Una lagrangiana chirale per descrivere la materia nucleare ad alte temperature ed alte densita’

Luca Bonanno
Dottorando in fisica
XX ciclo
Università di Ferrara

Contenuti

- Il modello di Carter & Ellis
- Predizioni del modello ad alta temperatura
- Predizioni del modello a basse T ed alte densità
- Conclusioni

Ad alte T la simmetria chirale viene restaurata

Per studiare materia nucleare ad alte T abbiamo bisogno di una lagrangiana chirale

D'altra parte, però, i modelli chirali (modelli sigma) non riescono a riprodurre la saturazione della materia nucleare!

Per studiare la materia nucleare in un ampio range di temperature e densita' utilizziamo un modello che includa, oltre alla *simmetria chirale,* anche la ***simmetria di scala***.

In QCD la rottura della simmetria di scala e' un'importante anomalia quantistica responsabile dell'esistenza del parametro Λ_{QCD} , dal quale derivano le masse degli adroni.

Ad alte T la restaurazione della simmetria di scala dovrebbe comportare pure la restaurazione della simmetria chirale

Per riprodurre a livello di campo medio **l'anomalia di scala della QCD**, si introduce un campo scalare, **il campo dilatonico**. La sua lagrangiana, per trasformazioni di scala, varia come la lagrangiana della QCD [1]

[1] H. J. Pirner, *The color dielectric model*

Il modello di Carter & Ellis:

Una lagrangiana effettiva chirale con rottura della simmetria di scala

(Carter, Ellis, Nucl.Phys.A628:325-344,1998)

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \tfrac{1}{2}\partial_\mu\boldsymbol{\pi}\cdot\partial^\mu\boldsymbol{\pi} + \tfrac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \tfrac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \tfrac{1}{2}G_{\omega\phi}\phi^2\omega_\mu\omega^\mu$$

$$+[(G_4)^2\omega_\mu\omega^\mu]^2 + \bar{N}\left[\gamma^\mu(i\partial_\mu - g_\omega\omega_\mu) - g\sqrt{\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2}\right]N - \mathcal{V}\,,$$

$$\mathcal{V} = B\phi^4\left(\ln\frac{\phi}{\phi_0} - \frac{1}{4}\right) - \tfrac{1}{2}B\delta\phi^4\ln\frac{\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2}{\sigma_0^2} + \tfrac{1}{2}B\delta\zeta^2\phi^2\left[\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2 - \frac{\phi^2}{2\zeta^2}\right]$$

$$\boxed{-\tfrac{1}{4}\epsilon_1'\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2\left[\frac{4\sigma}{\sigma_0} - 2\left(\frac{\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2}{\sigma_0^2}\right) - \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2\right] - \tfrac{3}{4}\epsilon_1'\,.}$$

Potenziale dilatonico

Anomalia di scala: traccia del tensore 'improved' $\theta^\mu_\mu = 4\epsilon_{vac}(\phi/\phi_0)^4$
con l'energia del vuoto $\epsilon_{vac} = -\frac{1}{4}B\phi_0^4(1-\delta) - \epsilon_1'$

con σ_0 e ϕ_0 rispettivamente i valori medi nel vuoto del campo σ e del campo ϕ

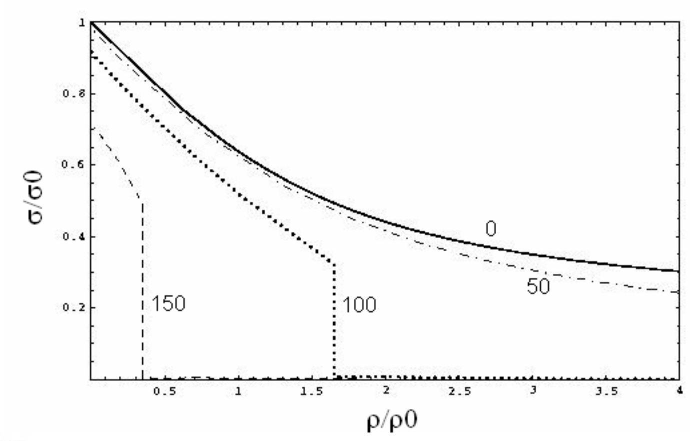
Termini che rompono esplicitamente la simmetria chirale

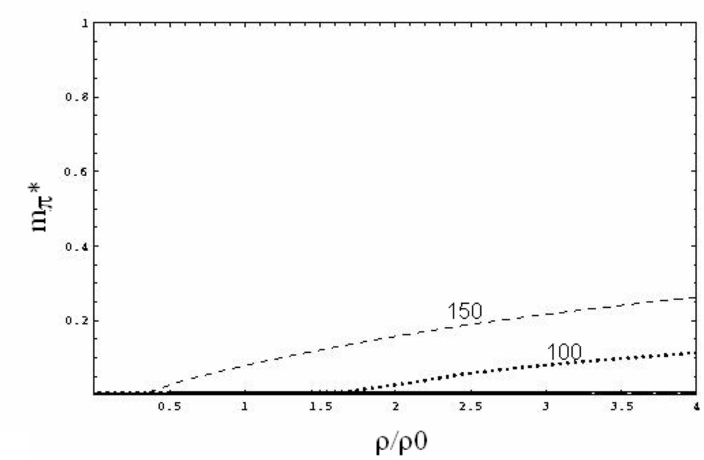
Campi:

