

# Processi di burning in stelle compatte

Irene Parenti



Dipartimento di Fisica e INFN di Ferrara

“Scuola di Fisica Nucleare R. Anni” Otranto, 3 Giugno 2006

# Cenni storici

## Olinto [Phys. Lett. B 192, (1987) 71]

- Primo lavoro ad affrontare il problema.
- Si basa su un modello diffusivo, non relativistico.
- La conversione in materia strana avviene attraverso due processi:
  - 1) decadimento  $d+u \rightarrow s+u$
  - 2) diffusione di quark s

Ottiene velocità (dipendenti dalla temperatura) piuttosto basse.

- SN: tempi di conversione da 3 minuti a 1 giorno.
- NS: velocità molto minore della velocità del suono.

# Cenni storici

**Horvath e Benvenuto** [Phys. Lett. B 213, (1988) 516]

- Caso non relativistico
- Analizza la stabilità del fronte di conversione rispetto a piccole perturbazioni.
- Tiene in conto di effetti gravitazionali e di tensione superficiale.
- Interazioni deboli giocano ancora un ruolo fondamentale.
- La combustione lenta è instabile rispetto a piccole perturbazioni.
- Il processo stabile è quello di detonazione.
- Una combustione lenta si trasformerà in detonazione.

# Cenni storici

Cho et al. [Phys. Lett. B 326, (1994) 111]

- Caso relativistico.
- Equazioni di stato utilizzate:
  - fase di quark: MIT
  - fase di neutroni: Bethe-Johnson EoS  
Fermi-Dirac EoS
- Seguendo la teoria del Landau calcolano la velocità del fronte di combustione.
- Al variare dei parametri della EoS e della densità  $n_n$  trovano:
  - fronte instabile
  - detonazione veloce

# Cenni storici

## Lugones, Benvenuto e Vucetich

[Phys. Rev. D50, (1994) 6100]

- Caso relativistico.
- Equazioni di stato utilizzate:
  - fase di quark: MIT
  - fase di neutroni: Bethe-Johnson EoS  
Lattimer-Ravenhall EoS  
Walecka EoS
- Usano la velocità come parametro e calcolano la temperatura della fase a quark ottenendo valori sui 50 MeV.

# Equazioni di stato utilizzate

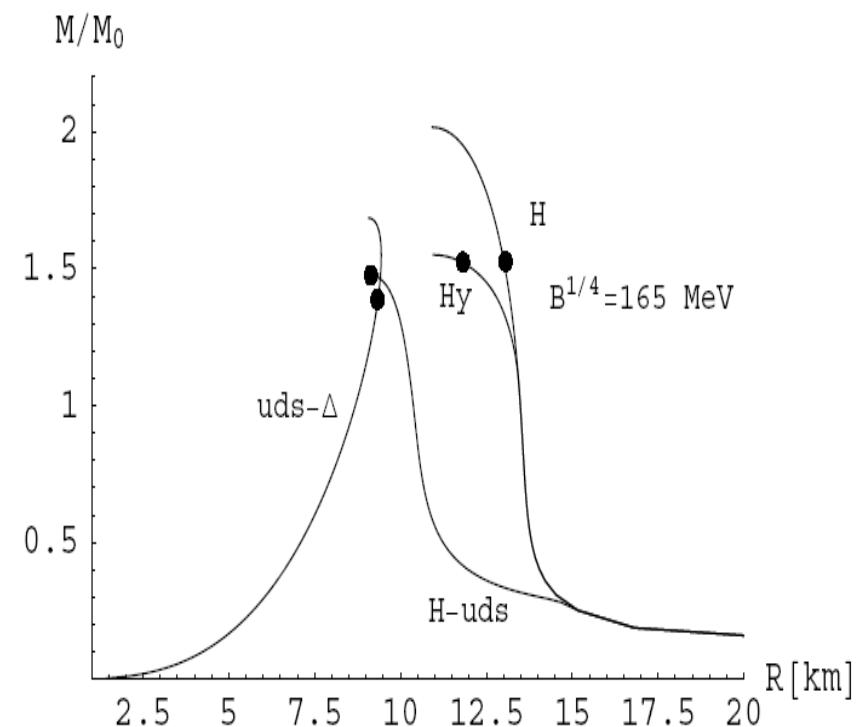
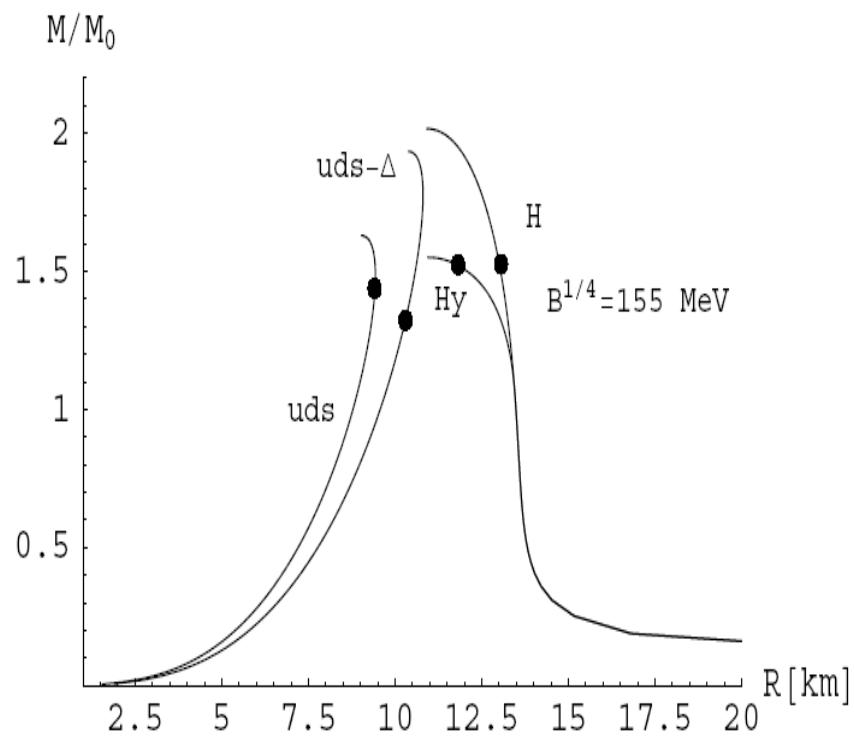
**Fase adronica:** Teoria Relativistica di campo medio di adroni interagenti mediante scambio di mesoni.  
[e.g. Glendenning, Moszkowsky, PRL 67(1991)]

**Fase di quark 1:** EOS basata sul modello a bag del MIT per gli adroni.  
[Farhi, Jaffe, Phys. Rev. D46(1992)]

**Fase di quark 2:** Modello semplice di fase CFL.  
[Alford, Reddy, Phys. Rev. D67(2003)]

**Fase mista:** Costruzione di Gibbs per un sistema a più componenti con due “cariche” conservate.  
[Glendenning, Phys. Rev. D46 (1992)]

# Massa-Raggio



Pallini rappresentano stelle con massa barionica  $1,7 M_S$ .

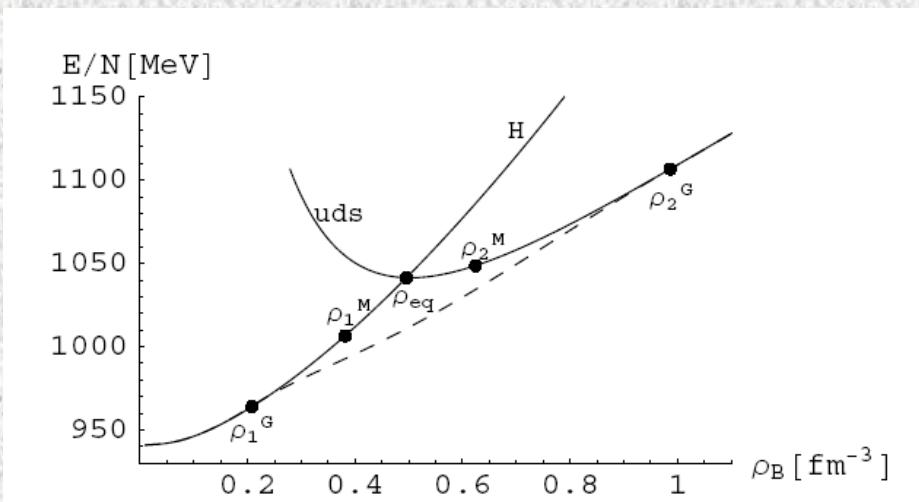
# Tensione superficiale

Lavoriamo in un modello in cui la tensione superficiale è  $\neq 0$ . Ma quanto vale?

