Scuola Di Fisica Nucleare “Raimondo Anni” (II corso)

Otranto, 29 maggio-3 giugno 2006

IL PLASMA DI QUARK E GLUONI E LE COLLISIONI DI IONI PESANTI ULTRARELATIVISTICI

Marzia Nardi
INFN Torino

Programma

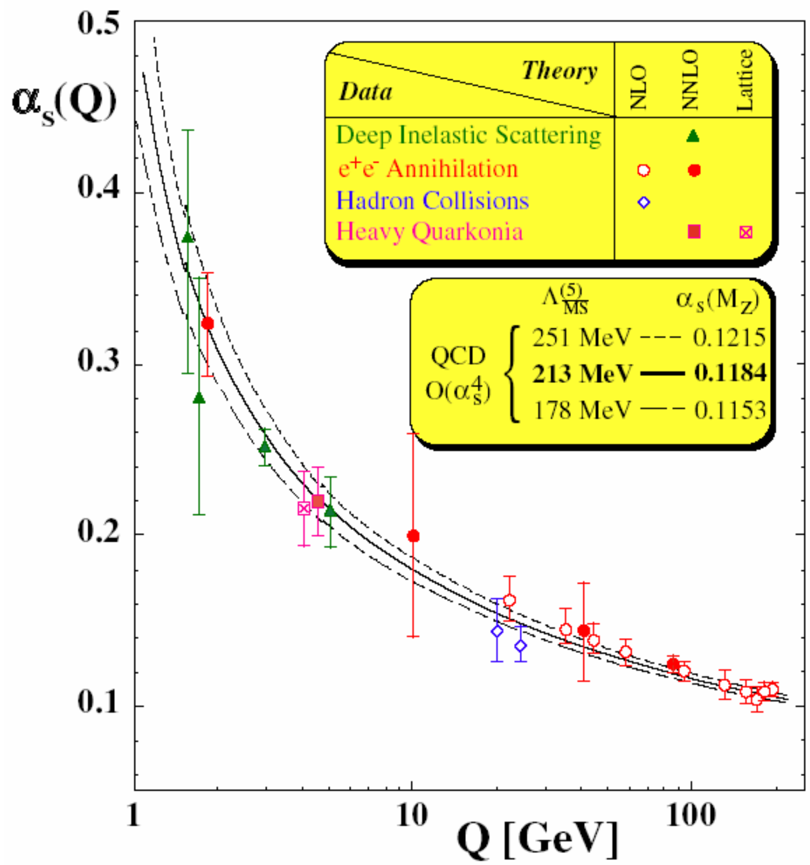
1) Introduzione
   - sistemi di particelle relativistiche
   - introduzione alla QCD, simmetrie
   - QCD su reticolo
   - transizione di fase nel modello a bag

2-3-4) Collisioni di ioni pesanti ultrarelativistici
   - fasi della collisione
   - modello di Glauber e misura di centralita`
   - espansione, descrizione idrodinamica
   - segnali di deconfinamento: sonde dure
   - segnali di deconfinamento: sonde soffici

Saturazione partonica: separazione degli effetti di stato iniziale/finale

Introduzione

- La CromoDinamica Quantistica (QCD) e` la teoria fondamentale delle interazione forti e descrive le interazioni tra i costituenti elementari (quark, gluoni) degli adroni.
- La costante di interazione α_s decresce al crescere dell'impulso scambiato Q (o al diminuire della distanza di interazione): *Liberta` asintotica* (-> QCD perturbativa).



α_s diventa grande a piccoli Q (grandi distanze) : non e` applicabile il calcolo perturbativo tradizionale.

