) \Psi = E \Psi$$

Con la notazione: $V_1 \equiv V_{23}, V_2 \equiv V_{13}$.

Eq. Integrale --> :

$$\Psi = \frac{1}{E - H_0} \sum_i V_i \Psi$$

$$\Psi = \sum \psi_i$$

$$\psi_i \equiv G_0 V_i \Psi$$

Componenti di Faddeev:

Lezioni per la scuola di Otranto, 2005

Derivazione dell'equazione di Faddeev

Utilizziamo la decomposizione della funz.d'onda:

$$\psi_i = G_0 V_i \sum_j \psi_j = G_0 V_i \psi_i + G_0 V_i \sum_{j \neq i} \psi_j$$

Con facili passaggi: $(1 - G_0 V_i) \psi_i = G_0 V_i \sum_{j \neq i} \psi_j .$

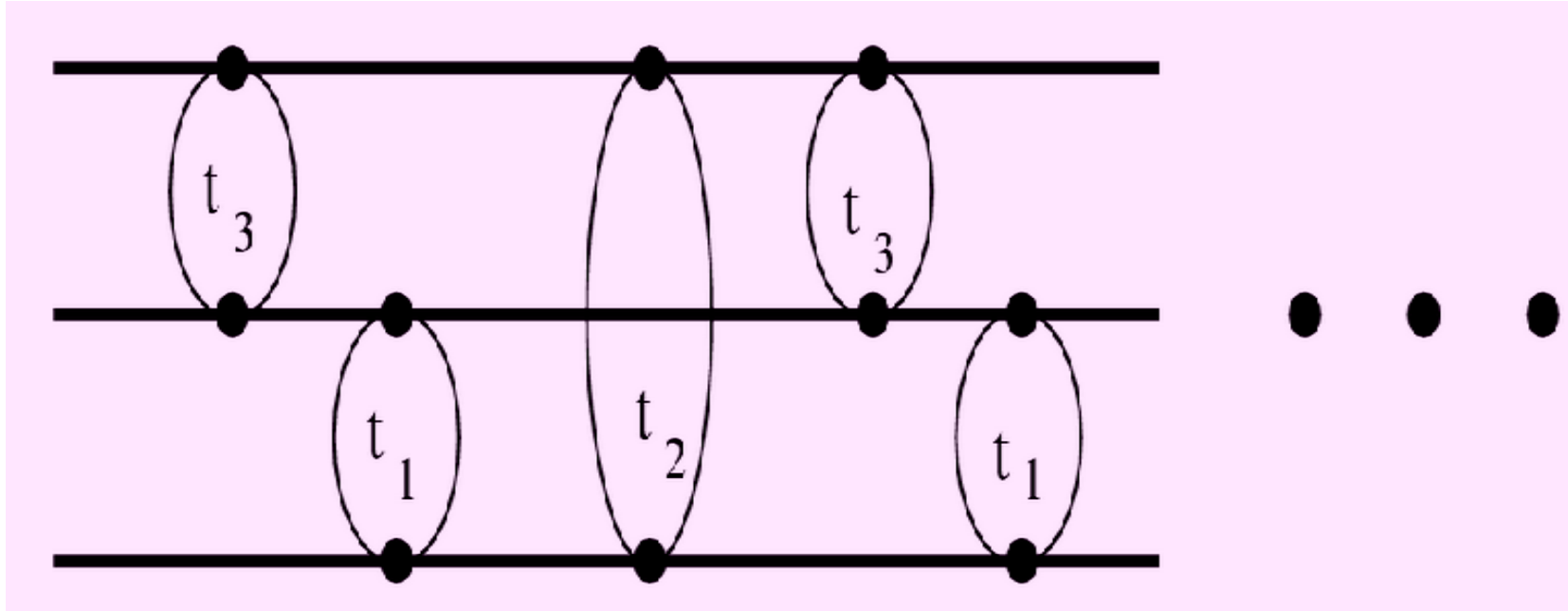
Invertendo $--> :$ $\psi_i = \underbrace{(1 - G_0 V_i)^{-1} G_0 V_i}_{\text{red line}} \sum_{j \neq i} \psi_j .$

$$\begin{aligned} (1 - G_0 V_i)^{-1} G_0 V_i &= (1 + G_0 V_i + G_0 V_i G_0 V_i + \dots) G_0 V_i \\ &= G_0 (V_i + V_i G_0 V_i + V_i G_0 V_i G_0 V_i + \dots) \\ &\equiv \underbrace{G_0 t_i}_{\text{red line}} \end{aligned}$$

Equazioni di Faddeev

Set di equazioni accoppiate di Faddeev: Soluzione dell'omogenea

$$\psi_i = G_0 t_i \sum_{j \neq i} \psi_j$$



Particelle identiche

Le componenti sono legate da operazioni di permutazione di 3 ogg.

$$\psi_2 \equiv G_0 V_2 \Psi = P_{12} P_{23} G_0 V_1 \Psi \equiv P_{12} P_{23} \psi_1$$

$$\psi_3 \equiv G_0 V_3 \Psi = P_{13} P_{23} G_0 V_1 \Psi \equiv P_{13} P_{23} \psi_1$$

L'eq. Omogenea di Faddeev si scrive:

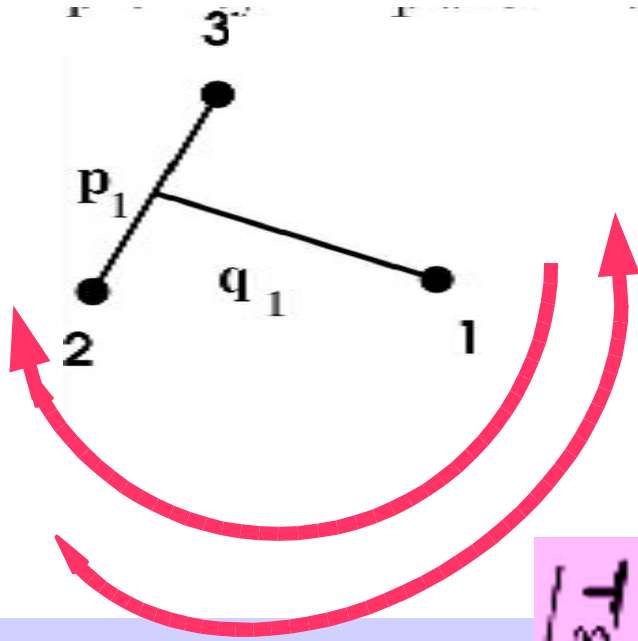
$$\psi_1 = G_0 t_1 (P_{12} P_{23} + P_{13} P_{23}) \psi_1$$

$$P \equiv P_{12} P_{23} + P_{13} P_{23}$$

$$\psi = G_0 t P \psi$$

$$\Psi = (1 + P) \psi$$

Il calcolo nello spazio dei momenti



$$\begin{aligned}\vec{p}_1 &= \frac{1}{2} (\vec{k}_2 - \vec{k}_3) \\ \vec{q}_1 &= \frac{2}{3} \left(\vec{k}_1 - \frac{1}{2} (\vec{k}_2 + \vec{k}_3) \right)\end{aligned}$$

$$\langle \vec{p}_i \vec{q}_i | \vec{p}_i \vec{q}_i \rangle = \delta(\vec{p}_i - \vec{p}_i) \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_i)$$

$$\begin{aligned}\langle \vec{p} \vec{q} | \psi \rangle &= \langle \vec{p} \vec{q} | G_0 t P | \psi \rangle \\ &= \int d^3 p'' d^3 q'' \int d^3 p' d^3 q' \langle \vec{p} \vec{q} | G_0 t | \vec{p}' \vec{q}' \rangle \\ &\times \langle \vec{p}' \vec{q}' | P | \vec{p}'' \vec{q}'' \rangle \langle \vec{p}'' \vec{q}'' | \psi \rangle\end{aligned}$$

Sviluppo in onde parziali

$$| p q (ls) j (\lambda \frac{1}{2}) J JM (t \frac{1}{2}) T M_T >$$

$$\sum_{\alpha} \int_0^{\infty} dp p^2 \int_0^{\infty} dq q^2 | p q \alpha > < p q \alpha | = 1$$

$$< p q \alpha | P | p' q' \alpha' > = \int_{-1}^{-1} dx G_{\alpha\alpha'}(q q' x) \frac{\delta(p - \pi_1)}{\pi_1^{l+2}} \frac{\delta(p' - \pi_2)}{\pi_2^{l'+2}}$$

$$\pi_1 = \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + q'^2 + qq'x}$$

$$\pi_2 = \sqrt{q^2 + \frac{1}{4}q'^2 + qq'x}$$

Equazione finale omogenea di Faddeev in q-space

$$\begin{aligned} \langle p \, q \, \alpha | \psi \rangle = & \frac{1}{E - \frac{p^2}{m} - \frac{3}{4m} q^2} \sum_{l'} \sum_{\alpha''} \int_0^\infty dq'' \, q''^2 \\ & \times \int_{-1}^1 dx \frac{\hat{t}_{ll'}^{sjt}(p, \pi_1, E - \frac{3}{4m} q^2)}{\pi_1^{l'}} G_{\bar{\alpha}\alpha''}(q, q'', x) \frac{\langle \pi_2 \, q'' \, \alpha'' | \psi \rangle}{\pi_2^{l''}} \end{aligned}$$