-  $\sigma \gg 30 \text{ MeV/fm}^2$  non è conveniente formare strutture di dimensione finita. Costruzione di Maxwell (non c'è fase mista).

-  $\sigma \ll 30 \text{ MeV/fm}^2$  (ha un valore finito ma molto piccolo). Costruzione di Gibbs.

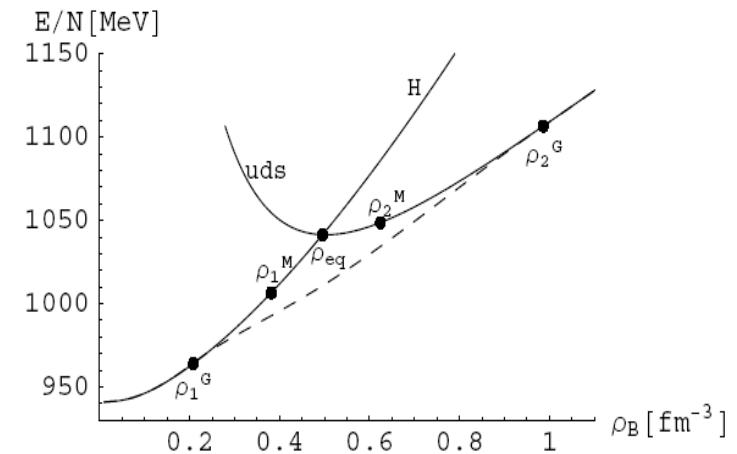
-  $\sigma < 30 \text{ MeV/fm}^2$  la fase mista si sposta rispetto a quella ottenuta dalla costruzione di Gibbs (si formano strutture per minimizzare l'energia).



# Validità descrizione idrodinamica

Ci aspettiamo che una descrizione idrodinamica della transizione sia realistica solo per densità:

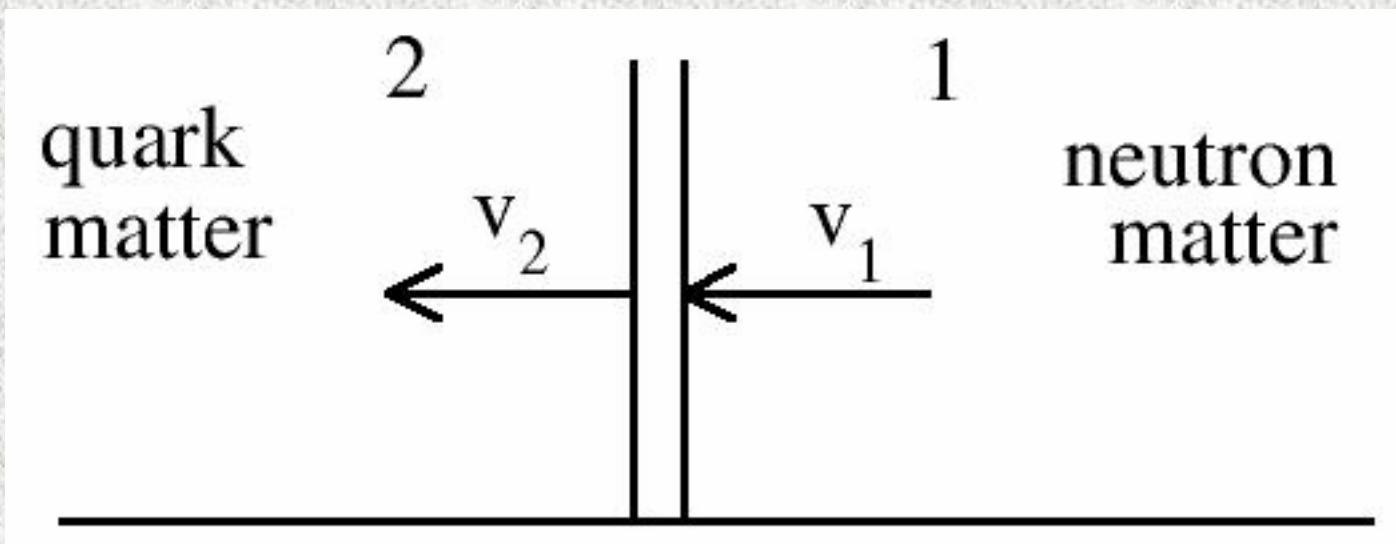
- $\sigma \gg 30 \text{ MeV/fm}^2$   $\rho_{\text{Hyd}} > \rho_2^M$
- $\sigma \ll 30 \text{ MeV/fm}^2$   $\rho_{\text{Hyd}} > \rho_1^G$
- $\sigma < 30 \text{ MeV/fm}^2$   $\rho_{\text{Hyd}} > \rho_{\text{eq}}$



$\rho_{\text{eq}}$  densità tale che per  $\rho_{\text{Hyd}} > \rho_{\text{eq}}$  è energeticamente conveniente trasformare completamente adroni in quark anche se l'energia del sistema può essere ulteriormente ridotta formando fase mista.

# Stelle di neutroni

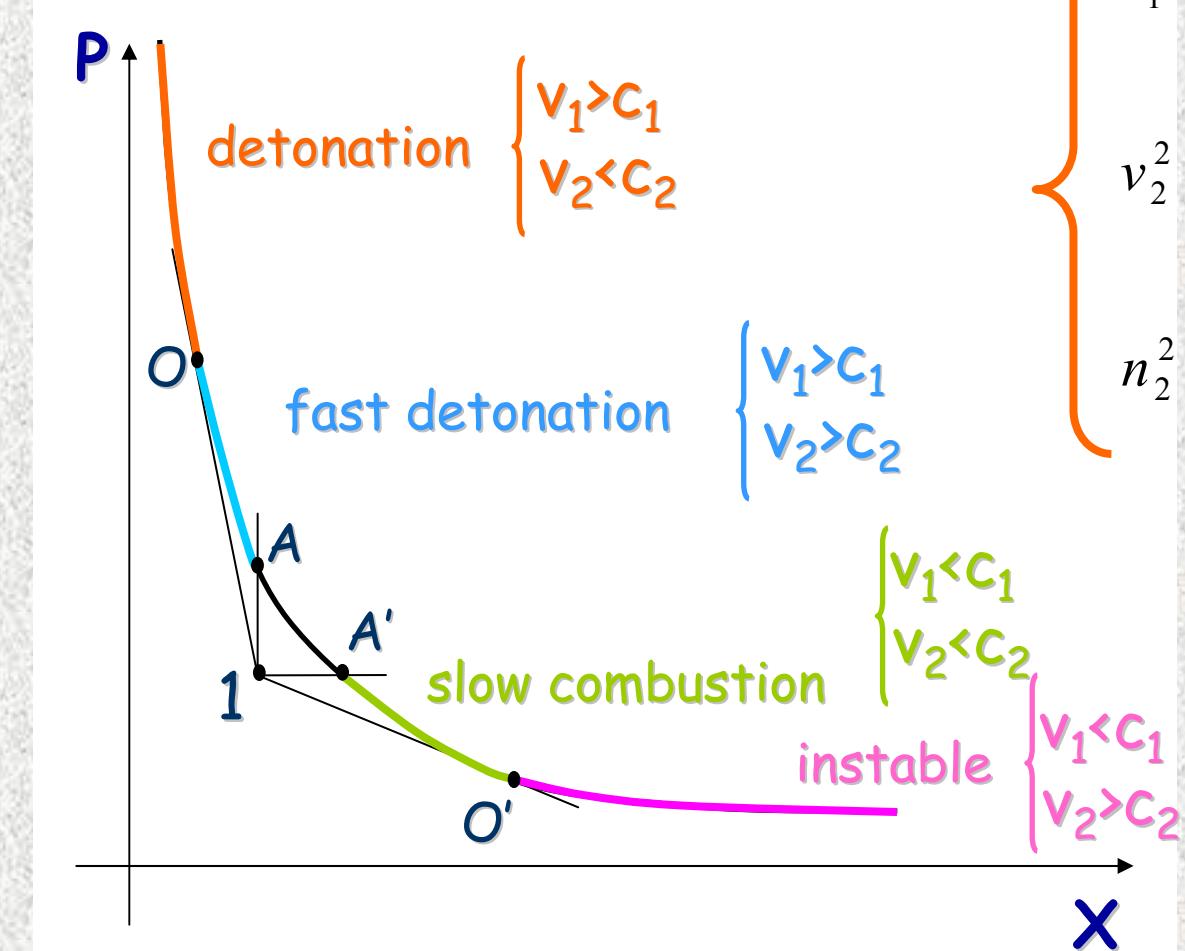
Consideriamo un fronte di transizione da materia nucleare a materia a quark. Mettiamoci nel sistema di riferimento del fronte stesso.