Non sono osservabili quark (e gluoni) isolati: Confinamento

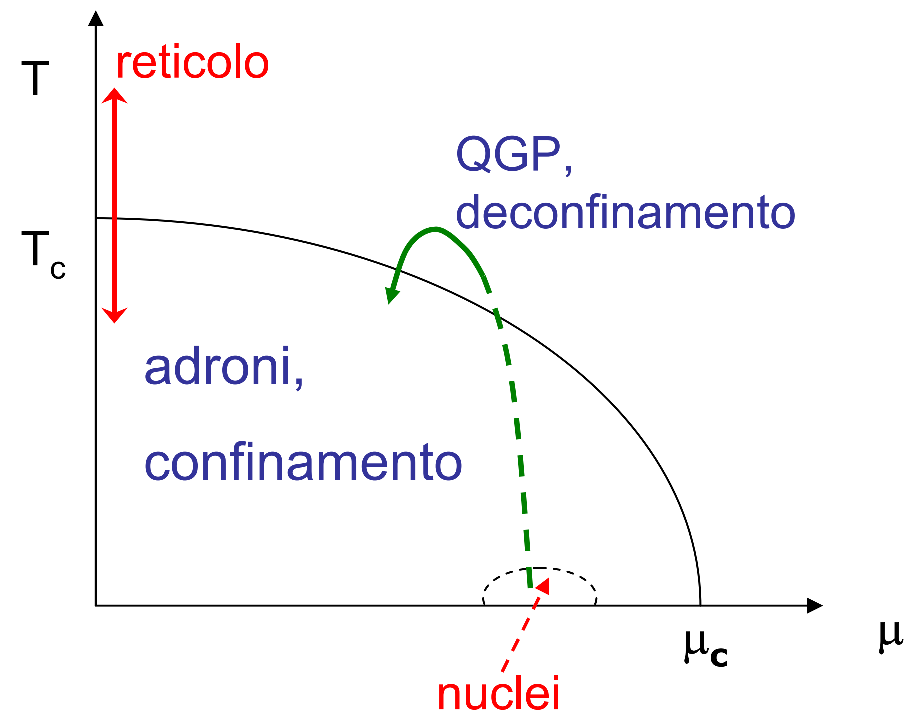
1) Fisica nucleare delle basse energie: interazioni tra adroni. La QCD e` valida ma non direttamente utilizzabile!

-> Modelli effettivi.

2) Calcolo su reticolo: applicazione diretta della QCD ad un sistema infinito di quark e gluoni, su uno spazio-tempo discretizzato; il passo del reticolo "a" costituisce un cut-off ultravioletto. Si estrapola al continuo.

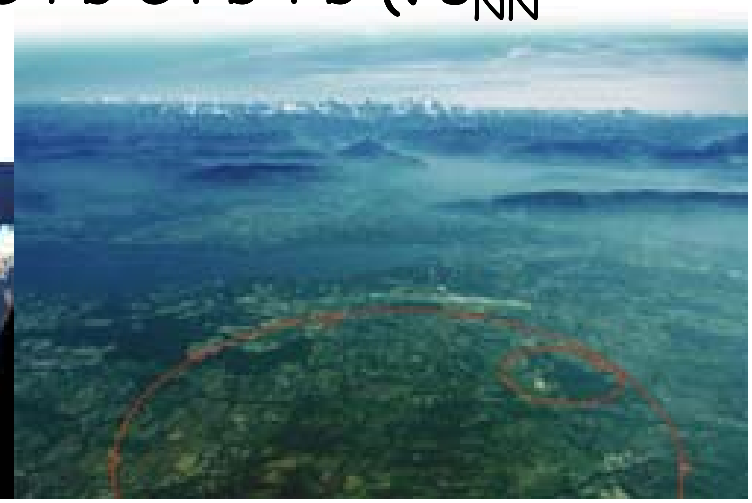
I calcoli di QCD su reticolo dimostrano che in un sistema (infinito, omogeneo, all'equilibrio) di gluoni e quark (e antiquark) avviene una "transizione" da una fase confinata (adroni) ad una deconfinata (QGP: Quark-Gluon Plasma) quando la temperatura supera un valore critico T_c (170-200 MeV).

Gli esperimenti di collisioni tra ioni pesanti ad altissime energie hanno lo scopo di verificare in laboratorio questi risultati teorici



Collisioni di ioni pesanti ad alte energie

- AGS, Brookhaven National Lab. (BNL) : energie moderate
- Seconda meta` 80 : studio sistematico con SPS (CERN), collisioni protone-nucleo e nucleo-nucleo a E_{lab}=160-200 AGeV ($\sqrt{s_{NN}}$ = 17-20 GeV) e, successivamente, ad energie minori, fino a 40 AGeV ($\sqrt{s_{NN}}$ = 9 GeV).
- Nel 2000 inizia l'era di RHIC (BNL) : collisioni Au-Au e Cu-Cu ad energie $\sqrt{s_{NN}}$ = 20-200 GeV; deutone-Au a 20-200 GeV.
- Nel 2007(8?) : LHC al CERN, protone-Pb e Pb-Pb ($\sqrt{s_{NN}}$ = 5.5 TeV).