INTERPOLAZIONE

SPLINE PER PSI

$$f(x) \simeq \sum_k S_k(x) f(x_k)$$

DISCRETIZZAZIONE NUMERICA

$$\begin{aligned}
 \psi_{\alpha}(p_k, q_l) &= \frac{1}{E - \frac{p_k^2}{m} - \frac{3}{4m}q_l^2} \\
 &\times \sum_{l'} \sum_{\alpha''} \sum_n \omega_n q_n^2 \int_{-1}^1 dx \sum_i t_{ll'}^{sjt}(p_k, p_i, E - \frac{3}{4m}q_l^2) \\
 &\times \frac{S_i(\pi_1)}{\pi_1^{l'}} G_{\bar{\alpha}\alpha''}(q_l, q_m, x) \sum_m S_m(\pi_2) \psi_{\alpha''}(p_m, q_n) \\
 &\equiv \sum_{mn} \sum_{\alpha''} \underbrace{K_{\alpha\alpha''}(kl, mn)} \psi_{\alpha''}(p_m, q_n)
 \end{aligned}$$

j_{max}	N_{α}
1	5
2	18
3	26
4	34
5	42

NUMERO CANALI: $N = N(\mathbf{p}) \times N(\mathbf{q}) \times N(\)$

$$N \sim 30000$$

DISCRETIZZAZIONE NUMERICA

α	l	s	j	λ	J	$ \mathcal{J}^\pi = 1/2^+$
1	0	0	0	0	1/2	
2	0	1	1	0	1/2	
3	2	1	1	0	1/2	
4	0	1	1	2	3/2	
5	2	1	1	2	3/2	

j(max)=1; alpha=5

CIB

Potential	j_{max}				
	1	2	3	4	5
Paris	7.30	7.38	7.44	7.46	7.46
Nijm78	7.49	7.54	7.62	7.63	-
Nijm II(np)	7.65	7.75	-	7.89	-
AV14	7.45	7.58	7.67	7.68	-
Bonn B	8.17	8.10	8.13	8.14	8.14
Ruhrpot	7.59	7.56	7.62	7.64	-

Potential	$E_{3H} (j_{max} = 4)$
Nijm93 (cd)	7.66
Nijm I (cd)	7.73
Njm II (cd)	7.64
AV18 (cd)	7.65
Bonn (cd)	8.00

INCLUSIONE DELLE FORZE A TRE CORPI

$$\mathbf{v}_4 = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3}$$

$$= \mathbf{v}_4^{(2)} + \mathbf{v}_4^{(3)} + \mathbf{v}_4^{(1)}$$

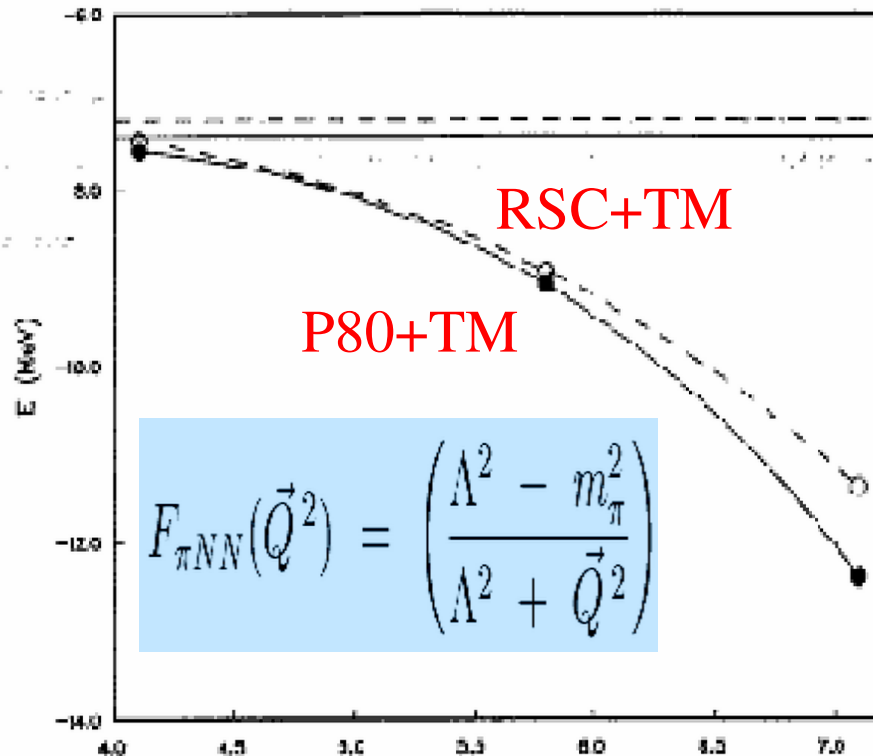
$$V_4^{(1)} = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{g_{\pi NN}^2}{4m^2} \frac{F_{\pi NN}^2(\vec{Q}^2)}{\vec{Q}^2 + m_\pi^2} \frac{F_{\pi NN}^2(\vec{Q}'^2)}{\vec{Q}'^2 + m_\pi^2} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{Q} \vec{\sigma}_3 \cdot \vec{Q}'$$

$$\left\{ \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_3 [a + b\vec{Q}\vec{Q}' + \cancel{c}(\vec{Q}^2 + \vec{Q}'^2)] \right.$$

$$\left. + \vec{\tau}_3 \times \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\tau}_1 \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{Q} \times \vec{Q}') d \right\}$$

INCLUSIONE DELLE FORZE A TRE CORPI

$$\psi = G_0 t P \psi + (1 + G_0 t) G_0 V_4^{(1)} (1 + P) \psi$$



Cut-off (m-pion)

FIG. 1. Triton binding energy E obtained from 18-channel calculations vs the cutoff parameter Λ in the πNN form factor

	no 3NF	$\pi\pi$	$\pi\pi + \pi\rho$	$\pi\pi + \pi\rho + \rho\rho$
RSC	-7.229	-8.904	-8.438	-8.439
Paris	-7.381	-9.060	-8.486	-8.486
Nijm 78	-7.537	-9.347	-8.692	-8.692
OBEPQ	-8.315	-11.056	-9.639	-9.636

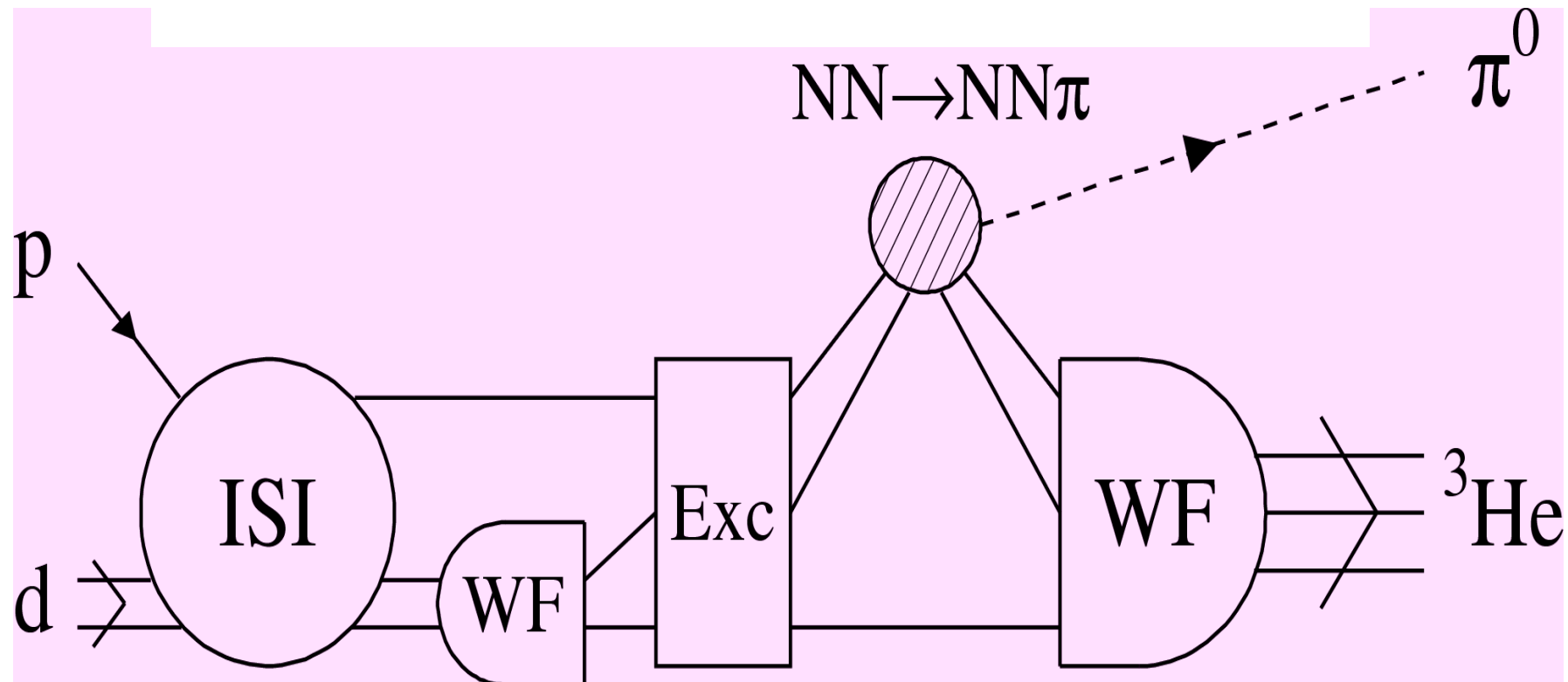
Consistenza! (2N-3N)

IL CALCOLO IN PRESENZA DI SONDE ESTERNE

La cattura pionica nelle reazioni p-d



$$A_d^{\text{TOT}} = s \langle \psi_d^{(-)} | \mathcal{A} | \psi_{BS} \rangle_s | \mathbf{P}_0^\pi \rangle$$



Il calcolo della dinamica a 3N (ISI)

$$A_d = {}_1\langle \Phi_d | \Omega^{(-)\dagger} S \mathcal{A} | \Psi_{BS}, \mathbf{P}_0^\pi \rangle$$