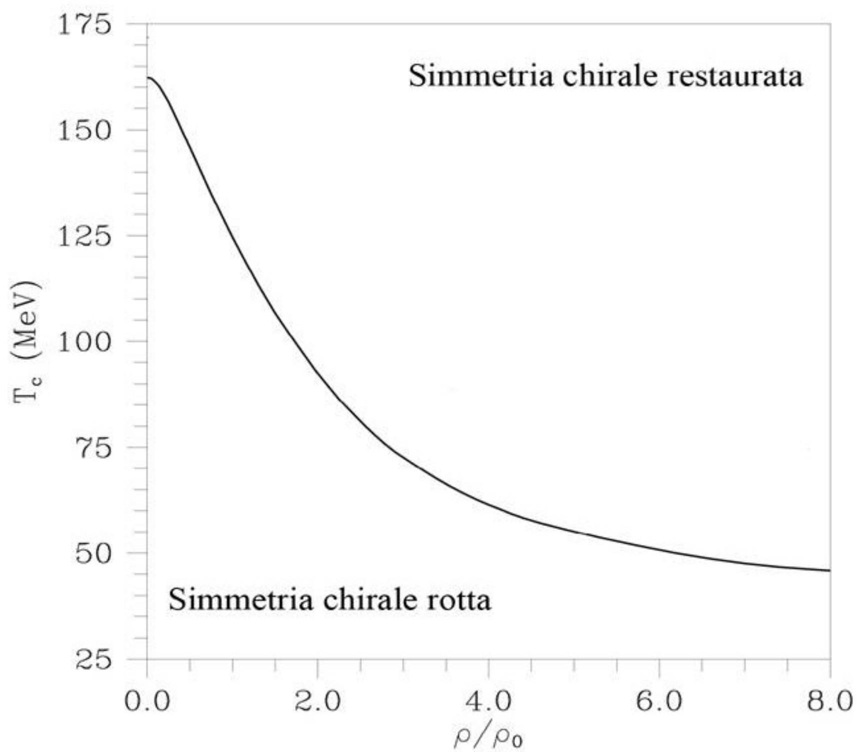
- σ scalare isoscalare
- π pseudo-scalare isovettoriale
- N campo del nucleone
- ω_μ campo vettoriale isoscalare
- ϕ campo scalare dilatonico