Storia dell'Universo

Big Bang -> l'Universo si espande e si raffredda attraversando diverse fasi:

- Transizione elettrodebole e generazione delle masse (T~200 GeV)
- transizione QGP-adroni, T~200 MeV
- nucleosintesi primordiale, T~1 MeV (nuclei D,He; neutroni liberi decadono in protoni)
- disaccoppiamento materia-radiazione, T~ eV (H), la composizione "chimica" dell'Universo e` "fissata"

In laboratorio si cerca di produrre un "Little Bang"

Termodinamica di un sistema di particelle relativistiche

La funzione di distribuzione $f_i(\mathbf{p},\mathbf{r},t)$ indica quante particelle di specie "i" sono presenti al tempo t nell'elemento di volume $d^3r d^3p$. Per una specie di particelle:

$$f(p) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_p - \mu)/T} \pm 1}$$

$\varepsilon_p = \sqrt{(p^2+m^2)}$, + fermioni, - bosoni

densita` di particelle :

$$n = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f(p) = \frac{Tm^2}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} K_2(\frac{km}{T}) e^{k\mu/T}$$

densita` di energia :

$$\varepsilon = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \varepsilon_p f(p)$$

Il potenziale chimico indica la variazione dell'energia libera dovuta alla variazione del numero di particelle:

$$\mu_q \equiv \tfrac{\partial F}{\partial N_q} \qquad \mu_{\bar{q}} \equiv \tfrac{\partial F}{\partial N_{\bar{q}}}$$

All'equilibrio, F e` stazionaria per una variazione piccola di N_q ed $N_{q\text{-bar}}$ che non cambia il numero barionico ($\Delta N_q = \Delta N_{q\text{-bar}}$):

$$0 = \Delta F = \tfrac{\partial F}{\partial N_q}\Delta N_q + \tfrac{\partial F}{\partial N_{\bar{q}}}\Delta N_{\bar{q}} = (\mu_q + \mu_{\bar{q}})\Delta N_q$$

quindi all'equilibrio $\mu_{\bar{q}} = -\mu_q$.

Per uno spostamento dall'equilibrio con ΔN_B :

$$\Delta F = \mu_B \Delta N_B = \mu_q \Delta N_q + \mu_{\bar{q}} \Delta N_{\bar{q}} = \mu_q (\Delta N_q - \Delta N_{\bar{q}})$$

da cui $\mu_B=3\mu_q$ dato che $\Delta N_B=(\Delta N_q - \Delta N_{q\text{-bar}})/3$

Esempio 1: T=0 , μ_q>0

Nello stato fondamentale ci sono solo quark (no antiquark).
Per quark di tipo u:

$$n_u = 6\int_0^{\mu} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} = \frac{\mu^3}{\pi^2}$$

$$\varepsilon = \frac{3\mu^4}{4\pi^2} \qquad P = n\frac{d\varepsilon}{dn} - \varepsilon = \frac{\varepsilon}{3}$$

Esempio 2: T>0 , μ_q=0

Ci sono tanti quark quanti antiquark.

$$n_u = 6\int_0^{\mu} \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{p/T}+1} = \frac{9\zeta(3)}{2\pi^2}T^3$$

Esempio 3: T>0, m≠ 0

Si puo` calcolare analiticamente la differenza tra il numero di quark e di antiquark:

$$n_u - n_{\bar{u}} = 6\int_0^{\mu} \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\left[\frac{1}{e^{(p-\mu)/T}+1} - \frac{1}{e^{(p+\mu)/T}+1}\right] = \frac{\mu^3}{\pi^2} + \mu T^2$$

$$n_B = \tfrac{1}{3}(n_u - n_{\bar{u}} + n_d - n_{\bar{d}}) = \frac{2}{3}\left(\frac{\mu^3}{\pi^2} + \mu T^2\right)$$

Per particelle a massa nulla (μ=0):

$$n = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{p/T} \pm 1} = T^3 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \times \begin{cases} 1 & bosoni \\ \frac{3}{4} & fermioni \end{cases}$$

$$\varepsilon = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{p/T} \pm 1} = T^4 \frac{\pi^2}{30} \times \begin{cases} 1 & bosoni \\ \frac{7}{8} & fermioni \end{cases}$$

$P=\varepsilon/3$ $\qquad$ $Ts=\varepsilon+P$

Per QGP formato da u,d,s e gluoni, alla temperatura T :