FADDEEV $\Omega^{(-)\dagger} = 1 + PTG_0 \Omega^{(-)\dagger}$

$$A_d = {}_1\langle \Phi_d | S \mathcal{A} | \Psi_{BS}, \mathbf{P}_0^\pi \rangle + {}_1\langle \Phi_d | PTG_0 \Omega^{(-)\dagger} S \mathcal{A} | \Psi_{BS}, \mathbf{P}_0^\pi \rangle$$

$$T = \sum_{i,j} |f_i\rangle \Delta_{i,j} \langle f_j|.$$

EST – GRAZ

Il calcolo delle ISI

A_{GS}

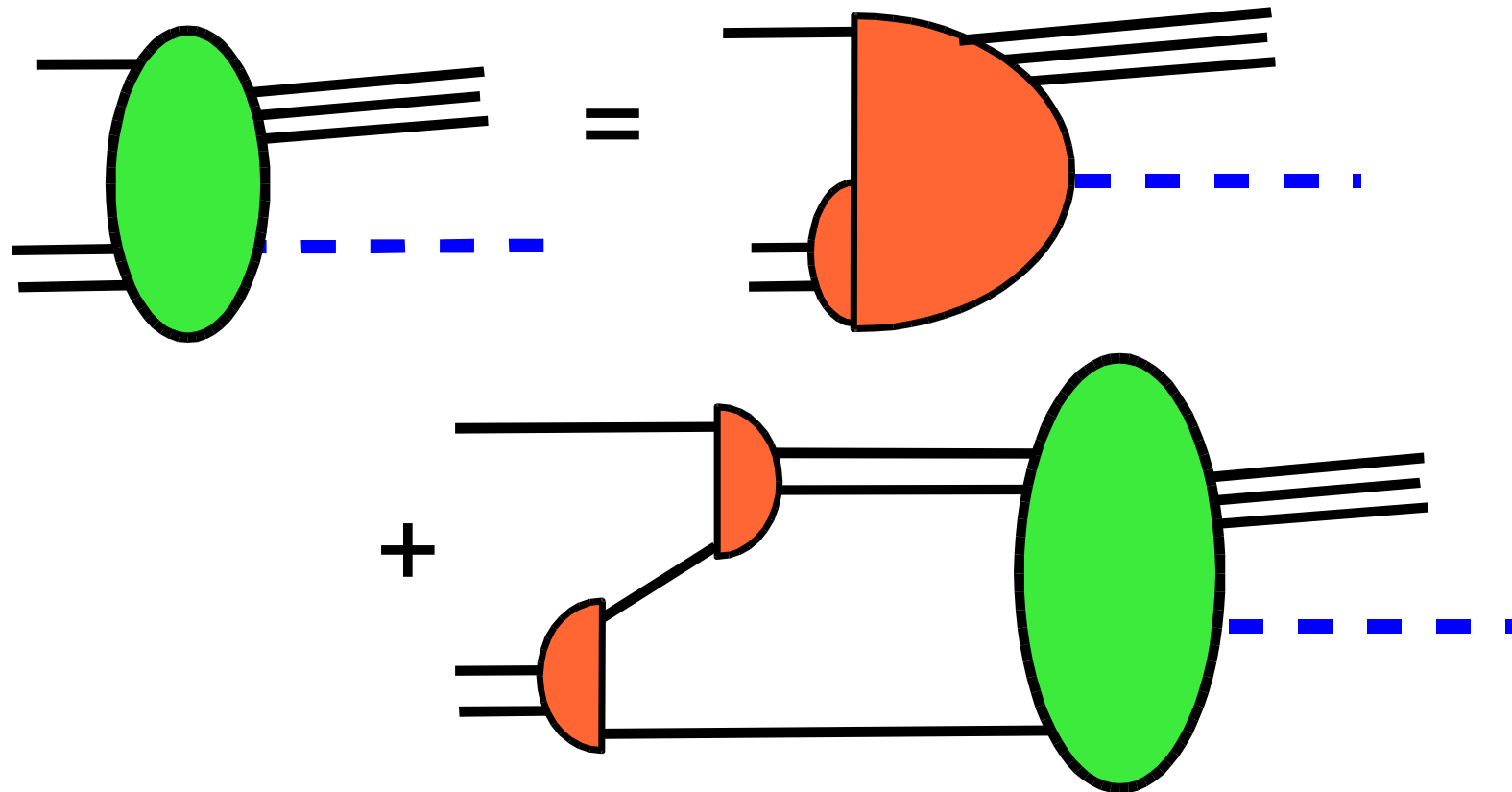
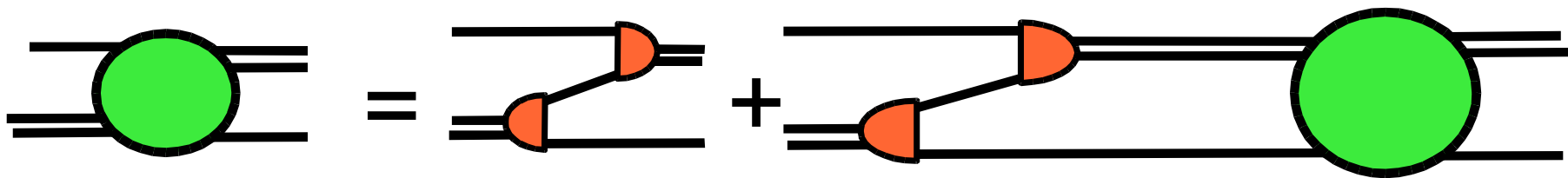
$$A_d(q, E) = B_d(q, E) + \int q'^2 dq' V(q, q', E) \Delta(E - \frac{3q'^2}{4M}) A_d(q', E)$$

$$A_d(q, E) = {}_1\langle f_1, q | G_0^{(+)} \Omega^{(-)\dagger} S \mathbf{A} | \Psi_{BS}, \mathbf{P}_0^\pi \rangle,$$

$$B_d(q, E) = {}_1\langle f_1, q | G_0^{(+)} S \mathbf{A} | \Psi_{BS}, \mathbf{P}_0^\pi \rangle,$$