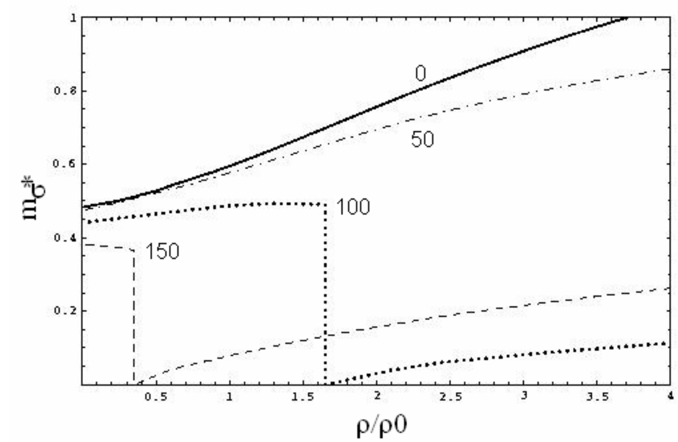
Predizioni del modello ad alte T

Caso ideale di simmetria chirale esatta ⇨ $m_\pi = 0$



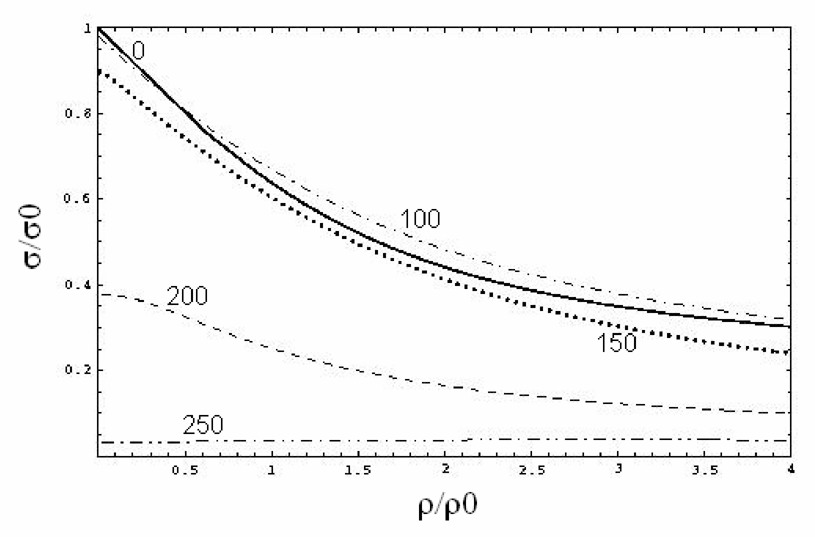


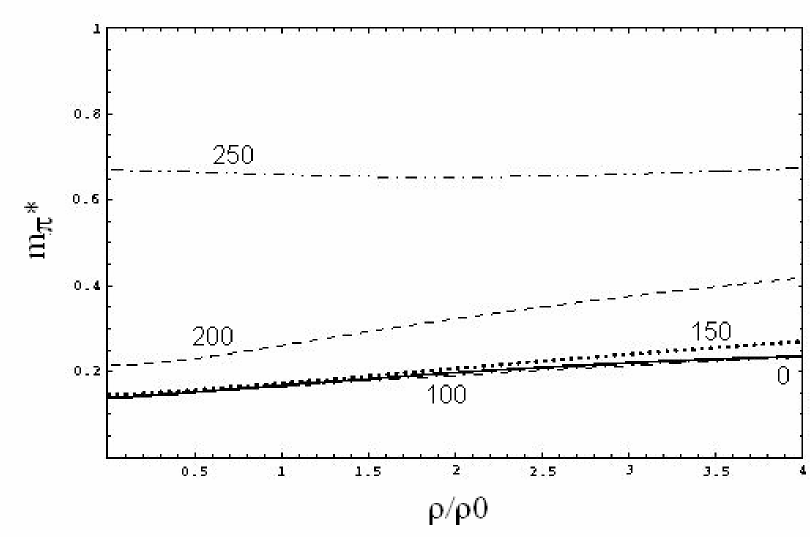




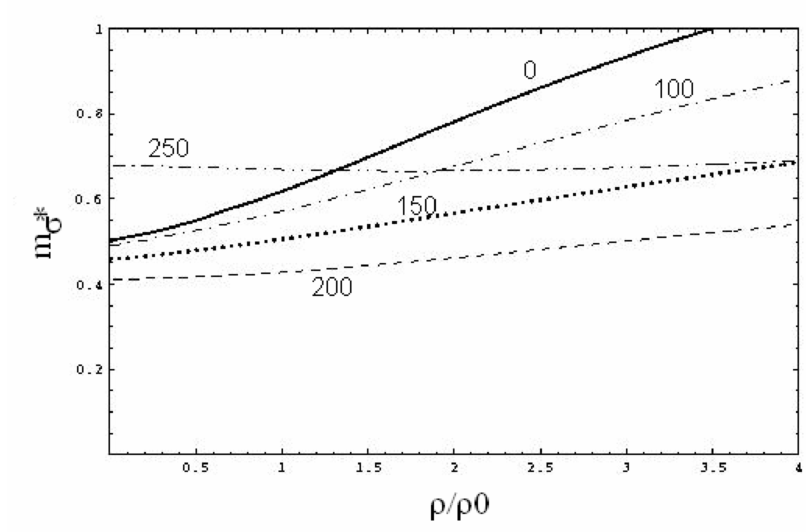
Predizioni del modello ad alte T

Caso reale ➡ m_π= 138 MeV

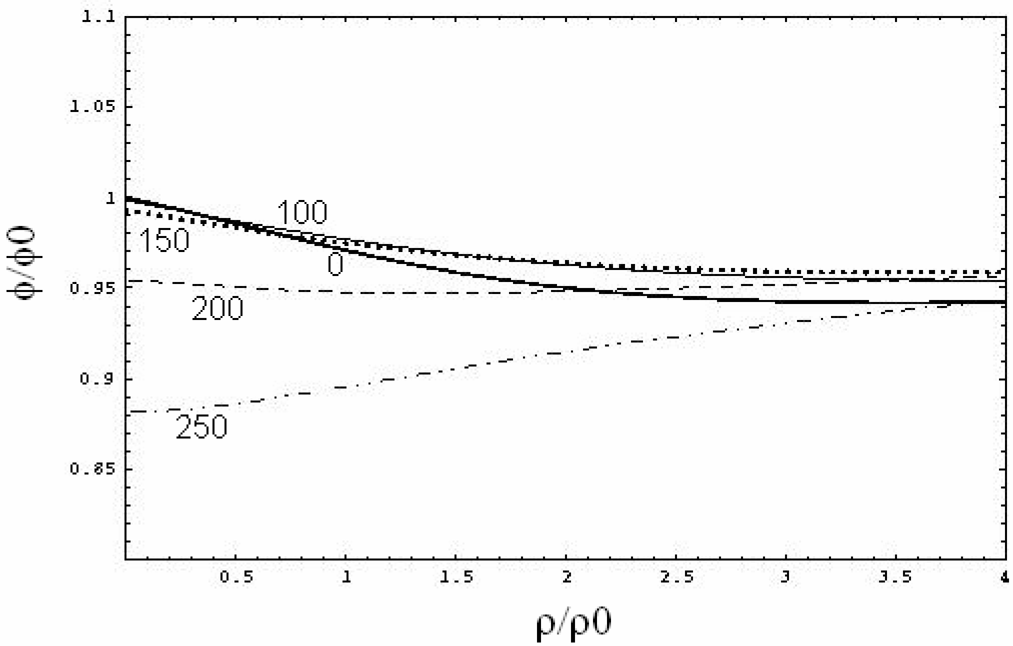




La simmetria chirale sembra restaurarsi solo a T=250 MeV. Per T piu' basse si osserva una graduale diminuzione di <σ>



E la simmetria di scala?

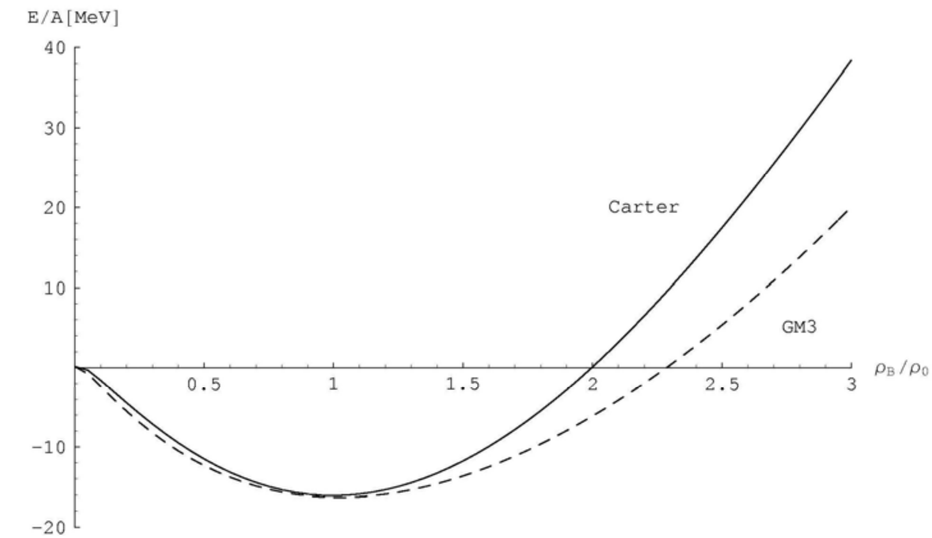


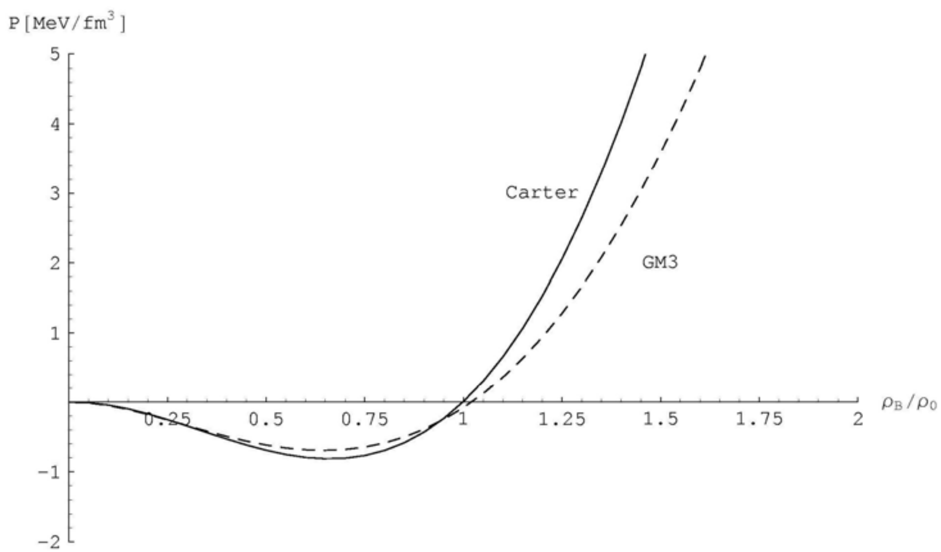
Restaurazione della simmetria di scala: ϕ deve andare a zero