$n=\nu T^3\zeta(3)/\pi^2 \sim 5.2T^3$ con ν=2x8+3/4x2x3x3x2=43

$\varepsilon=\nu'\pi^2 T^4/30$ con ν'=2x8+7/8x2x3x3x2=47.5

Se T=200MeV : n~5.4fm^{-3} , ε ~3 Gev/fm^{-3}

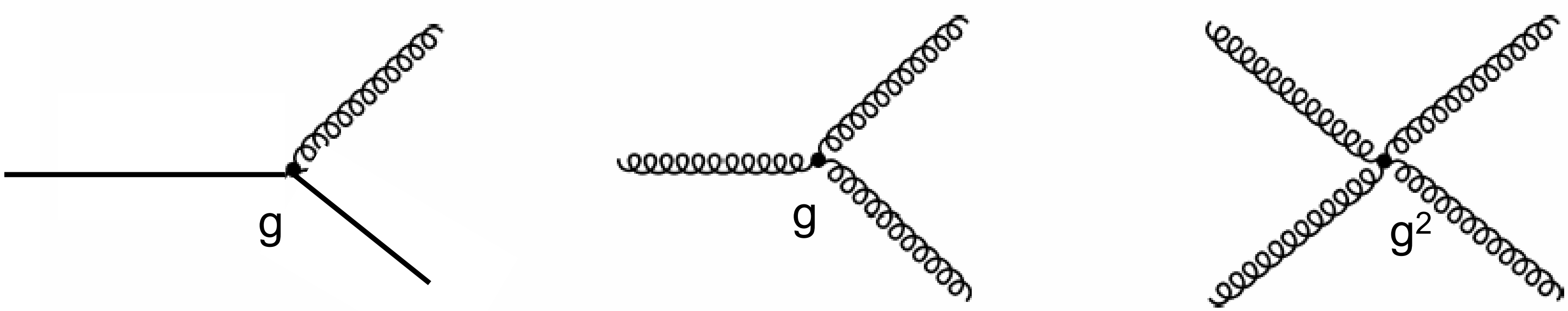
Elementi di QCD

$$\mathcal{L}_{\rm QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F_a^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig\frac{\lambda_a}{2} A^a_\mu\right)\psi - m\bar{\psi}\psi$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f_{abc} A^b_\mu A^c_\mu$$

La QCD e` la teoria che descrive le interazioni tra I costituenti elementari degli adroni: quark e gluoni.

Interazione di gauge non abeliana, i gluoni interagiscono tra loro.



La costante di accoppiamento $\alpha_s = g^2/4\pi$ cresce al crescere della distanza di interazione

$$\alpha_s(r_1) = \frac{\alpha_s(r_2)}{1 + \frac{11N_c - 2N_f}{6\pi}\alpha_s(r_2)\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

=> Confinamento

Simmetria chirale

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}(i\not{D} - m)q - \tfrac{1}{4}F^2 \qquad m = \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix}$$

Definiamo gli operatori di proiezione:

$$P_{L,R} \equiv \tfrac{1}{2}(1 \pm \gamma_5) \qquad q_{L,R} \equiv P_{L,R}\, q$$

$$P_L^2 = P_L \qquad P_R^2 = P_R \qquad P_L P_R = P_R P_L = 0$$

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}_L i\not{D} q_L + \bar{q}_R i\not{D} q_R - (\bar{q}_R m q_L + \bar{q}_L m q_R) - \tfrac{1}{4}F^2$$

Se m=0 $\mathcal{L}_{QCD}$ e` invariante per rotazioni di sapore:

$$q_R \to U_R q_R \qquad q_L \to U_L q_L$$

dove U_R e U_L sono matrici 2x2 unitarie indipendenti

Il gruppo di simmetria e`

$U(2)_R \times U(2)_L = U(1)_R \times U(1)_L \times SU(2)_R \times SU(2)_L$

Correnti conservate:

$$j_L^{\mu} = \overline{q}_L \gamma^{\mu} q_L \qquad j_R^{\mu} = \overline{q}_R \gamma^{\mu} q_R$$

$$j_L^{i\mu} = \overline{q}_L \tfrac{\tau^i}{2} \gamma^{\mu} q_L \qquad j_R^{i\mu} = \overline{q}_R \tfrac{\tau^i}{2} \gamma^{\mu} q_R$$

Si definiscono correnti assiali e vettoriali:

$$j_V^{\mu} = \tfrac{1}{2}(j_L^{\mu} + j_R^{\mu}) = \overline{q}\, \gamma^{\mu} q \qquad j_A^{\mu} = \tfrac{1}{2}(j_L^{\mu} - j_R^{\mu}) = \overline{q} \gamma^{\mu} \gamma^5 q$$

$$j_V^{i\mu} = \tfrac{1}{2}(j_L^{i\mu} + j_R^{i\mu}) = \overline{q}\, \tfrac{\tau^i}{2} \gamma^{\mu} q \qquad j_A^{i\mu} = \tfrac{1}{2}(j_L^{i\mu} - j_R^{i\mu}) = \overline{q} \tfrac{\tau^i}{2} \gamma^{\mu} \gamma^5 q$$

Se m_u=m_d>0 vi sono ancora delle simmetrie.