$$P_2, e_2, \rho_2,$$
$$W_2 = p_2 + e_2$$

$$P_1, e_1, \rho_1,$$
$$W_1 = p_1 + e_1$$

# Equazioni da risolvere



$$\left. \begin{array}{l} v_1^2 = \frac{(p_2 - p_1)(e_2 + p_1)}{(e_2 - e_1)(e_1 + p_2)} \\ v_2^2 = \frac{(p_2 - p_1)(e_1 + p_2)}{(e_2 - e_1)(e_2 + p_1)} \\ n_2^2 = n_1^2 \frac{(e_2 + p_2)(e_2 + p_1)}{(e_1 + p_2)(e_1 + p_1)} \end{array} \right\}$$

# Betastabilità: sì o no?

Ipotesi sottintesa: materia di quark dopo il deconfinamento è all'equilibrio.

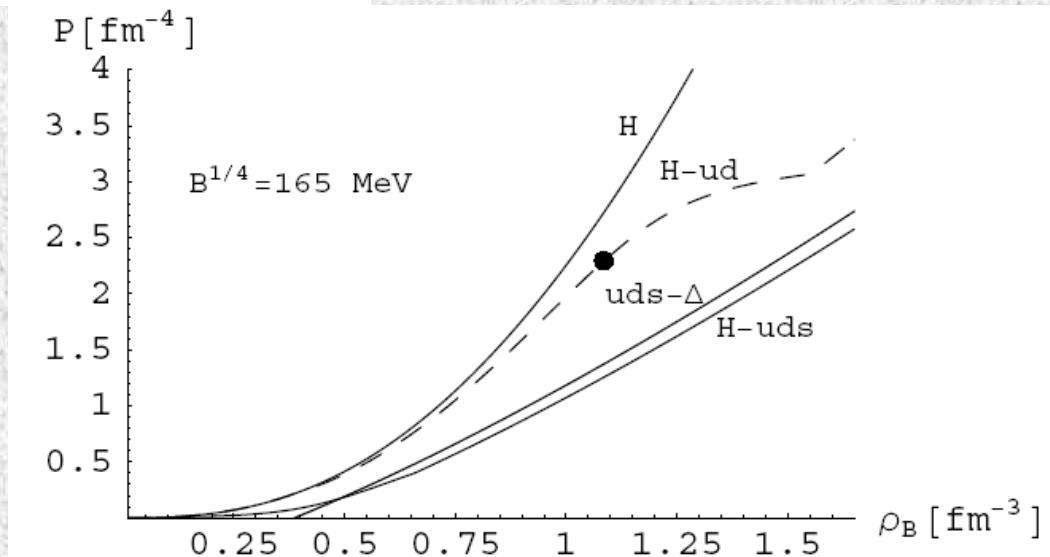
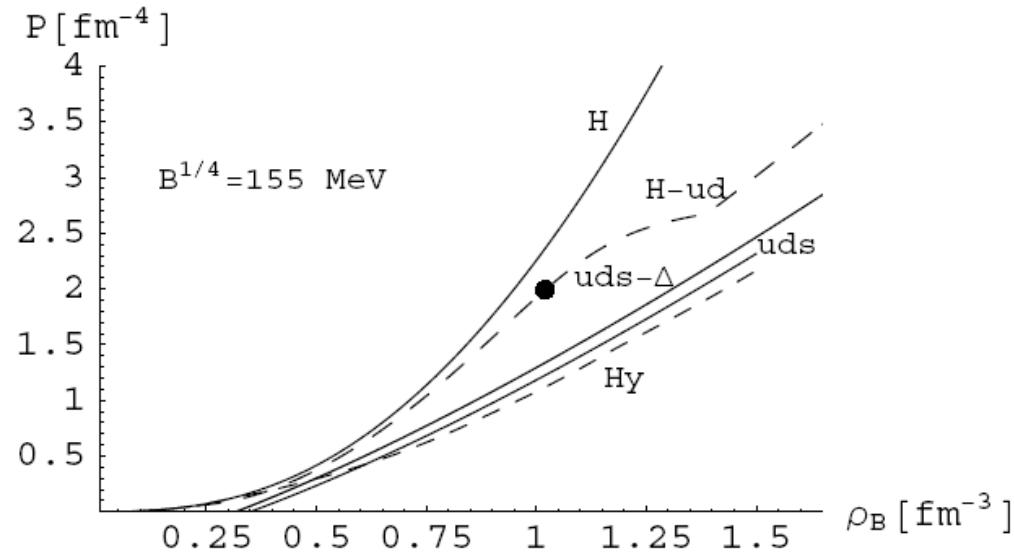
Ma se non ne avesse il tempo?

→ conservazione del flavour

Prendiamo come EoS dei quark quella calcolata dalle frazioni di quark negli adroni:

$$\begin{pmatrix} Y_u \\ Y_d \\ Y_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_p \\ Y_n \\ Y_\Lambda \\ Y_{\Sigma^+} \\ Y_{\Sigma^0} \\ Y_{\Sigma^-} \\ Y_{\Xi^0} \\ Y_{\Xi^-} \end{pmatrix}$$

# EoS



# Termodinamica sistemi relativistici

Correzioni alle quantità termodinamiche in sistemi in movimento:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_0 \\ E = \gamma \left( E_0 + p_0 V_0 \frac{v^2}{c^2} \right) \\ V = \frac{V_0}{\gamma} \end{array} \right.$$