Nel range di T e ρ considerato non si assiste alla restaurazione della simmetria di scala perchè non stiamo considerando alcune fluttuzioni termiche. Gli autori indicano una $T_c \sim 300$ MeV

Test del modello a T=0

EOS → Saturazione della materia nucleare



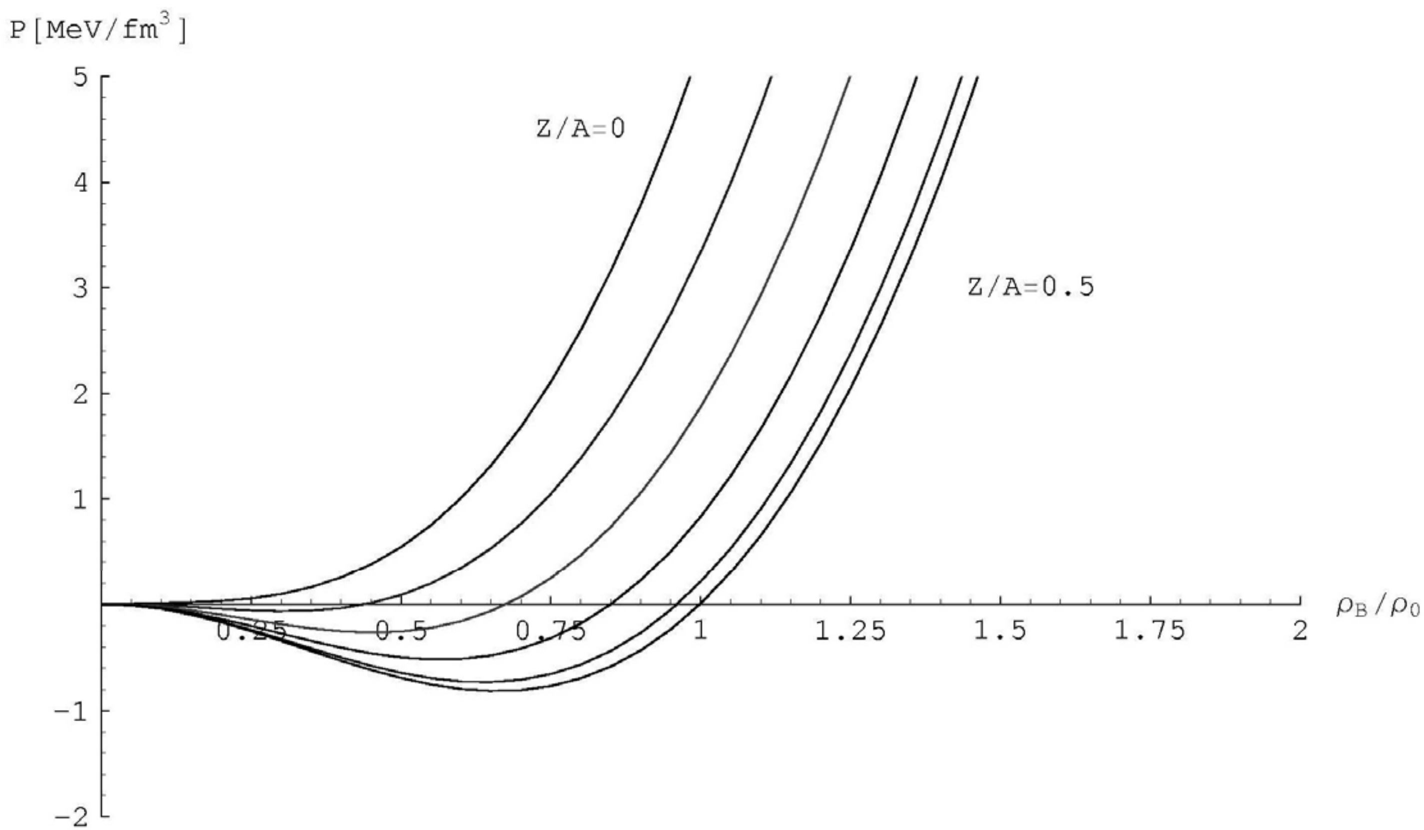


Carter ha una incompressibilità maggiore rispetto al GM3 (K=240 MeV)