Se le masse dei quark sono diverse tra loro, la Lagrangiana di QCD non e` invariante.

In natura le masse dei quark u e d sono piccole e diverse tra loro. La simmetria di isospin e` approssimata.

La simmetria chirale non esiste.

A temperatura finita pero` le cose cambiano…

Rottura spontanea della simmetria e masse delle particelle

Consideriamo la lagrangiana di un campo scalare con un potenziale V:

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) \qquad V(\phi) = -\tfrac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \tfrac{\lambda}{4}\phi^4$$

La lagrangiana e` invariante per trasformazioni ϕ->-ϕ

L'equazione del moto

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi = -\frac{\partial V}{\partial\phi}$$

ammette una soluzione costante ϕ_0 (corrispondente ad un minimo del potenziale):

$$\phi_0 = \sqrt{\mu^2/\lambda}$$

Le piccole fluttuazioni del campo attorno al minimo sono eccitazioni di particella singola. Sia

$$\phi(x,t) = \phi_0 + \delta\phi(x,t)$$

l'equazione per $\delta\phi$ e\`:

$$\partial_\mu \partial^\mu \delta\phi = (-\mu^2 + 3\lambda\phi_0^2)\delta\phi + O(\delta\phi^2)$$

cioe\` l'equazione di Klein-Gordon per una particella di massa $m^2 = -\mu^2 + 3\lambda\phi_0^2 = 2\mu^2$

Consideriamo ora un insieme di sistemi alla temperatura T e calcoliamo la media termica:

$$\partial_\mu \partial^\mu \langle \phi \rangle = -\left\langle \tfrac{\partial V}{\partial \phi} \right\rangle \qquad \langle \phi \rangle = \tfrac{1}{Z} Tr\left\{ e^{-\beta H} \phi \right\}$$

Definiamo la deviazione dalla media termica: $\phi = \langle \phi \rangle + \tilde{\phi}$

Per definizione: $\langle \tilde{\phi} \rangle = 0$

L'equazione del moto e\`: $\partial_\mu \partial^\mu \langle \phi \rangle = \mu^2 \langle \phi \rangle - \lambda \left\langle \langle \phi \rangle + \tilde{\phi} \right\rangle^3$

Per simmetria: $\langle \tilde{\phi}^3 \rangle = 0$

mentre $\langle \tilde{\phi}^2 \rangle \propto T^2$

quindi $\partial_\mu \partial^\mu \langle \phi \rangle = \mu^2 \langle \phi \rangle - \lambda \left(\langle \phi \rangle^3 + 3 \langle \phi \rangle \langle \tilde{\phi}^2 \rangle \right)$

Esistono soluzioni costanti $\phi_T^2 = \mu^2 / \lambda - 3 \langle \tilde{\phi}^2 \rangle$

Le piccole fluttuazioni attorno al minimo sono eccitazioni di particella singola.

$$\langle \phi \rangle = \phi_T + \delta\phi$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \delta\phi = -\mu^2 \delta\phi + 3\lambda(\phi_T^2 + \langle \widetilde{\phi}^2 \rangle)\delta\phi$$

La massa della particella e\`

$$m^2 = -\mu^2 + 3\lambda(\phi_T^2 + \langle \widetilde{\phi}^2 \rangle) = 2\lambda\phi_T^2$$

e dipende dalla temperatura !

In particolare esiste una temperatura Tχ in corrispondenza della quale la massa della particella si annulla.

QCD su reticolo

Ogni osservabile termodinamica si puo` ottenere dalla funzione di partizione:

$$Z = Tr\{e^{-\beta H}\}$$

$$\varepsilon = -\frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z \qquad P = \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial V}\ln Z$$

$e^{-\beta H}$ e` un “operatore di evoluzione temporale in un tempo immaginario” : t->-iβ , e^{-iHt} -> $e^{-\beta H}$

Si puo` applicare il formalismo degli integrali di cammino sviluppato nella meccanica quantistica:

$$Z = \int \mathcal{D}A_\mu^a(x)\,\mathcal{D}\bar{\psi}(x)\,\mathcal{D}\psi(x)\,e^{i\int d^4x\,\mathcal{L}[A_\mu^a,\bar{\psi},\psi]}$$