$$V(q, q', E) = {}_1\langle f_1, q | G_0^{(+)} P | f_1, q' \rangle_1.$$

Rappresentazione diagrammatica

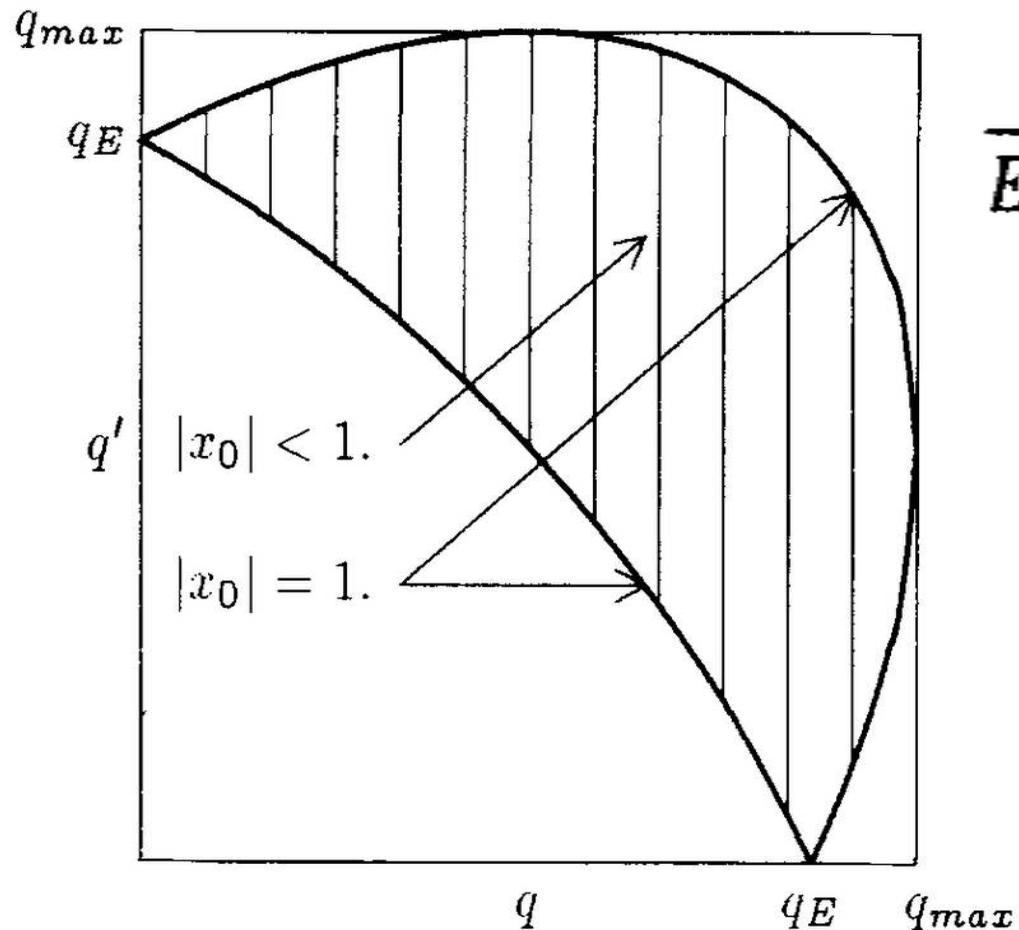


TECNICA NELLO SPAZIO DEGLI IMPULSI

Approccio di Faddeev delle equazioni integrali

SINGOLARITA' del KERNEL

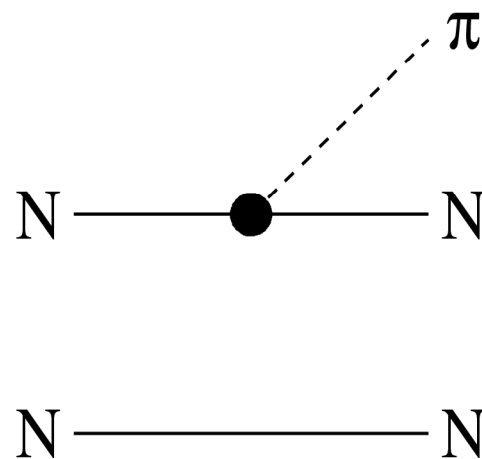
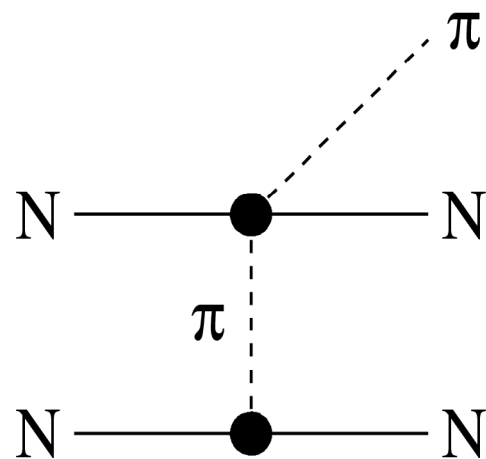
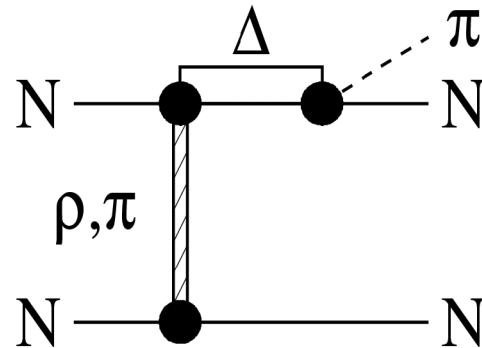
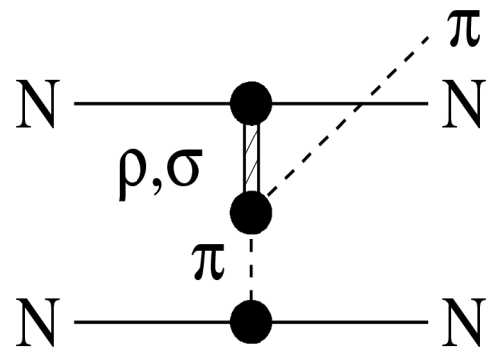
W. Glöckle et al. / Physics Reports 274 (1996) 107-285



$$\frac{1}{E + i\epsilon - q^2/m - q'^2/m - qq'x/m}$$

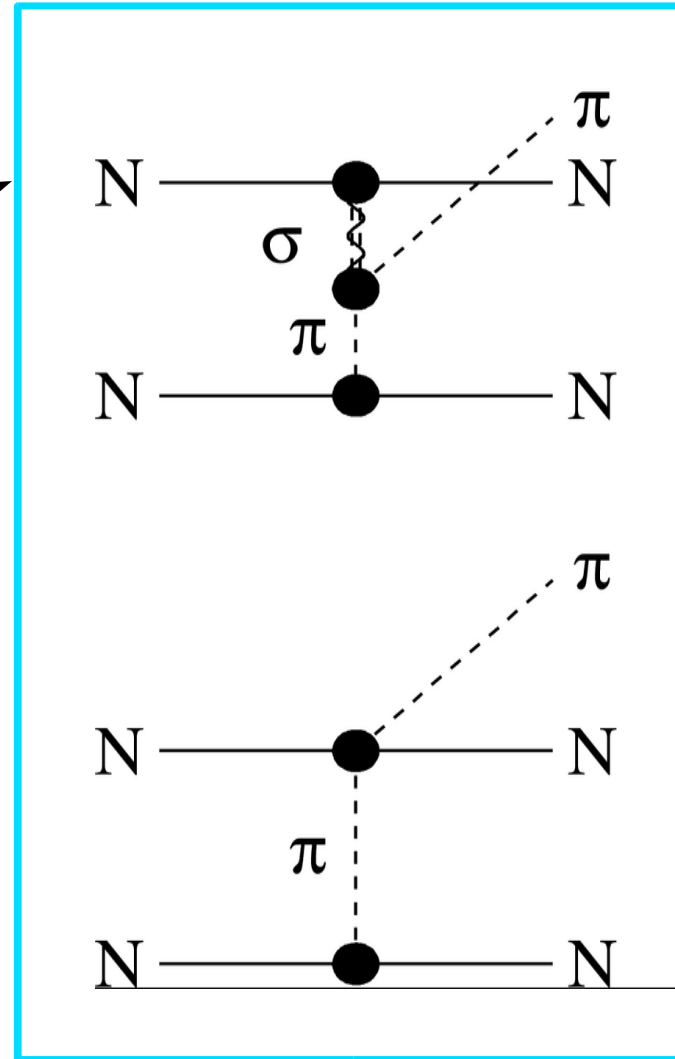
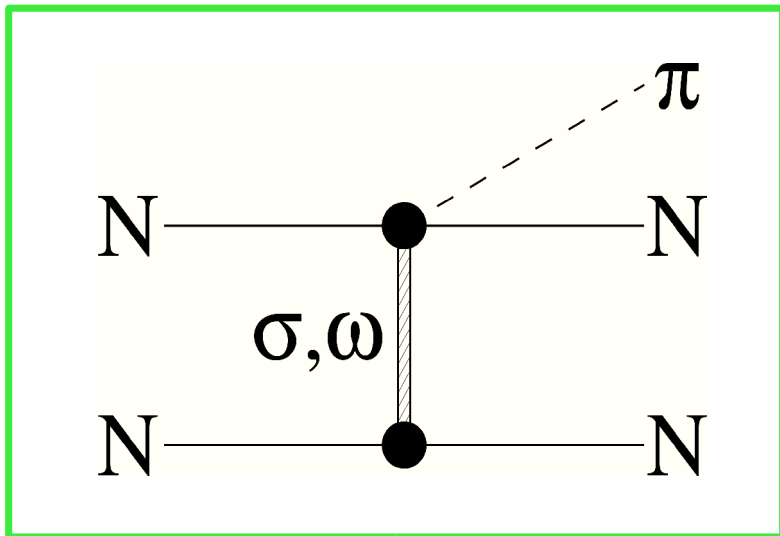
$$\frac{1}{E + i\epsilon - (3/4m)q^2 - \epsilon_d}$$

Inelasticita' $NN \longrightarrow NN \pi$

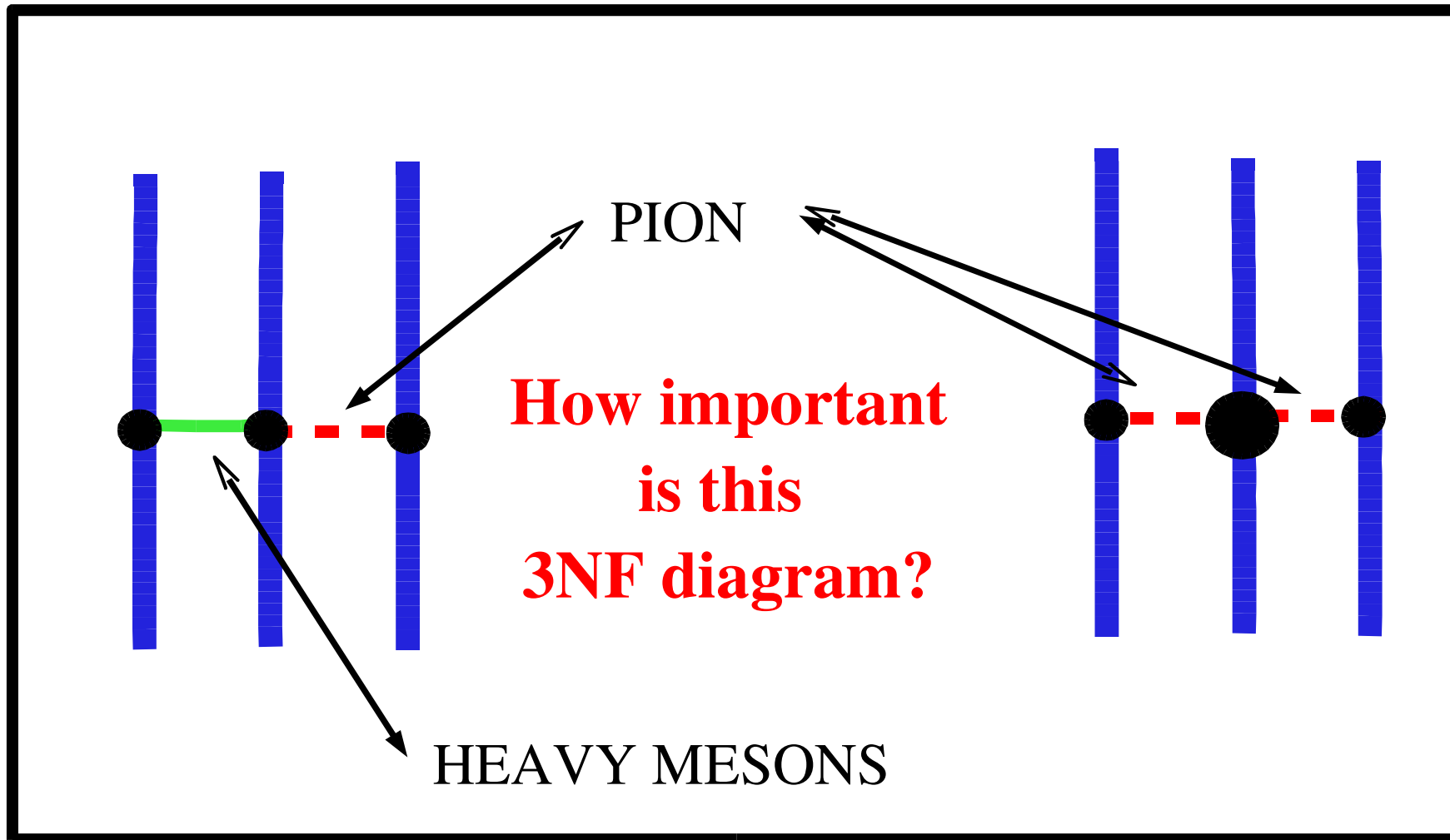


$NN \longrightarrow NN\pi$ inelasticities

???



CONSEQUENCES IN NUCLEAR SYSTEMS ?