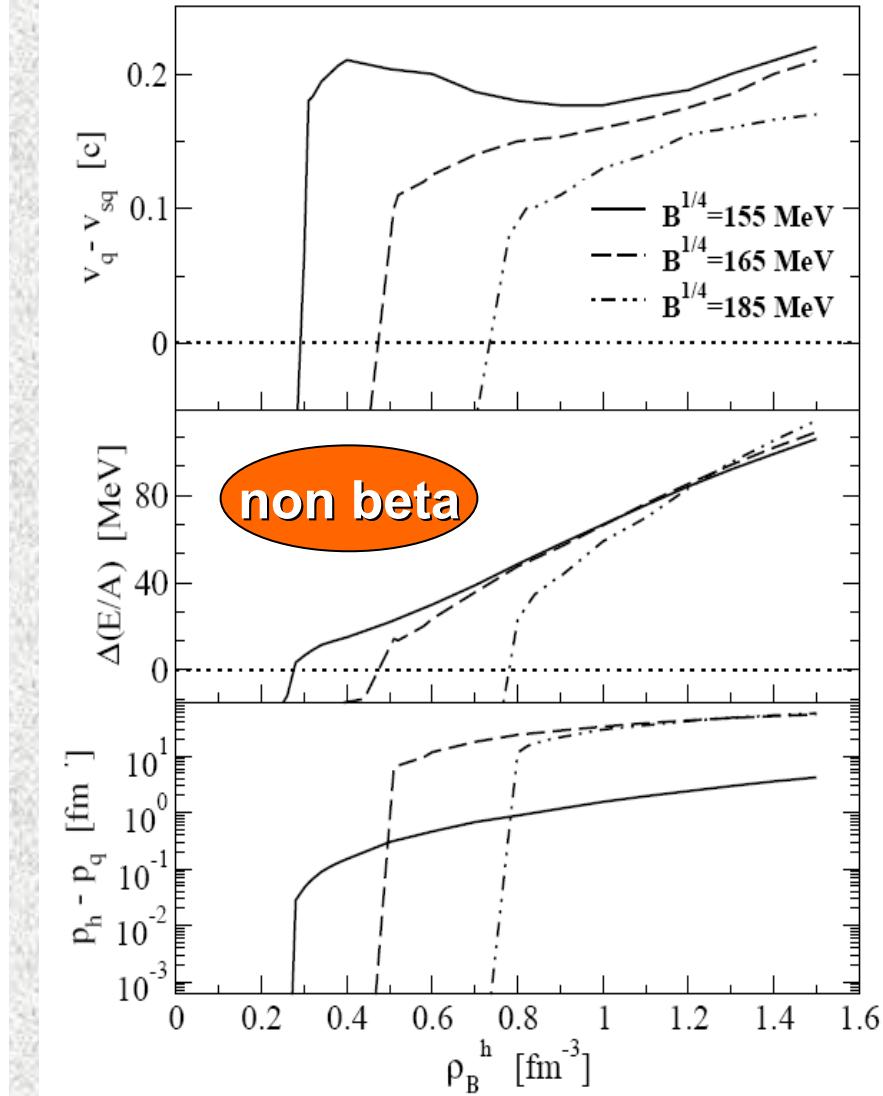
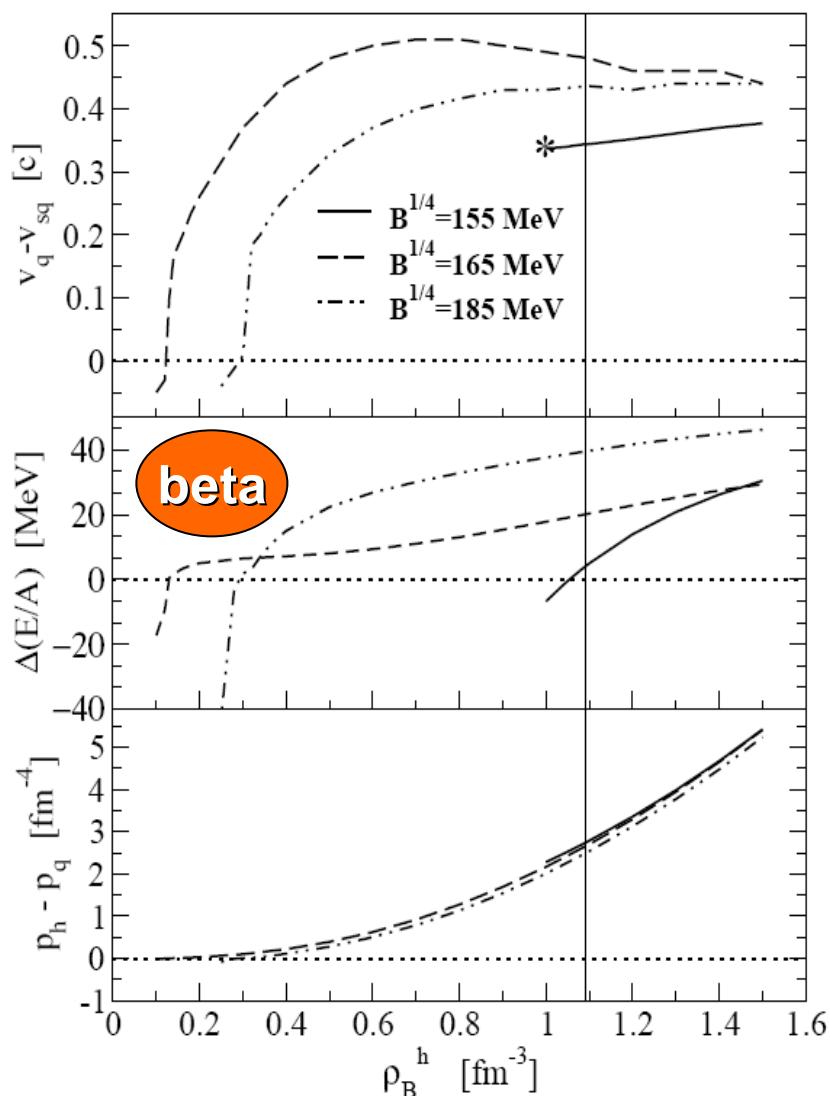
[Tolman, R. "Relativity  
Thermodynamics and  
Cosmology" (1934)]

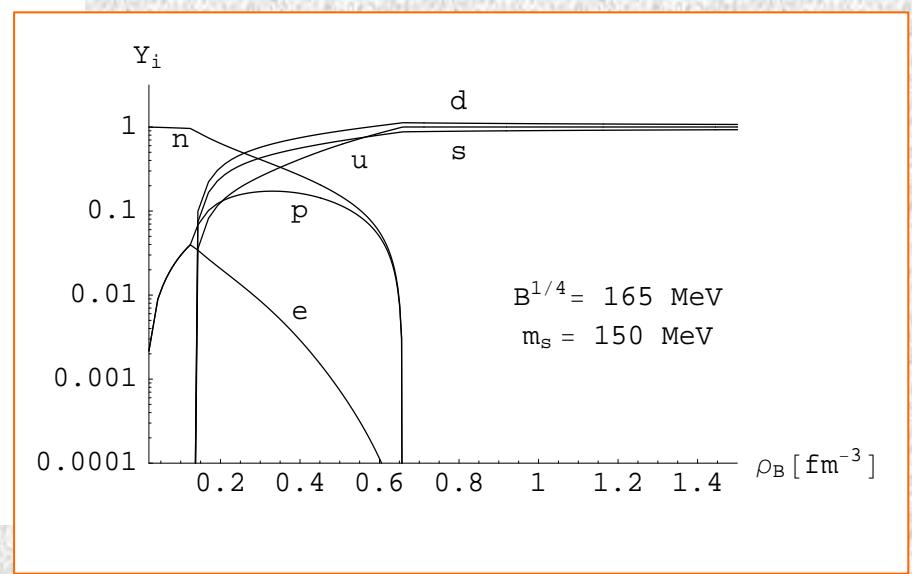
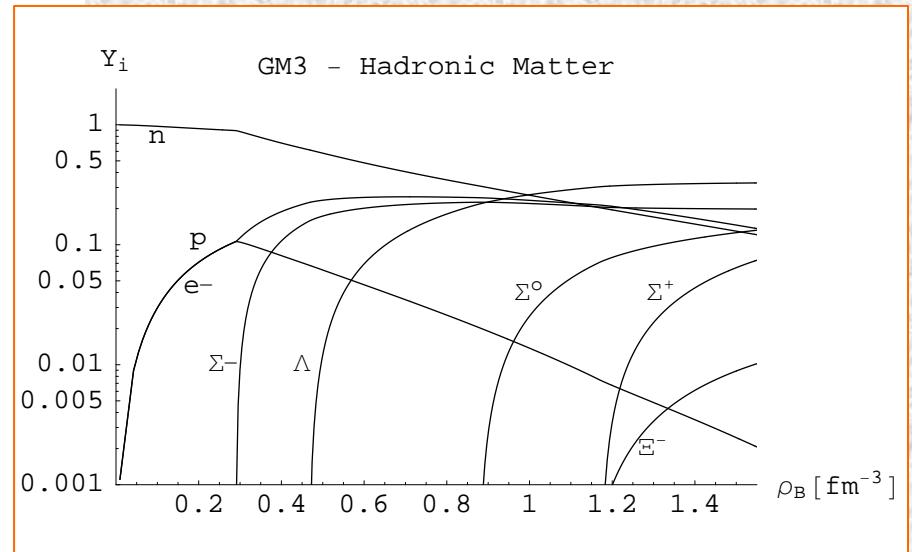
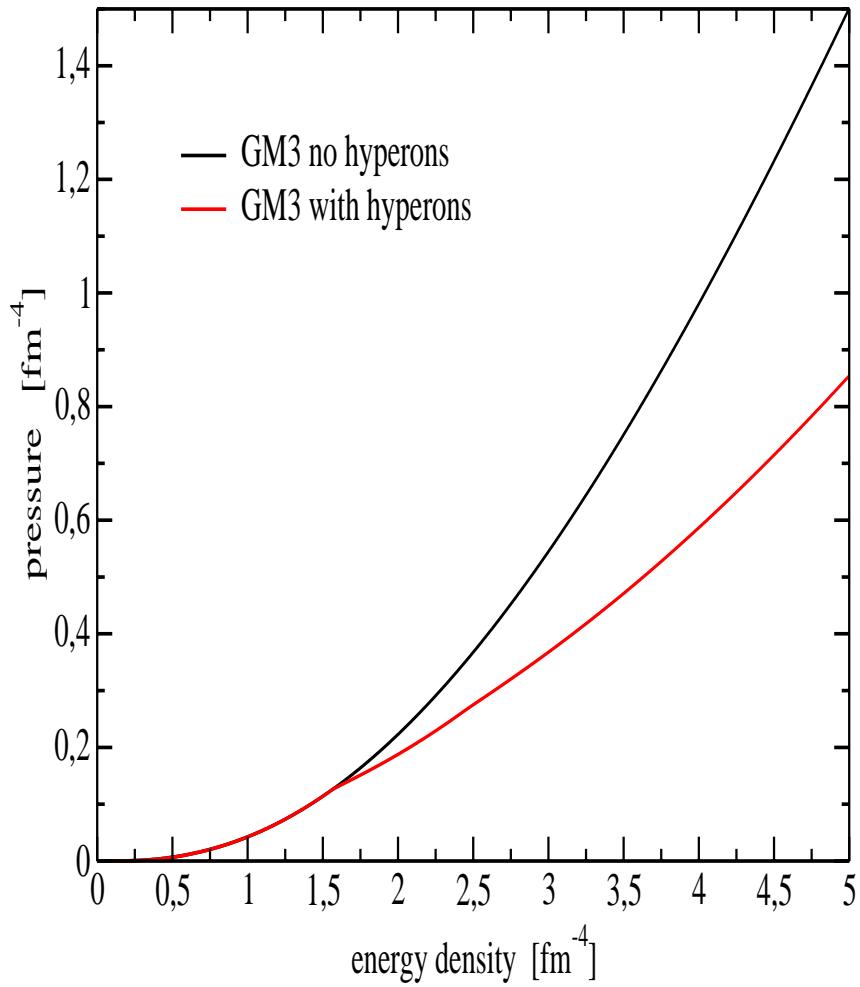
La reazione è esotermica?