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}A_\mu^a(\boldsymbol{x},\tau)\,\mathcal{D}\bar{\psi}(\boldsymbol{x},\tau)\,\mathcal{D}\psi(\boldsymbol{x},\tau)\,e^{-\int_0^\beta d\tau\int d^3x\,\mathcal{L}_{\mathrm{E}}[A_\mu^a,\bar{\psi},\psi]}$$

Esempio:
quark statico in un campo gluonico

Equazione di Dirac in tempo immaginario (t->iτ):

$$\left[\partial_\tau + gA_0 + \boldsymbol{\alpha}\cdot\left(\tfrac{\nabla}{i} - g\mathbf{A}\right) + M\gamma_0\right]\psi(\mathbf{r},\tau) = 0$$

Per un quark pesante, M grande, γ_0=1, α trascurabile:

$$\left[\partial_\tau + gA_0 + M\right]\psi(\mathbf{r},\tau) = 0$$

la cui soluzione e\` :

$$\psi(r,\tau) = e^{-M\tau} T \exp\left\{-g\int_0^\tau dt A_0(r,t)\right\}\psi(r,0)$$

L'energia libera F si ottiene da:

$$e^{-\beta F} = \tfrac{1}{N_c}\sum_{a,n}\left\langle n\middle|\psi_a(r)e^{-\beta H}\psi_a^+(r)\middle|n\right\rangle$$

dove |n> e\` uno stato gluonico, $\psi_a^+(r)$ crea un q di colore a nel punto r.

Usando $e^{\beta H}\psi_a(r)e^{-\beta H} = \psi_a(r,\beta)$:

$$e^{-\beta F} = \frac{1}{N_c}\sum_{a,n}\left\langle n\left|e^{-\beta E_n}\psi_a(r,\beta)\psi_a^+(r)\right|n\right\rangle$$

inoltre:

$$\psi_a(r,\beta) = e^{-M\beta}T\exp\left\{-g\int_0^\beta dtA_0(r,t)\right\}_{ab}\psi_b(r,0)$$

quindi $$e^{-\beta F} = e^{-M\beta}\sum_n e^{-\beta E_n}\left\langle n\left|L(r)\right|n\right\rangle$$

la quantita` $$L(r) = \frac{1}{N_c}Tr\exp\left\{-g\int_0^\beta dtA_0(r,t)\right\}$$

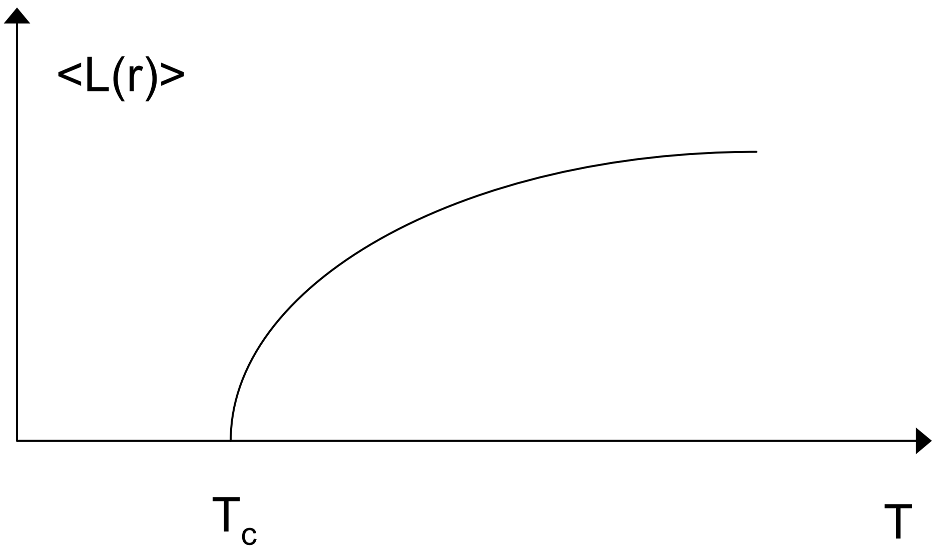
e` chiamata Linea di Polyakov

Il valor medio <L(r)> e` un parametro d'ordine della transizione di fase:

- a basse temperature <L(r)>=0, F->infinito, l'energia del quark isolato e` infinita
- ad alte temperature invece <L(r)> e F sono finiti