Pion-Range Short-Range 3NF

Meson-ex Approach: Coon, Pena, Riska PRC
(1995)

CHPT inspired: Huber, Friar, Witala, van Kolck FBS
(2001)

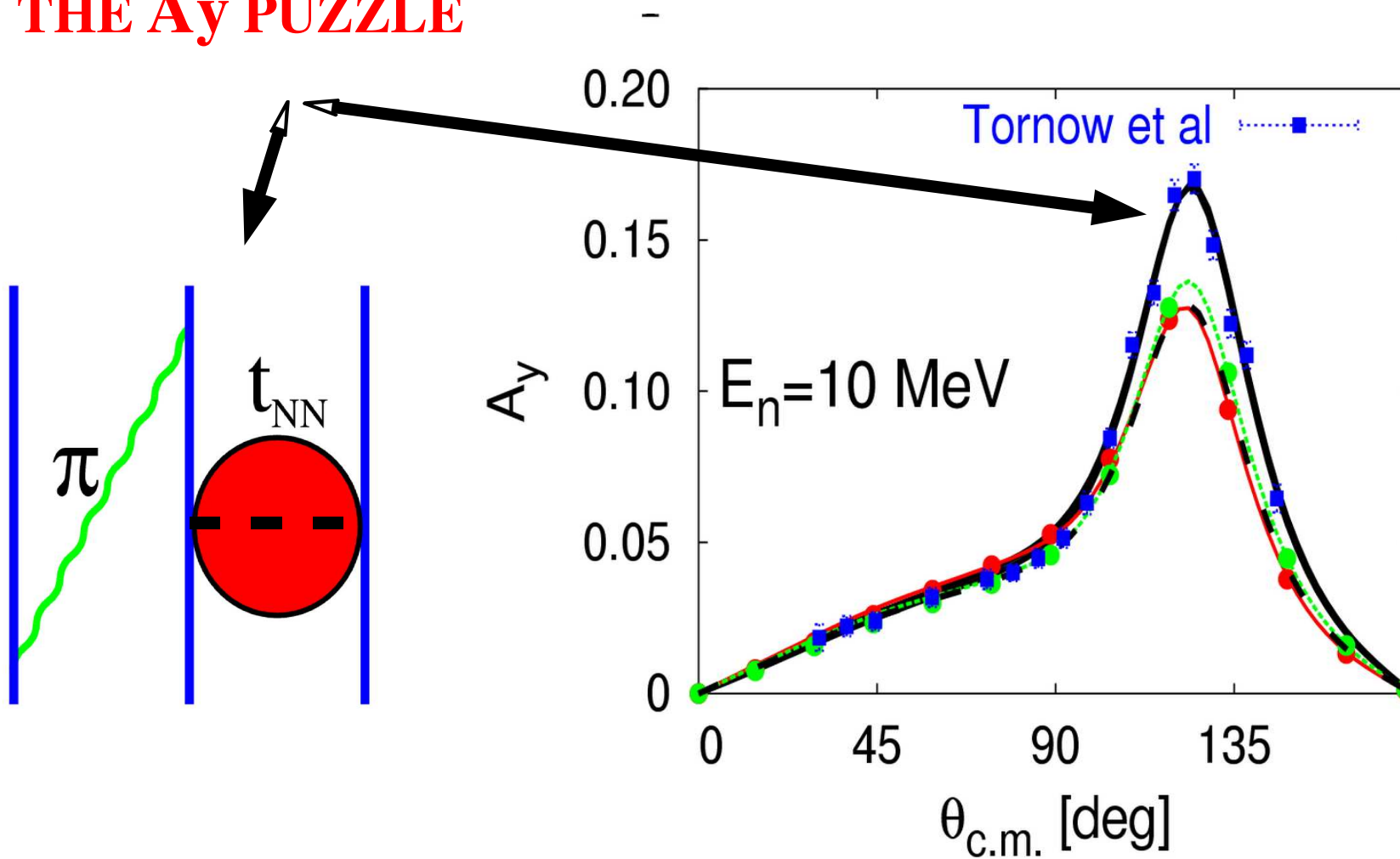


Possible solution for A_y ???

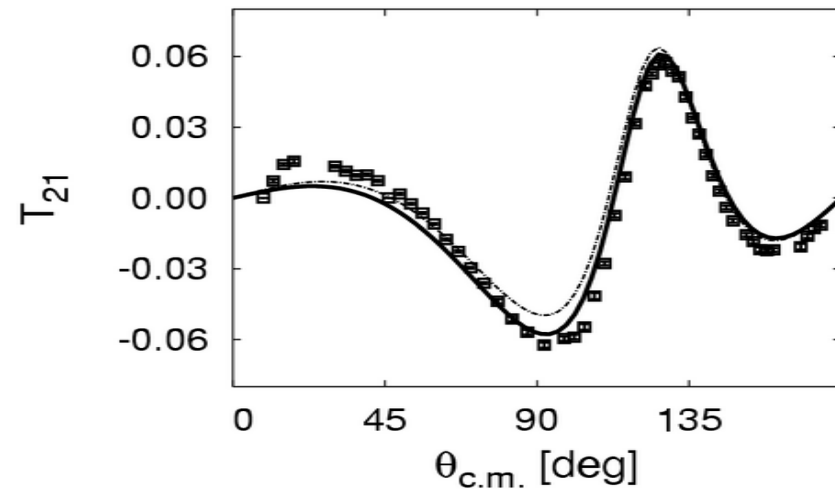
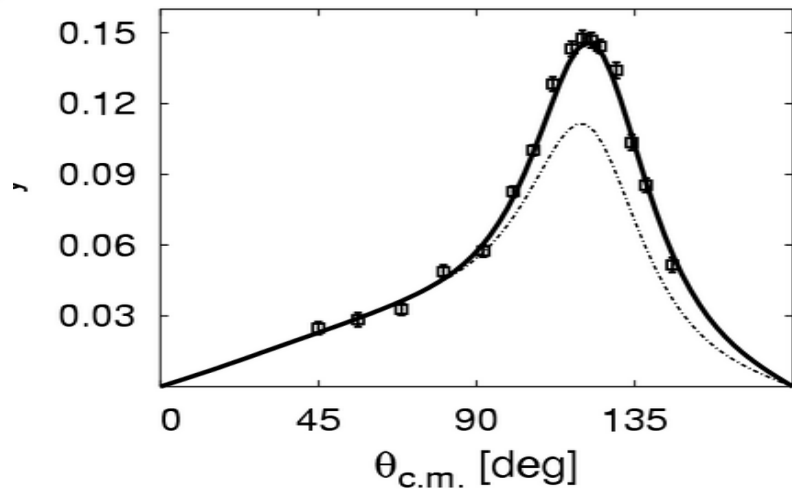
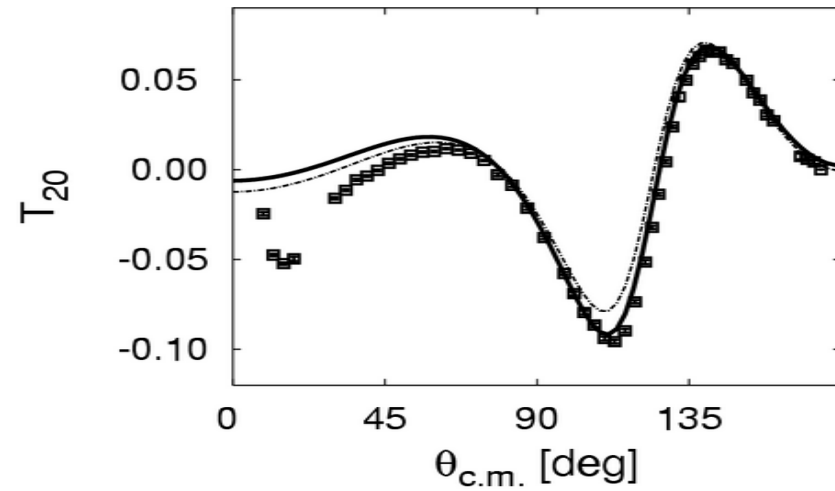
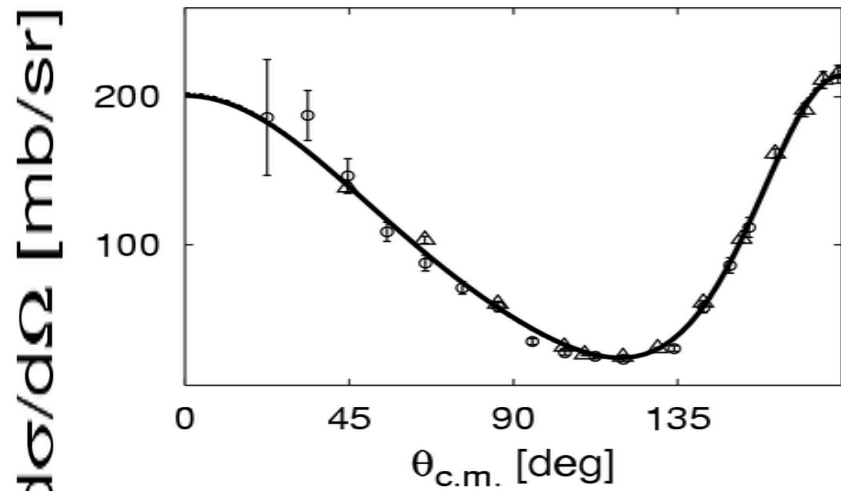
3NF generated by meson retardations ?