Nel sistema a riposo della materia adronica possiamo confrontare l'energia per barione delle due fasi tenendo conto delle correzioni date dagli effetti relativistici.

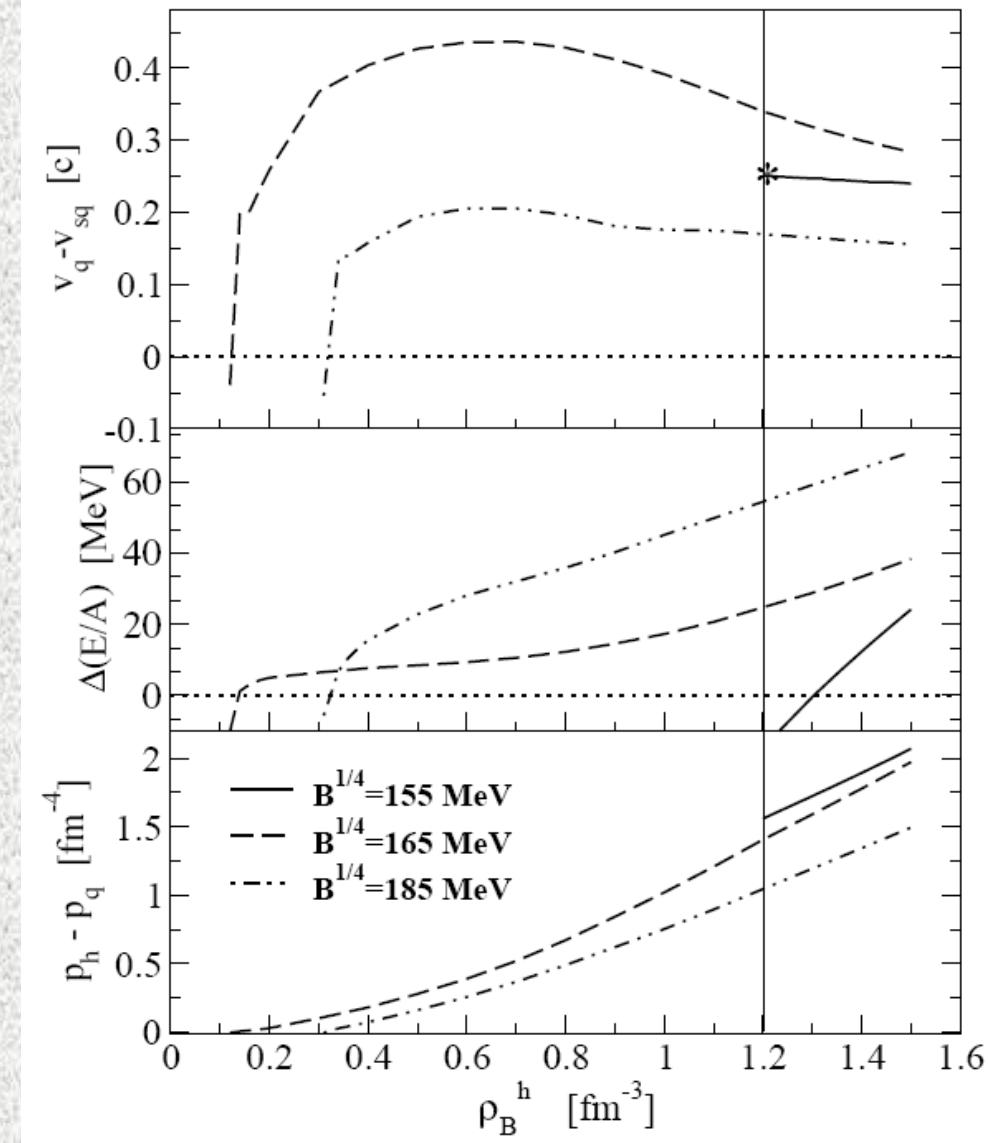
$$\frac{E}{A} = \gamma \left( \frac{\varepsilon_0 + p_0 v^2 / c^2}{n_0} \right)$$

# Detonazione o non detonazione?





# Combustione con gli iperoni



Fase betastabile

La retta verticale corrisponde alla densità centrale della stella di massa massima.

# Temperatura

- Temperatura degli adroni è sempre presa come  $T_H=0$ .
- Quella dei quark invece può essere presa  $T_Q \neq 0$ .
- In questo caso ipotizziamo che tutta l'energia rilasciata nella transizione vada in calore (e quindi in temperatura), tranne una piccola frazione che va in energia cinetica.
- Primo principio della termodinamica:

$$\Delta \left( \frac{E}{A} \right) (T, \rho_B^h) \equiv \frac{e_h(u_h, \rho_B^h, T_h)}{\rho_B^h(u_h)} - \frac{e_q(u_q, \rho_B^q, T)}{\rho_B^q(u_q)} = c_V^q (T - T_h)$$

- ricordiamoci che la parte dell'energia cinetica è già contenuta nei termini  $e_i(u)$  e  $\rho_i(u)$ , calcolati a velocità finita.