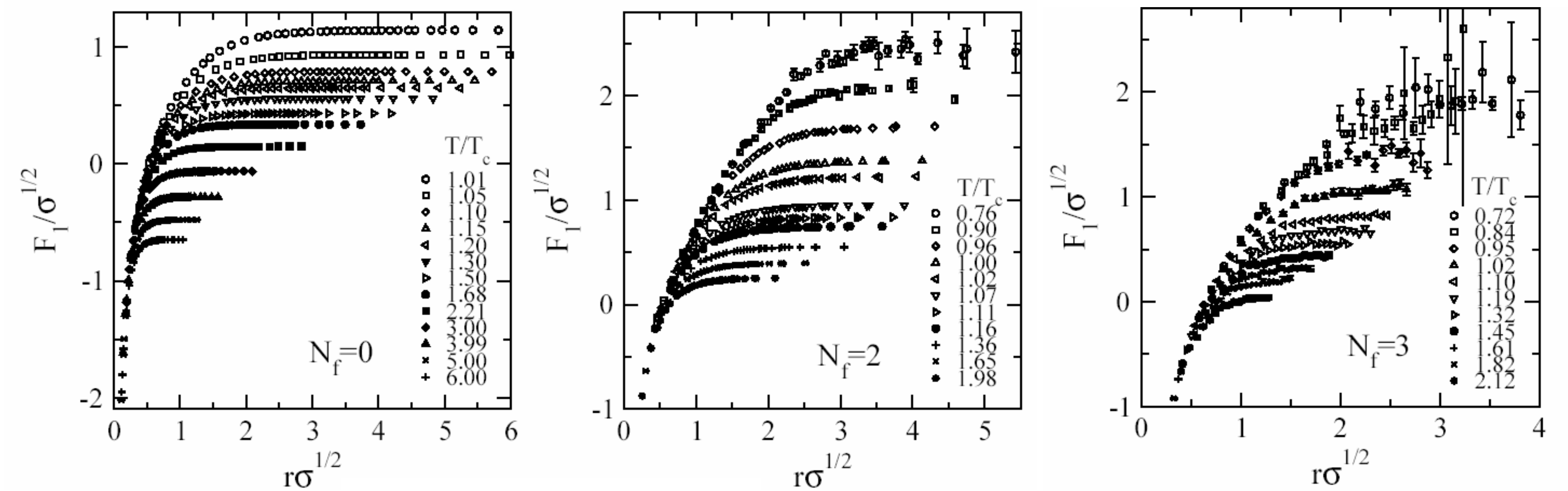
Per una coppia di quark massivi si calcola il correlatore di L(r):

$$e^{-\beta(F_{q\bar{q}}(r)-F_0-2M)} = \left\langle L(0)L^+(r)\right\rangle$$



Da F si ottiene il potenziale di interazione tra due quark

Risultati dal reticolo



L'energia libera F e l'energia interna U sono legate dalla relazione termodinamica F=U-TS, S=-∂F/∂T

$$U = -T^2 \frac{\partial (F/T)}{\partial T}$$

Transizione chirale

Lo stato fondamentale (vuoto) non e` invariante per trasformazioni chirali :

$$e^{i\omega_a Q_A^a} \,|\, 0 > \neq |\, 0 >$$

questo implica che il valore medio nel vuoto dell'operatore $\bar{q}q$ (condensato chirale) e` diverso da zero. Quindi $< 0 \,|\, \bar{q}q \,|\, 0 >$ e` un parametro d'ordine della transizione chirale.