Elastic n-d scattering at 10 MeV

THE A_y PUZZLE

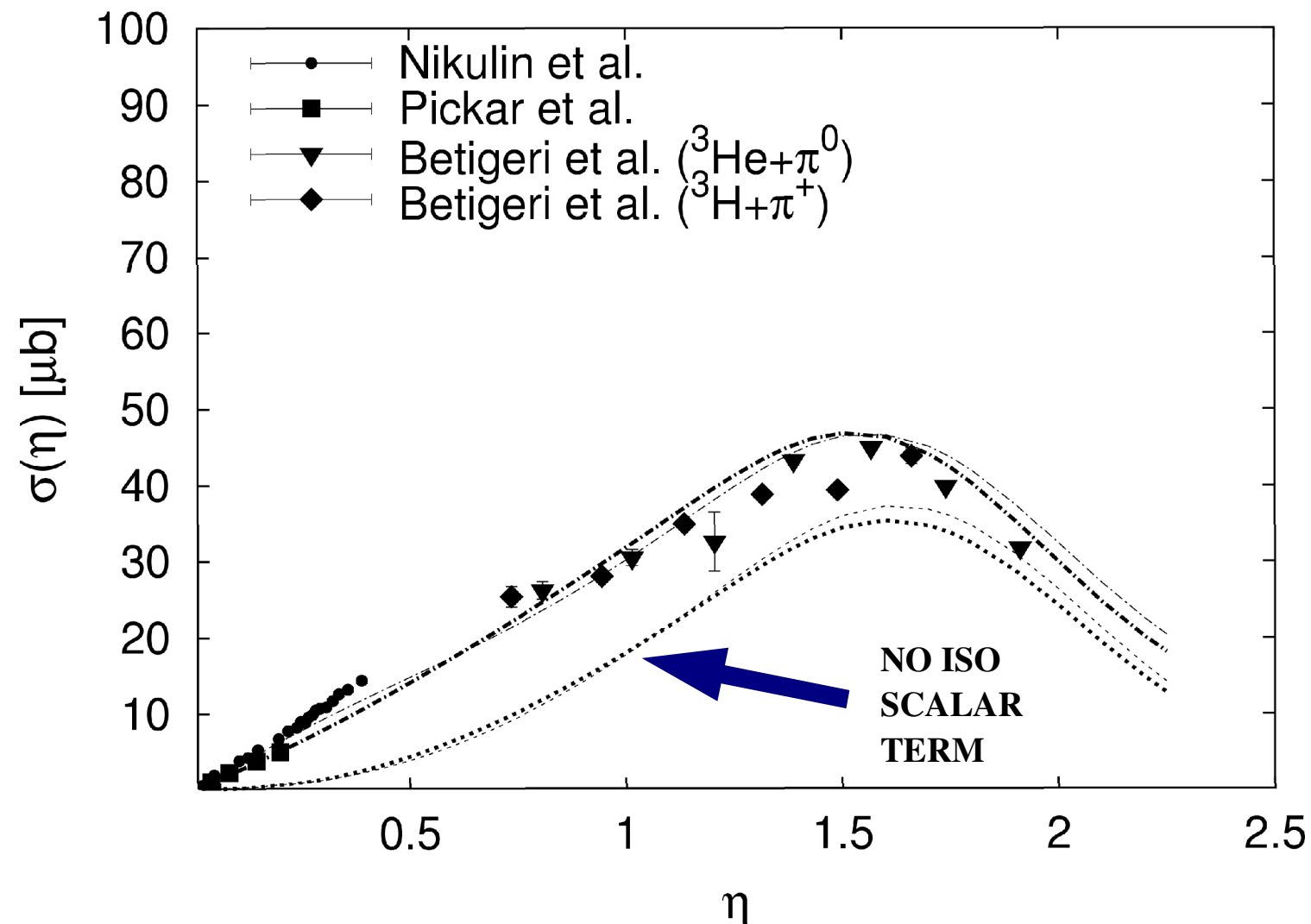


THE A_y PUZZLE

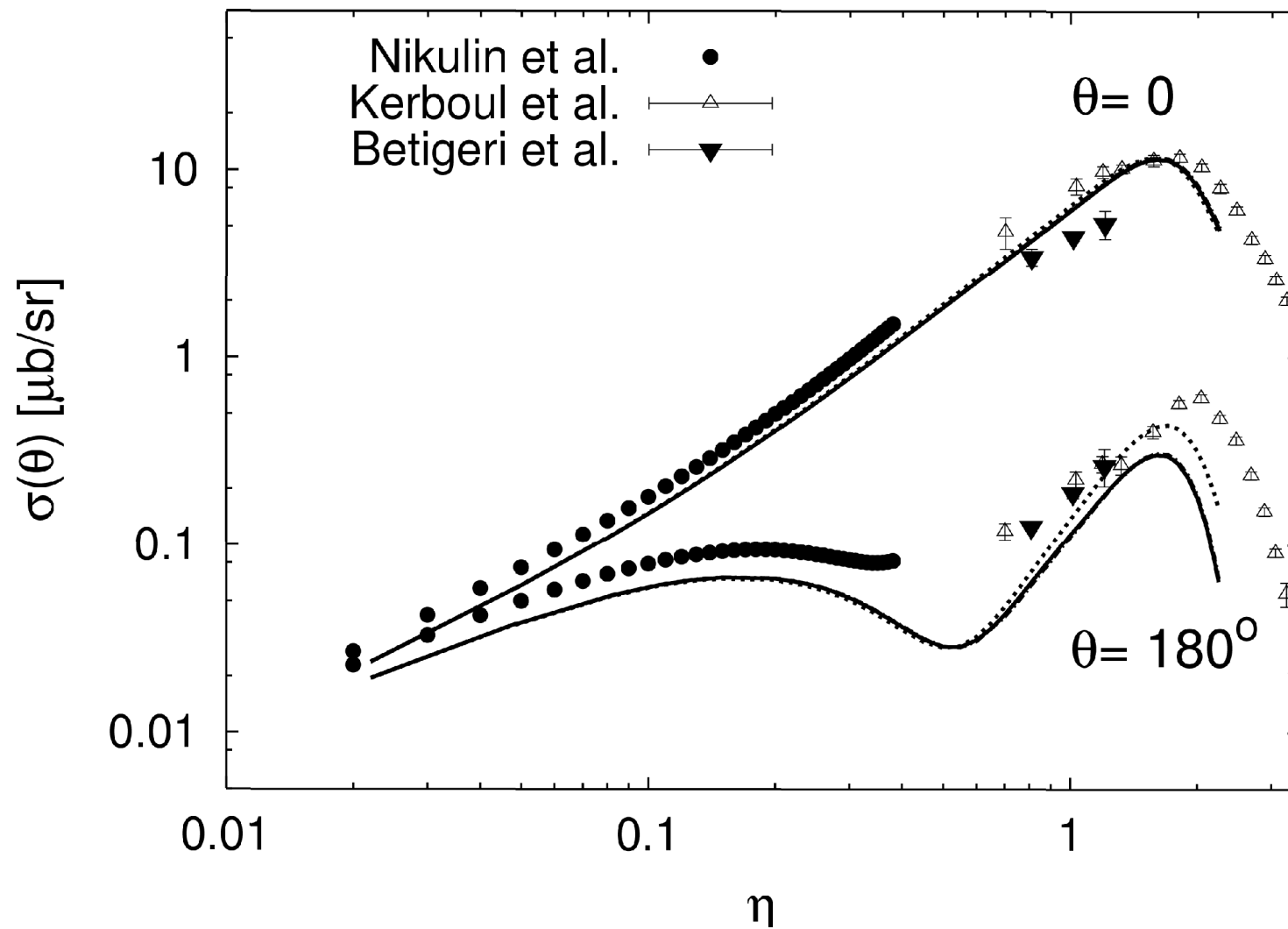


n-d scattering at 8,5 MeV --

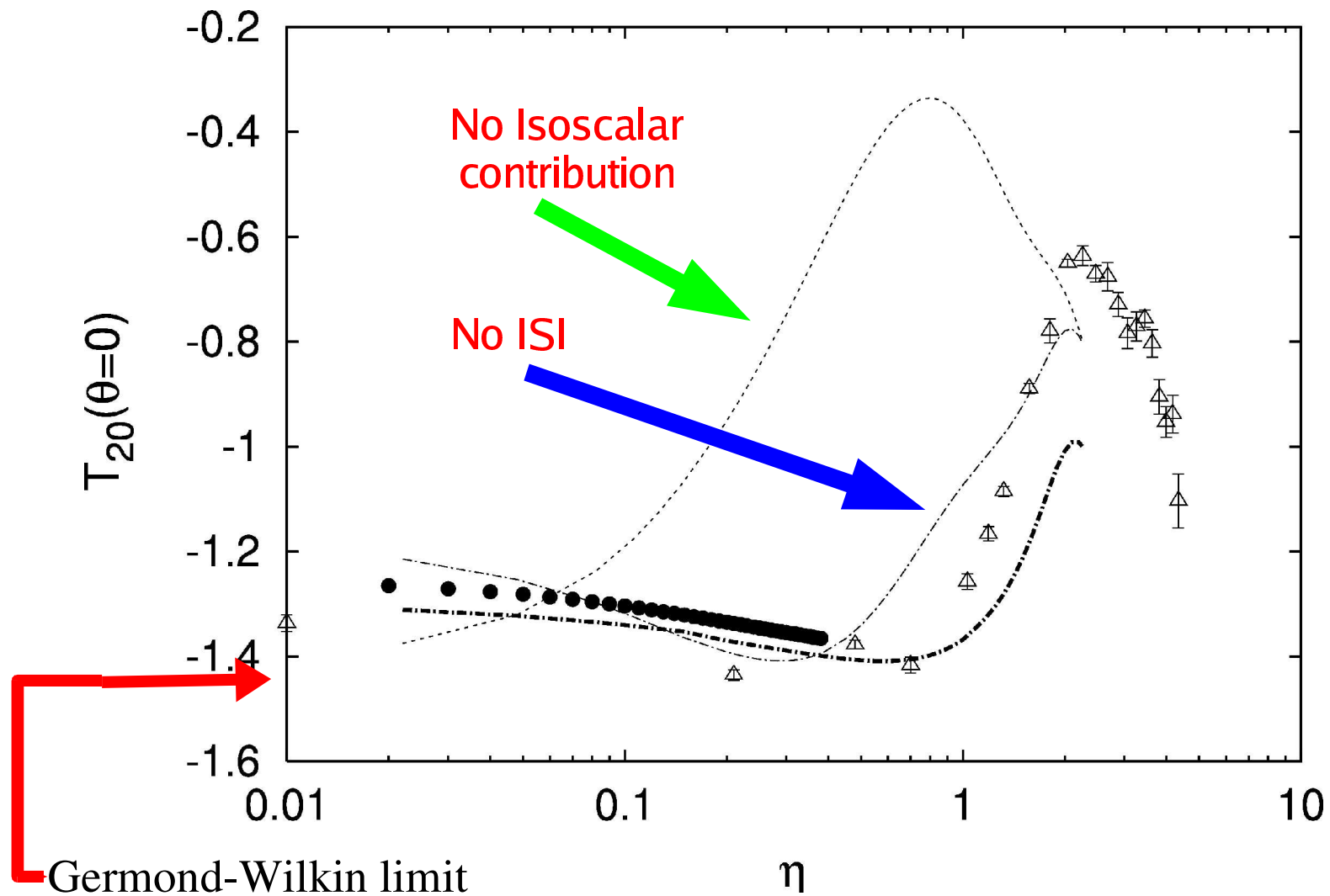
Results $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^0$