$$e(u) = (e + p u^2) \gamma(u)^2$$

$$\rho_B(u) = \rho_B \gamma(u)^2$$

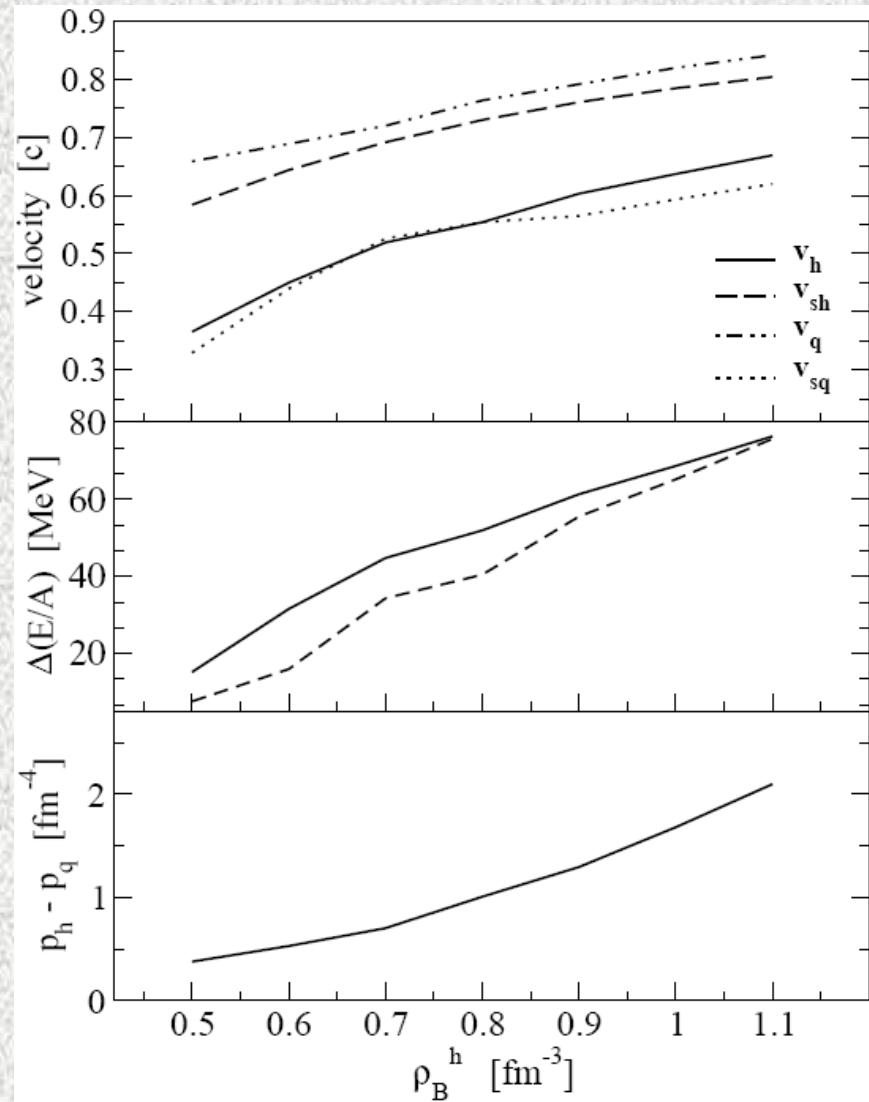
- dove  $e$  ed  $\rho_B$  sono le quantità nel sistema proprio.
- E' interessante riscrivere il primo principio in questa forma:

$$\left[ \frac{e_h(u_h, \rho_B^h, T_h)}{\rho_B^h(u_h)} - \frac{e_q(u_q = u_h, \rho_B^q, T)}{\rho_B^q(u_q = u_h)} \right] - \left[ \frac{e_q(u_q, \rho_B^q, T)}{\rho_B^q(u_q)} - \frac{e_q(u_q = u_h, \rho_B^q, T)}{\rho_B^q(u_q = u_h)} \right] = c_V^q(T - T_h)$$

variazione dell'energia  
interna del sistema

lavoro fatto dal sistema

# Con la Temperatura



$$B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$$

Fase mista  
non betastabile

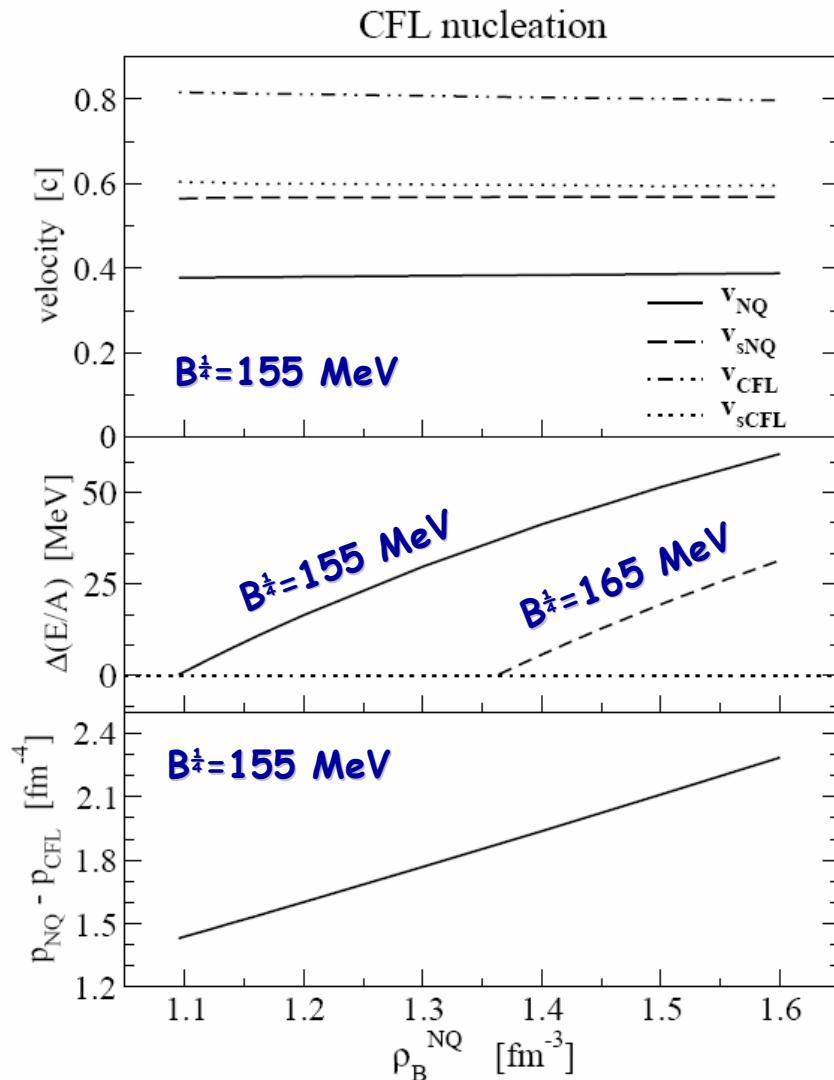
Temperature vanno  
dai 5 ai 40 MeV.

# Fase CFL

Conversione da fase di Normal Quark (NQ) a fase CFL.

Le due fasi sono entrambe  $\beta$ -stabili.

Riportiamo solo i risultati per  $B^{\frac{1}{4}}=155$  MeV ma variando  $B$  l'andamento non cambia.



# Teoria della convezione

- Consideriamo una stella in equilibrio radiativo. Avremo un certo profilo di temperatura  $T(r)$ .
- Analizziamo se la stella è in equilibrio dinamico rispetto ad un gradiente della temperatura (guardiamo la stabilità rispetto a piccole perturbazioni locali).
- Prendiamo un elemento di massa  $\delta m$  posto a distanza  $r$  dal centro e aumentiamo improvvisamente la sua temperatura di  $\Delta T(r) > 0$ , dove  $\Delta T(r) \equiv T_{\delta m}(r) - T(r)$
- La pressione salirà con la temperatura:  $P_{\delta m}(r) > P(r)$
- Per riequilibrare velocemente la pressione con quella esterna il volume aumenterà e diminuirà la densità:

$$\rho_{\delta m}(r) < \rho(r)$$

- Definiamo allora:  $\Delta\rho(r) \equiv \rho_{\delta m}(r) - \rho(r)$
- Forze di buoyant agiscono sull'elemento  $\delta m$  spingendolo verso l'esterno della stella (analogamente alla spinta di Archimede).
- Assumiamo adesso che il tempo di riaggiustamento della pressione  $P_{\delta m}$  rispetto a quella esterna sia molto più piccolo di quello caratteristico del movimento dell'elemento:

$$P_{\delta m}(r) = P(r) \quad \forall r$$

- L'elemento  $\delta m$  si muoverà fino a che:  $\rho_{\delta m}(\bar{r}) = \rho(\bar{r})$
- Se abbiamo una composizione chimica uniforme allora quando la densità dell'elemento è uguale a quella esterna avremo anche equilibrio delle temperature:

$$T_{\delta m}(\bar{r}) = T(\bar{r})$$

- Se non abbiamo una composizione chimica uniforme:

$$T_{\delta m}(\bar{r}) \neq T(\bar{r})$$

- l'elemento si ferma ma il suo destino viene deciso dai tempi scala:
  - $t_M$  (tempo durante il quale si mescola con l'ambiente e perde la sua identità)
  - $t_H$  (tempo necessario perché avvengano significativi scambi di calore con l'ambiente)