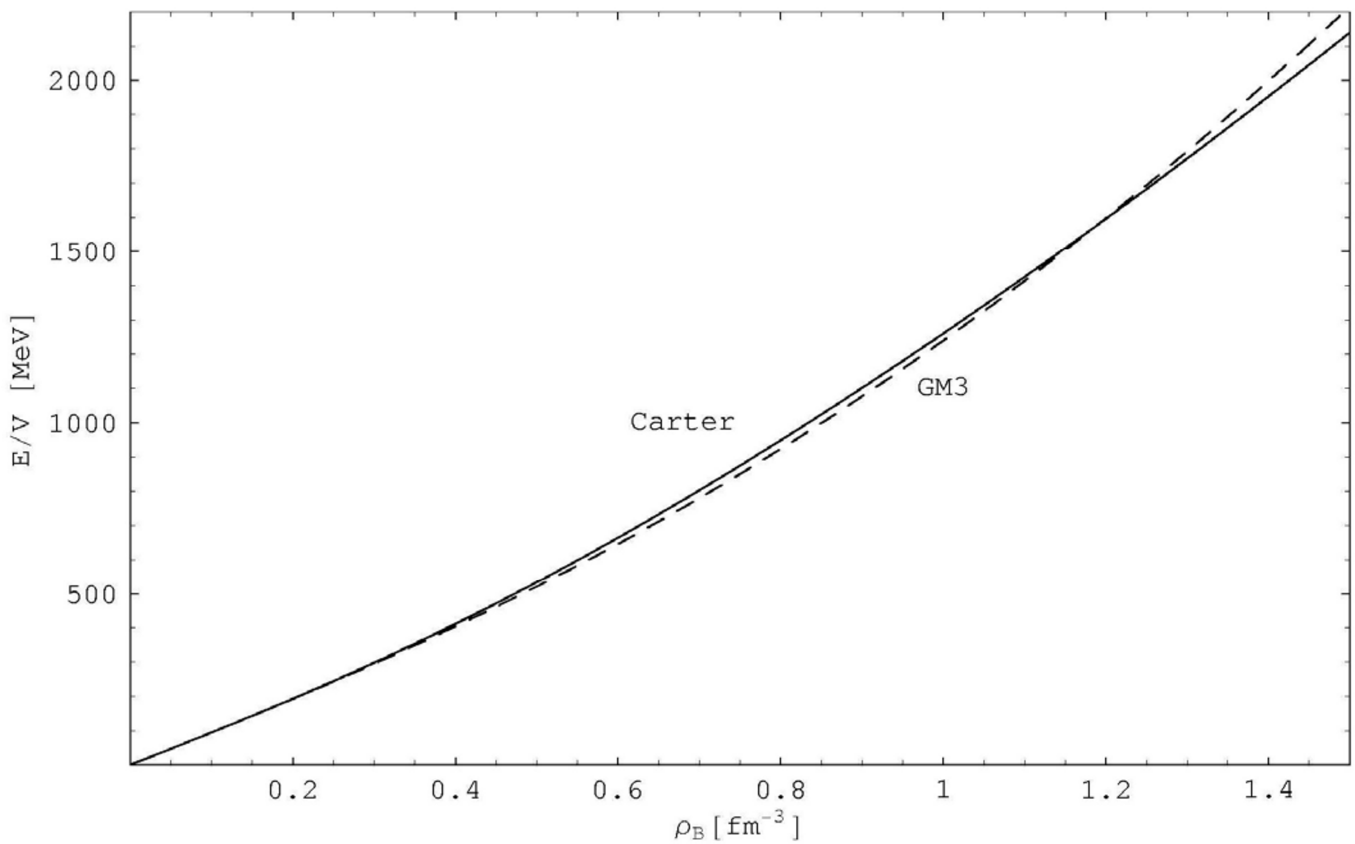
Materia nucleare asimmetrica

Si inserisce il mesone ρ nella lagrangiana

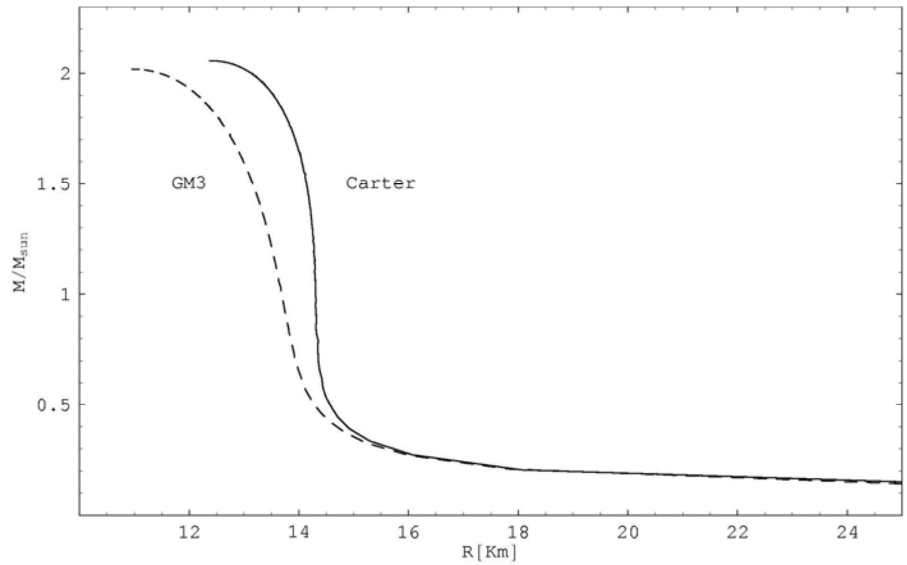
l'energia di simmetria e' fissata a 35 MeV

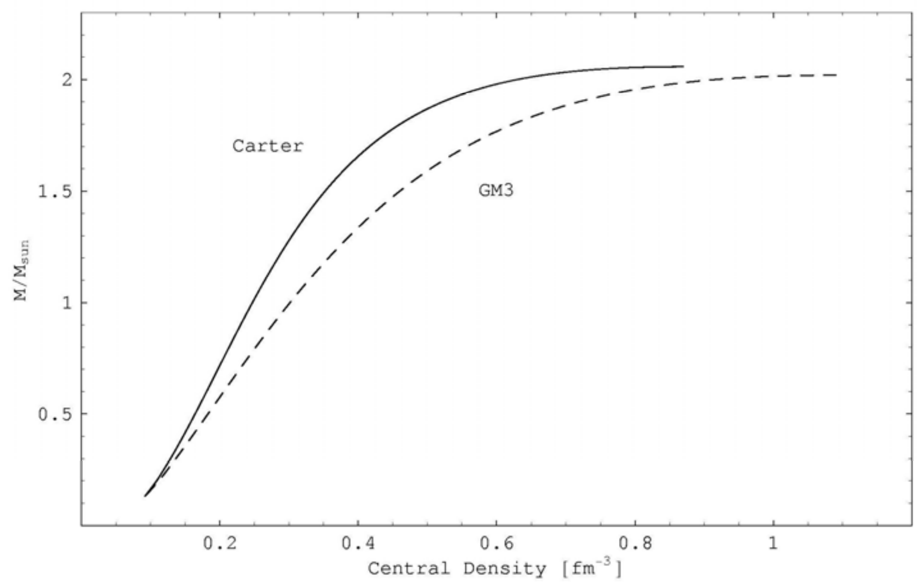


Nucleoni, elettroni e muoni in equilibrio beta-stabile a T=0 → EOS ad alta densita' per descrivere le stelle di neutroni