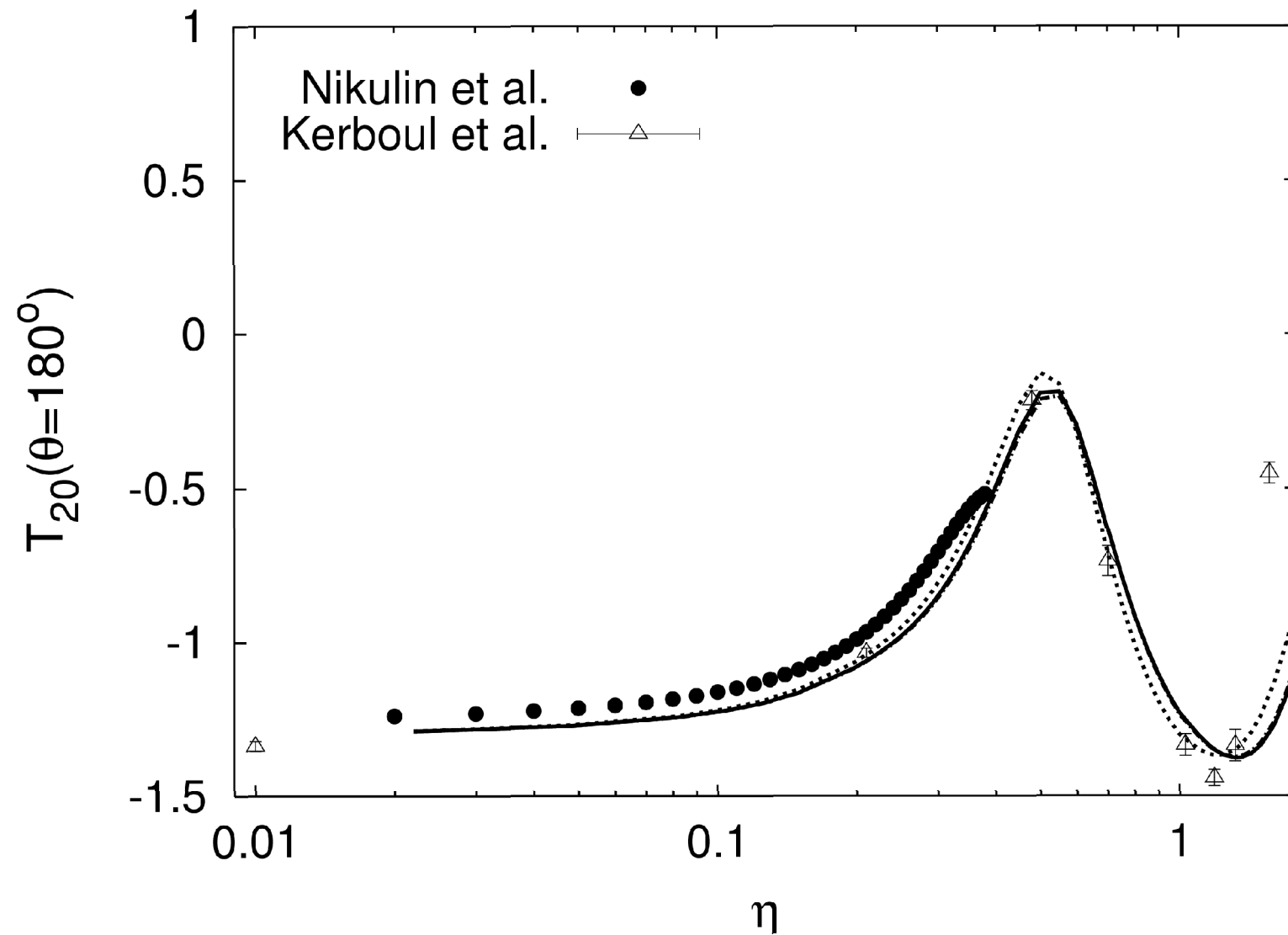
Results $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^0$



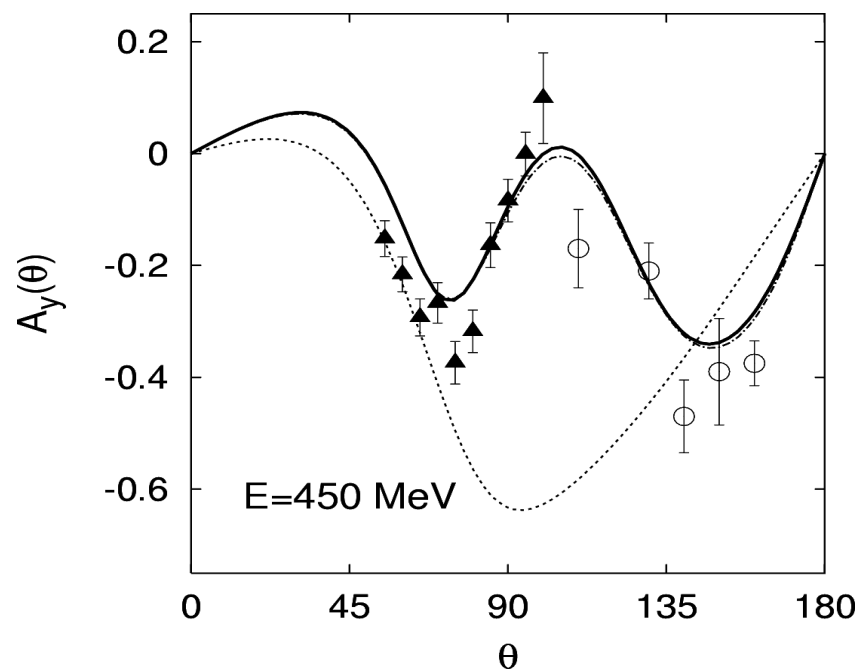
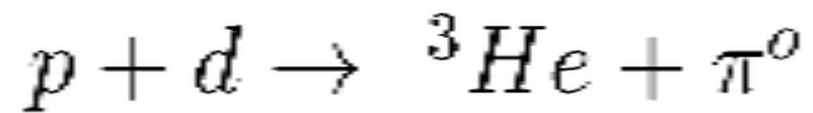
Other results $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^0$



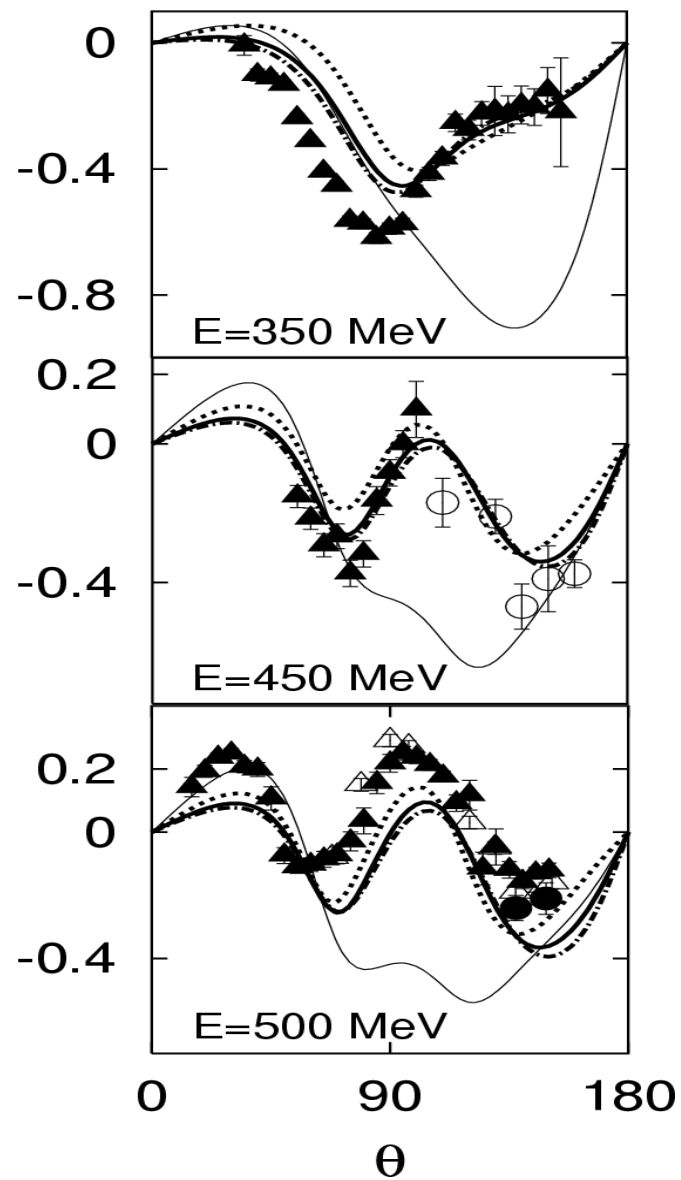
Other results $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^0$