$t_M \ll t_H$  l'elemento si mescola e scompare

$t_H \ll t_M$  l'elemento perde calore  $\rightarrow \downarrow T \rightarrow \downarrow p \rightarrow \downarrow V \rightarrow \uparrow \rho \rightarrow$  affonda (moti quasi-convettivi)

# Teoria della Mixing Length

- In una zona convettiva la situazione è molto complicata: vari elementi di diverso spessore, dimensione e vita media si muovono con diverse velocità.
- La teoria della Mixing Length sostituisce questi elementi con un gruppo di elementi "medi" che hanno le stesse proprietà fisiche.
- Ciascun elemento convettivo si assume che viaggi in media per una distanza  $\Lambda$ , la Mixing Length. La grandezza caratteristica di questi elementi viene presa anch'essa uguale a  $\Lambda$ .
- Si assume il completo equilibrio delle pressioni.

# Convezione alla quasi-Ledoux

- Convezione di Ledoux standard

un blob di fluido in equilibrio rispetto alla pressione, senza scambio di calore con l'ambiente e senza cambiamenti nella composizione nucleare.

- Convezione alla quasi-Ledoux

blob che si muove in equilibrio rispetto alla pressione e senza scambio di calore con l'ambiente.

Condizione perché il blob sia instabile per convezione:

$$\rho(P_D, S_D, Y_e^D) < \rho(P, S, Y_e)$$

$$P_D = P$$

Questo definisce la dimensione dello strato convettivo.

Si può stimare la velocità del blob dalla relazione tra Energia cinetica e lavoro fatto dalle forze di buoyant:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \Delta \rho g \Lambda_C$$

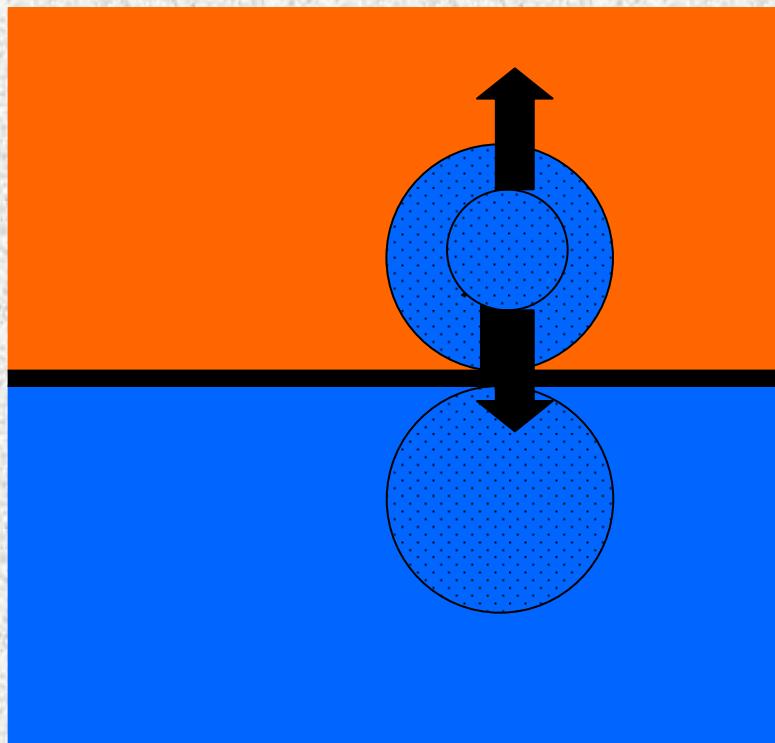
dove:

$$g \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR}$$

E' la convezione che si verifica nelle esplosioni di Supernova fuori dalla neutrinosfera.

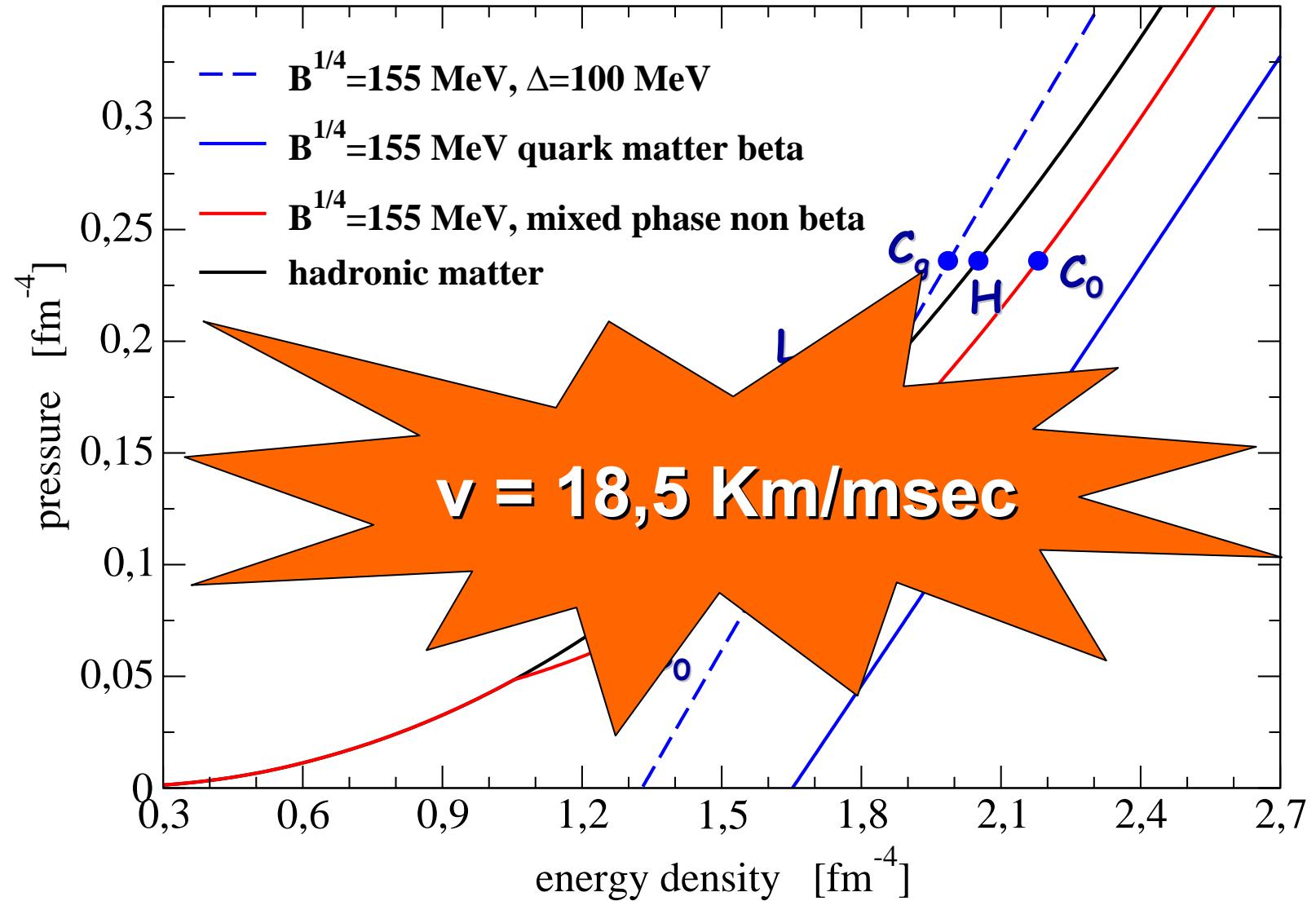
# Convezione?