Stelle di neutroni





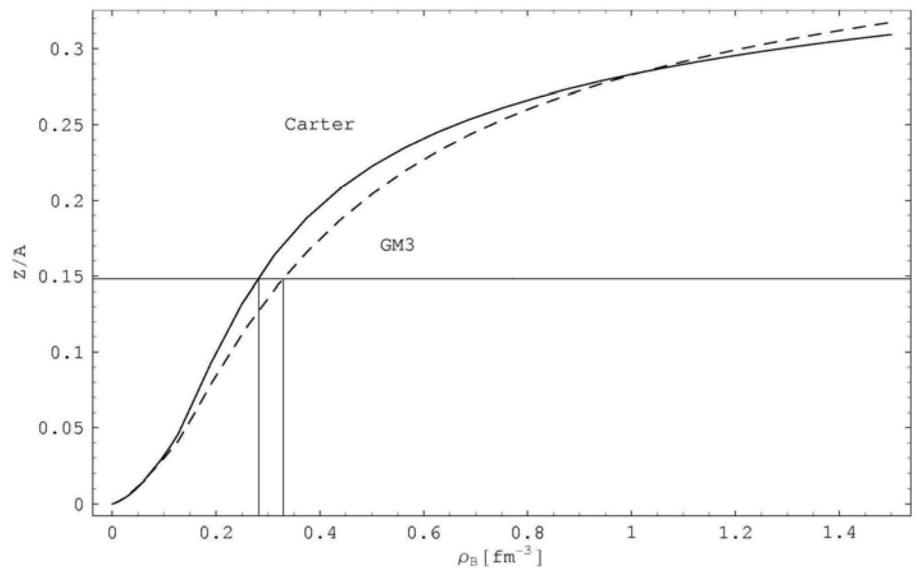
Cooling: processi URCA

Decadimenti beta che raffreddano la stella di neutroni:

- Urca diretti : decadimenti beta
- Urca modificati: decadimenti beta in presenza di uno spettatore (n, p)

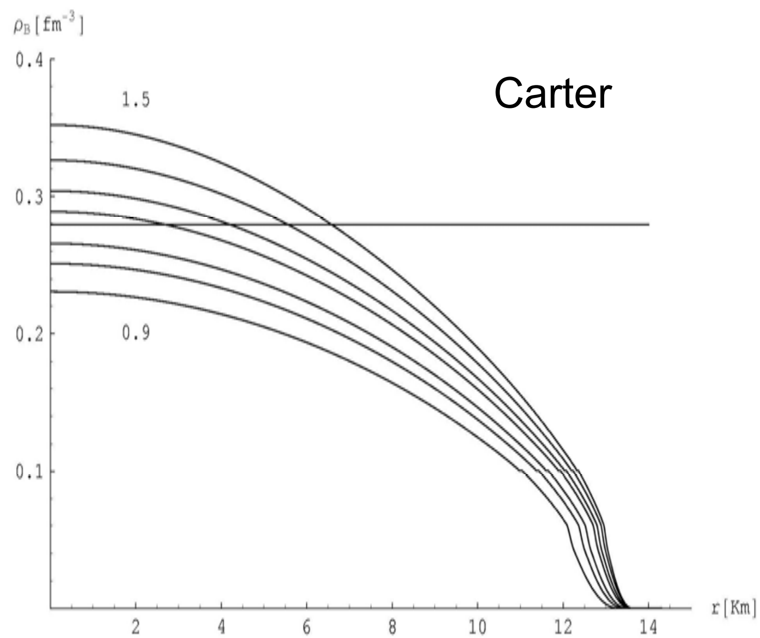
I processi URCA diretti raffreddano la stella in modo più veloce rispetto agli URCA modificati. Le misure sulla vita di stelle a neutroni indicano che i tempi di raffreddamento sono molto più lunghi rispetto a quelli che si otterrebbero raffreddando la stella con gli URCA diretti.

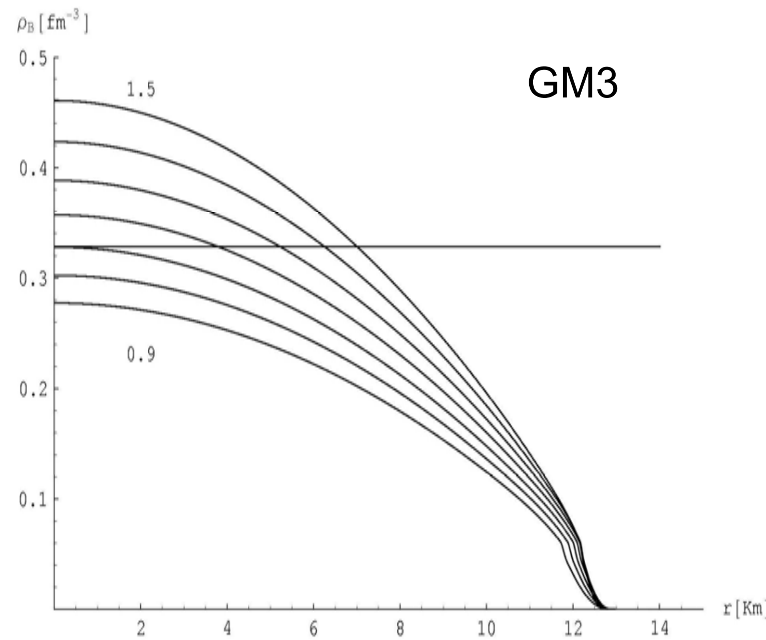
Per innescare gli URCA diretti, all'interno delle stelle bisogna superare il valore critico $Z/A \approx 0.148$ [2]



[2] J. Lattimer, C. J. Pethick, M. Prakash, P. Hensel, Phys. Rev Lett. **66**, 2701

Processi URCA diretti: masse critiche





Carter: $M_{cr} \approx 1.16$ masse solari

GM3: $M_{cr} \approx 1.1$ masse solari

Esplosione di supernova

Collasso del core (progenitore $M > 8\ M_{sun}$):

I neutrini sono intrappolati e l'energia viene trattenuta

(entropia per numero barionico S/R = 1 🕑 2)

Rimbalzo del core:

L'onda di shock non si stalla: Esplosione diretta (da 8 a 11 masse solari)

L'onda di shock si stalla: Esplosione ritardata [3]

Si puo' mostrare che per provocare l'esplosione diretta l' EOS deve avere un softening a densita' circa ρ_0.