Risultati

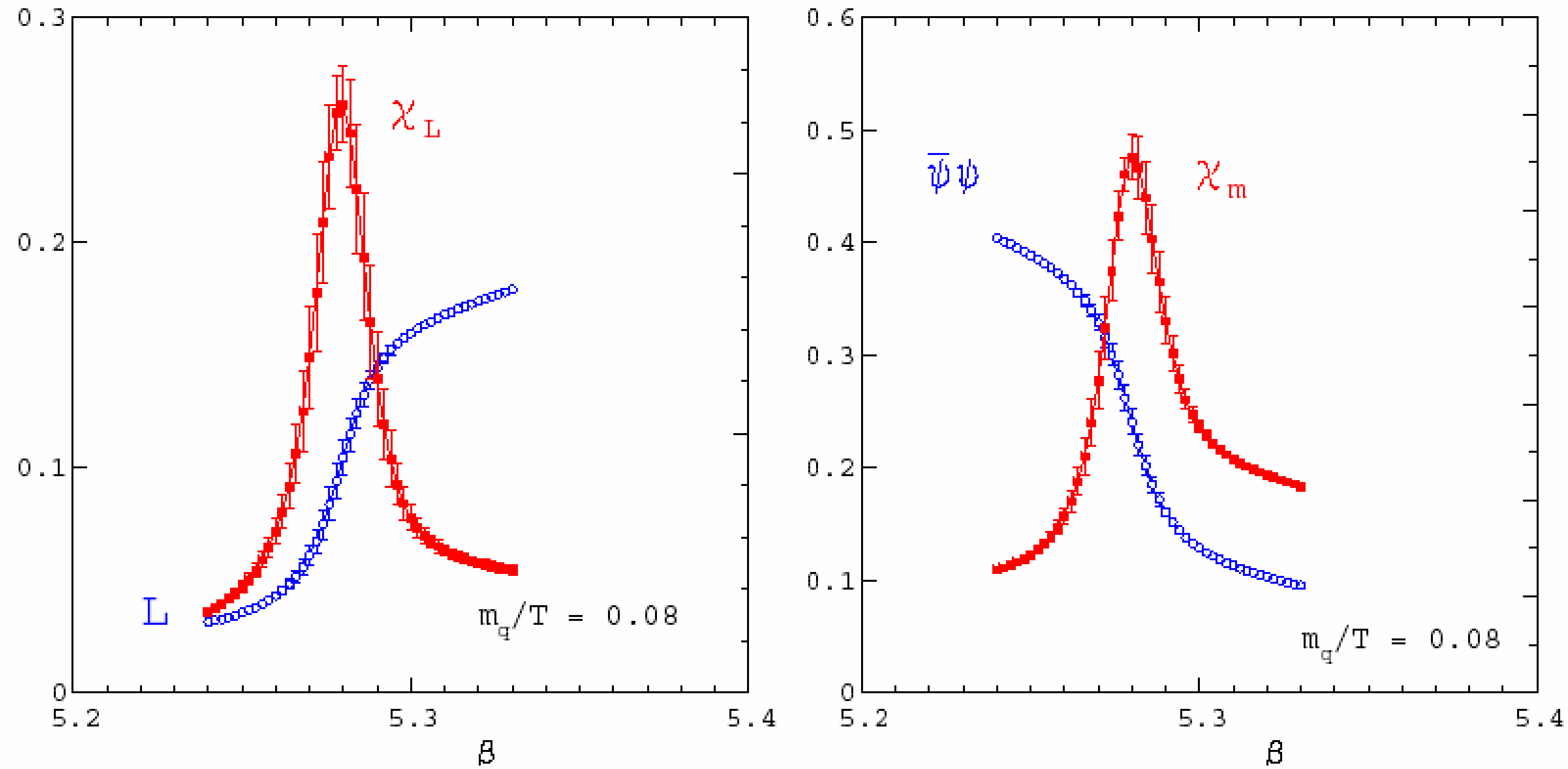


Fig. 1: Left: Polyakov loop expectation value $\langle L \rangle$ and its temperature derivative (Polyakov loop susceptibility χ_L) as a function of the lattice coupling $\beta = 6/g^2$ which is monotonically related to the temperature T (larger β correspond to larger T). Right: The chiral condenstate $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ and the negative of its temperature derivative (chiral susceptibility χ_m) as a function of temperature. (From Ref. [4].)

Sul reticolo, a potenziale chimico nullo, le transizioni di deconfinamento e chirale coincidono !

Transizione QGP-adroni nel modello a bag

$$\varepsilon = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{p/T} \pm 1} = T^4 \frac{\pi^2}{30} \times \begin{cases} 1 & \textit{bosoni} \\ \frac{7}{8} & \textit{fermioni} \end{cases}$$

Gas di pioni a massa 0

$$\varepsilon = 3\frac{\pi^2}{30}T^4 \qquad P = 3\frac{\pi^2}{90}T^4$$

QGP con due sapori di q (u,d)   [37=2x8+7/8x2x2x3x2]

$$\varepsilon = 37\frac{\pi^2}{30}T^4 + B \qquad P = 37\frac{\pi^2}{90}T^4 - B$$

$$\varepsilon = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{p/T} \pm 1} = T^4 \frac{\pi^2}{30} \times \begin{cases} 1 & \textit{bosoni} \\ \frac{7}{8} & \textit{fermioni} \end{cases}$$

Gas di pioni a massa 0

$$\varepsilon = 3\frac{\pi^2}{30}T^4 \qquad P = 3\frac{\pi^2}{90}T^4$$

QGP con due sapori di q (u,d)   [37=2x8+7/8x2x2x3x2]

$$\varepsilon = 37\frac{\pi^2}{30}T^4 + B \qquad P = 37\frac{\pi^2}{90}T^4 - B$$