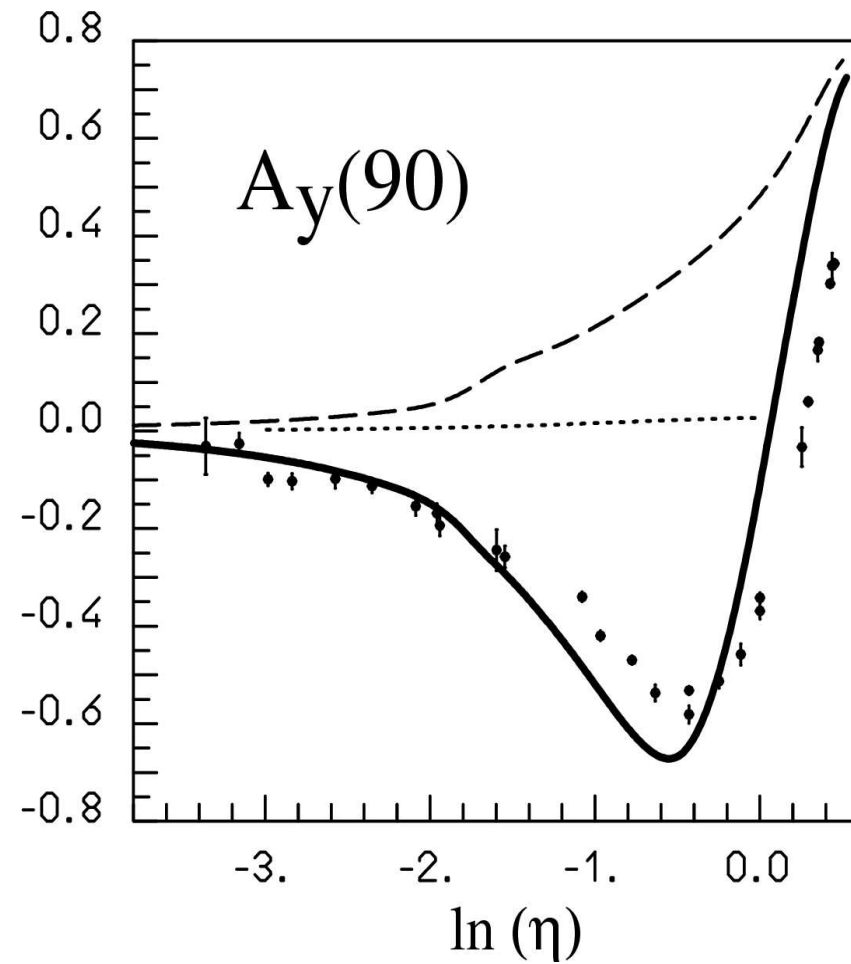
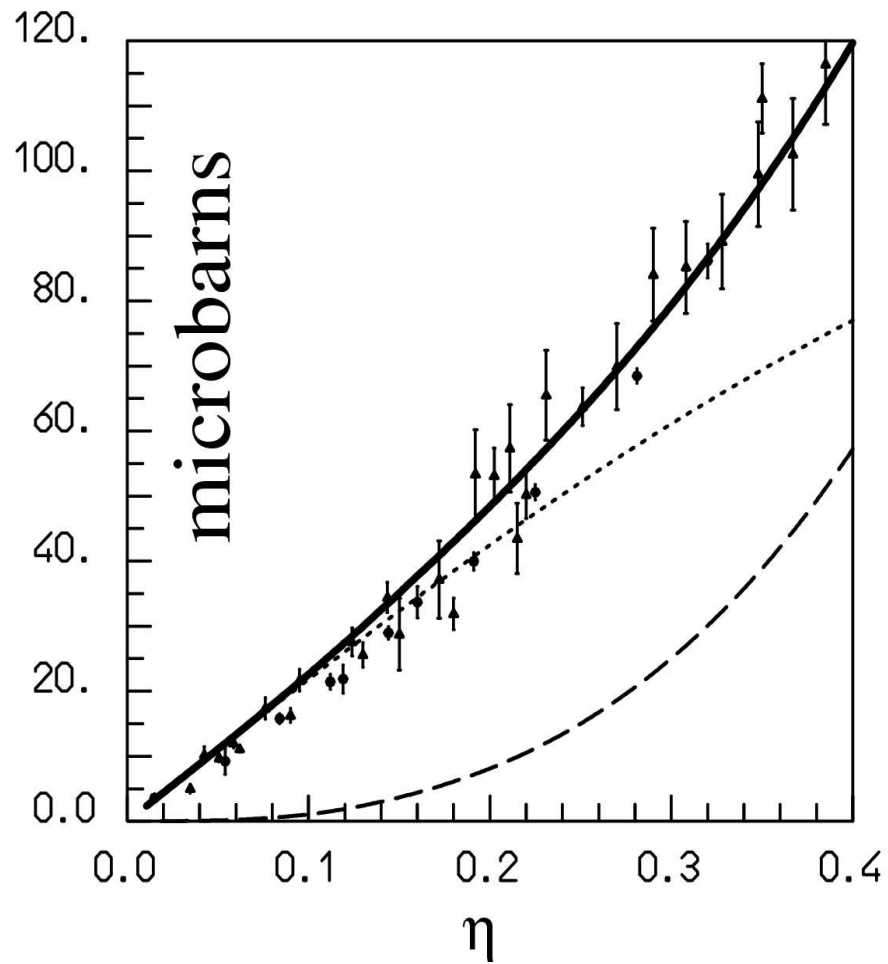
Other results



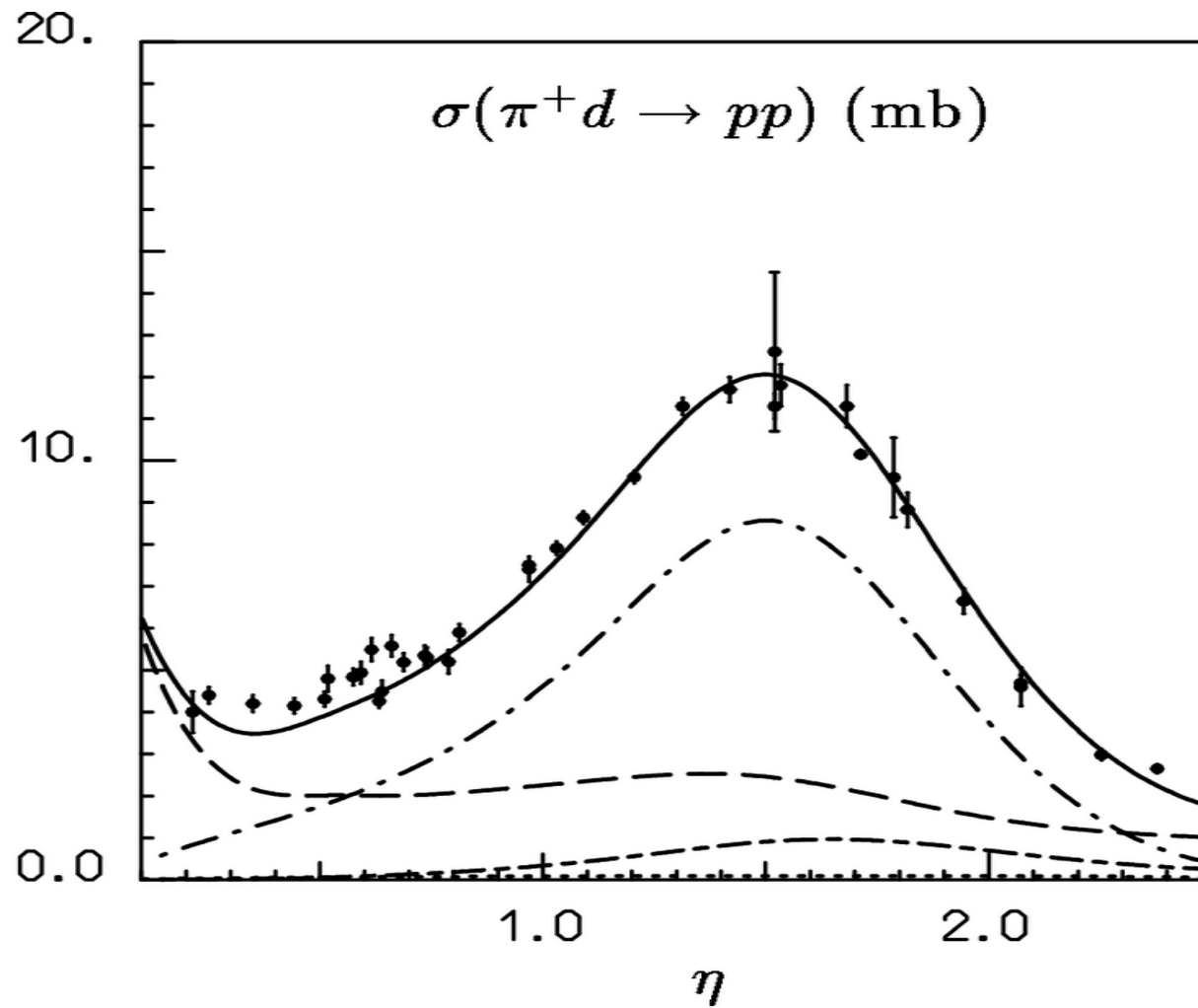
$A_y(\theta)$



Tests on the $pp \leftrightarrow d\pi^+$



Tests on the $pp \leftrightarrow d\pi^+$



CONCLUSIONI

- LA TECNICA DI FADDEEV
- LA TECNICA DI YAKUBOVSKI, PER $N > 3$
- IL CALCOLO DELLO STATO LEGATO $3N$.
- IL CALCOLO DELLE SONDE ESTERNE