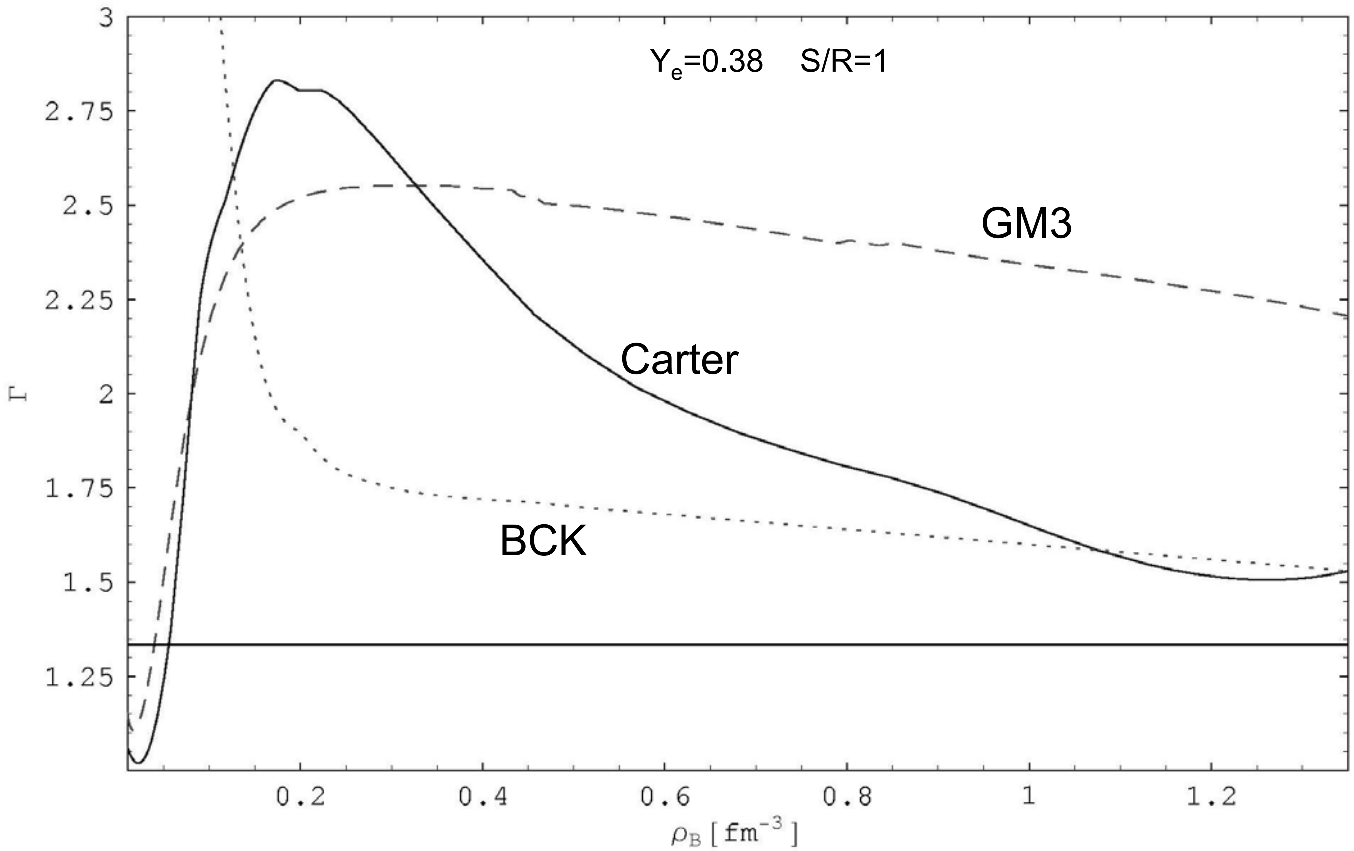
Piu' esplicitamente il coefficiente adiabatico deve diminuire bruscamente intorno a ρ_0

L'EOS BCK [4] fa scoppiare la supernova ma fornisce masse massime troppo piccole.

[3] S. Woosley, T. Yanka, *The physics of core-collapse supernovae*

[4] E. Baron, J. Cooperstein, S. Kahana, Phys. Rev Lett. **55**, 126

Compressione adiabatica del core



Carter ha un basso coefficiente adiabatico, ma per densità troppo elevate per poter influire sullo scoppio diretto di supernova

Conclusioni

Il modello:

• Descrive bene il regime di alte temperature predicendo la restaurazione della simmetria chirale.

• Descrive bene il regime di basse temperature ed alte densita' e sebbene non si discosti molto dai modelli largamente usati come GM3, per certi aspetti sembra dare risultati migliori.

Le possibili applicazioni del modello sono svariate e permettono di esplorare regioni di alte temperature ed alte densita'.
Sara' possibile:

• Studiare come l'isospin influenza la restaurazione della simmetria chirale.

• Confrontare il modello con il cosiddetto "modello a risonanze".

• Studiare la transizione gas-liquido.

• Studiare la restaurazione della simmetria di scala.

La simmetria chirale

Simmetria della QCD nel limite in cui le masse "correnti" dei quark sono nulle.

Una lagrangiana adronica ha simmetria chirale quando e' invariante per rotazioni sotto il gruppo $SU(2)_V$ x $SU(2)_A$ *

Il modello chirale piu' semplice e' il modello σ lineare di Gell-Mann e Levy:

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - g\overline{\psi}(\sigma + i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)^2 + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\boldsymbol{\pi})^2 - C^2(\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 - A)^2$$

Con Ψ, π e σ, rispettivamente il campo fermionico, il pione e un campo scalare isoscalare.

La lagrangiana è invariante per rotazione dei campi sotto il gruppo $SU(2)_A$:

i fermioni non hanno massa perché il termine $\overline{\Psi}\Psi$ rompe la simmetria della lagrangiana

$$\psi \rightarrow (1 - i\gamma_5\,\varepsilon_i\tau^i)\,\psi$$

$$\pi_i \rightarrow \pi_i + \sigma\varepsilon_i$$

$$\sigma \rightarrow \sigma - \pi^i\varepsilon_i$$

La trasformazione chirale ruota i campi σ e π(partners chirali) mescolandoli ⇒ le loro masse devono essere uguali.

la corrente conservata si chiama corrente assiale

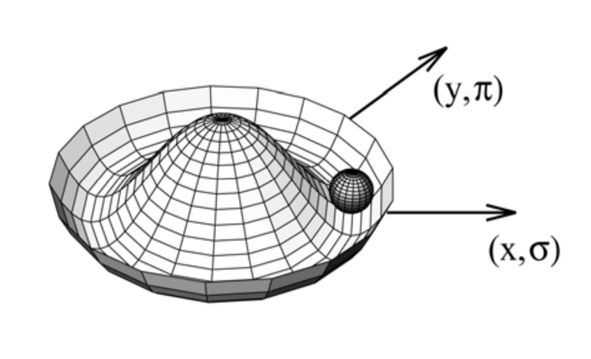
$$\mathbf{j}_5^{\mu} = \overline{\psi}\gamma^{\mu}\gamma_5\frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\psi - \sigma(\partial^{\mu}\boldsymbol{\pi}) + (\partial^{\mu}\sigma)\boldsymbol{\pi}$$

*Poiché una lagrangiana adronica e' invariante per rotazioni sotto $SU(2)_V$, gruppo di rotazioni nello spazio di isospin, ci riferiremo solo a rotazioni sotto $SU(2)_A$

Ma in natura la simmetria chirale non è una simmetria esatta!!

Il pione non è un buon Bosone di Goldstone perché non ha massa nulla, sebbene sia piccola in scala adronica (PCAC).

Se si inserisce un termine $c\sigma$ nella Lagrangiana si **rompe esplicitamente la simmetria chirale** ed il pione acquista massa col meccanismo di Nambu-Goldstone



Modo di Nambu-Goldstone: A>0

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = A \Rightarrow$$ vuoto infinitamente degenere

Scegliamo: $\langle \boldsymbol{\pi} \rangle = 0; \langle \sigma \rangle = \sqrt{A}$

Traslando i campi $\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\pi}} = \boldsymbol{\pi} \\ \tilde{\sigma} = -\sigma + \sqrt{A} \end{cases} \Rightarrow$

$$m_\sigma = \sqrt{8C^2 A}$$

$$m_\pi = 0$$

$$M = g\sqrt{A}$$

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi} = 4\sqrt{A}C^2\tilde{\sigma}\boldsymbol{\pi}^2$$

Dalla relazione di Goldberger-Treiman $A = f_\pi^2$

Alla fine la lagrangiana non è più invariante chirale

La simmetria chirale si è rotta spontaneamente

Excursus: chiral symmetry

QCD Lagrangian $\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \frac{m_u + m_d}{2}\bar{\psi}\psi - \frac{m_u - m_d}{2}\bar{\psi}\tau_3\psi \quad ; \quad \psi = \binom{\psi_u}{\psi_d}$

Isospin transformation: $\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}}\psi$

$$\mathcal{V}_k^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{\tau_k}{2}\psi \quad ; \quad Q_k = \int \mathrm{d}\vec{r}\,\psi^\dagger\frac{\tau_k}{2}\psi = I_k \quad \text{Conserved}$$

Axial transformation: $\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}\gamma_5}\psi$

$$\mathcal{A}_k^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\frac{\tau_k}{2}\psi \quad ; \quad Q_k^5 = \int \mathrm{d}\vec{r}\,\psi^\dagger\gamma_5\frac{\tau_k}{2}\psi$$

Partially Conserved Axial Current (PCAC): $\partial_\mu\mathcal{A}_k^\mu = m_q i\bar{\psi}\gamma_5\tau_k\psi$

Esplosione di supernova

Durante il rapido collasso del core di una stella di massa $M>8\ M_{\bullet}$, gli elettroni relativistici favoriscono processi di cattura elettronica, creando una moltitudine di neutrini energetici che non possono sfuggire a causa della loro grossa sezione d’urto. La frazione iniziale di leptoni si conserva, cosi’ come l’energia, ed il processo può essere descritto da una compressione adiabatica del core a bassa entropia per numero barionico (S/R = 1 🕑 2).

Il collasso continua fin che, ad alte densita’, l’ EOS diventa fortemente repulsiva ed il core rimbalza provocando un onda di shock che si propaga verso l’esterno. L’onda puo’ provocare l’esplosione della supernova solamente nel caso di stelle piccole . Nel caso di stelle piu’ grandi l’onda d’urto si stalla, e, se la stella non diventa un buco nero, tramite moti convettivi i neutrini trasportano energia agli strati piu’ esterni ravvivando l’onda di shock e provocando l’esplosione della supernova [3]

Si puo’ mostrare che, durante la compressione adiabatica, un softening dell’ EOS a densita’ circa ρ_0 puo’ provocare l’esplosione di supernovae (stelle piccola massa).

Piu’ esplicitamente il coeffinciente adiabatico deve diminuire bruscamente intorno a ρ_0

L’EOS BCK [4] e’ stata creata appositamente per fare esplodere la supernova.

[3] S. Woosley, T. Yanka, *The physics of core-collapse supernovae*

[4] E. Baron, J. Cooperstein, S. Kahana, Phys. Rev Lett. **55**, 126

Chiral $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ Symmetry of QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m_q(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L)$$

$$\psi_L \to e^{i\alpha_k\frac{\tau_k}{2}}\psi_L, \quad \psi_R \to e^{i\beta_k\frac{\tau_k}{2}}\psi_R$$

$$Q_L^k = \int d\vec{r}\psi_L^\dagger\frac{\tau_k}{2}\psi_L = \frac{1}{2}(Q_k - Q_k^5) \;\; ; \;\; Q_R^k = \int d\vec{r}\psi_R^\dagger\frac{\tau_k}{2}\psi_R = \frac{1}{2}(Q_k + Q_k^5)$$

Spontaneous symmetry breaking

$$Q_k|0> = 0 \quad Q_k^5|0> \neq 0$$

Nambu Goldstone Realisation of Chiral Symmetry

$\Rightarrow$ 3 Massless Goldstone Bosons: $|\pi_k> \sim Q_k^5|0>$ (PIONS)

$\Rightarrow$ Chiral quark condensate: $<\bar{q}q> = \frac{1}{2} < 0|\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L|0> \neq 0$

Gell-Mann,Oakes,Renner (GOR) relation

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -2m_q < \bar{q}q >$$

$$< \bar{q}q >_{vac} \simeq (-220\text{MeV})^3 \simeq -1.4 fm^{-3}$$