Fase adronica



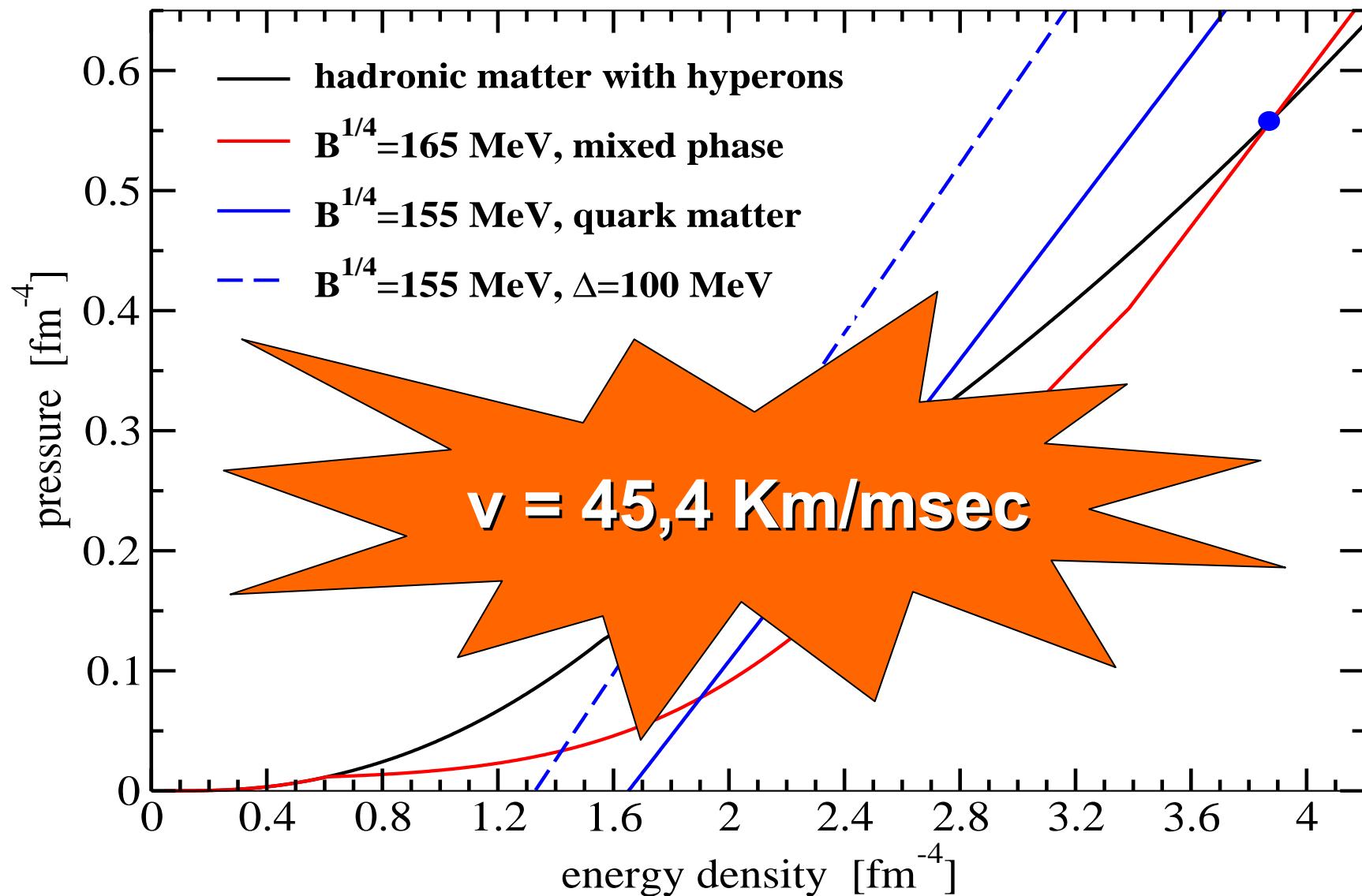
$$\begin{aligned} & 2 \\ & \rho_Q < \rho_H \\ & \rho_Q \stackrel{?}{=} \rho_H \\ & \rho_Q = \rho_H \\ & \rho_Q > \rho_H \\ & \rho_Q \neq \rho_F \neq \rho_H \\ & \rho_Q < \rho_H \end{aligned}$$

# Convezione: risultati

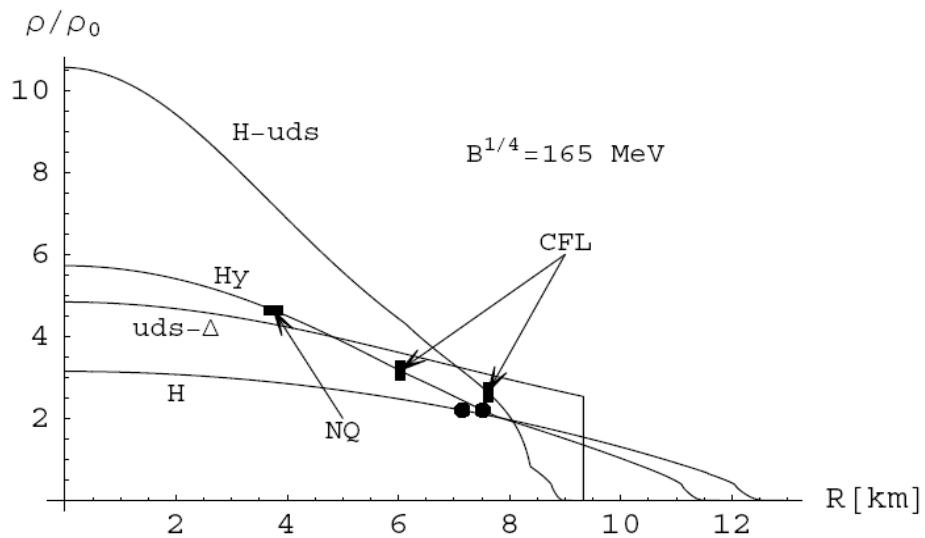
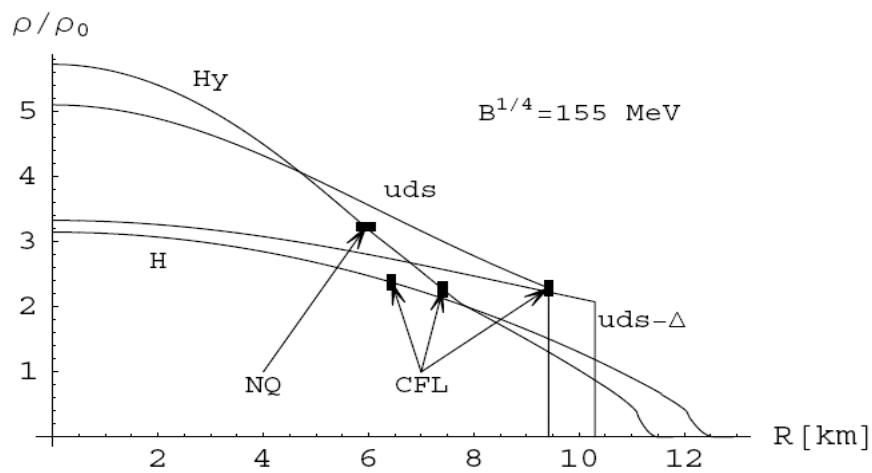


C

# Convezione con iperoni



# Profili



# Possibile scenario

E' possibile avere due transizioni:

- da materia adronica a materia di quark liberi (processo subsonico)
- da materia di quark liberi a materia con condensato di quark (è sempre un processo convettivo, subsonico ma molto veloce)



Possibile spiegazione dei GRBs doppi  
(vedi Lezioni di Giuseppe Pagliara)

# Problemi aperti

- Abbiamo considerato un sistema unidimensionale infinito. Ma nella situazione reale abbiamo un sistema finito e delle condizioni al contorno da rispettare.
- Passo successivo dovrebbe essere la risoluzione delle equazioni della idrodinamica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{w} \left( \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \gamma^2 \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = 0 \\ \frac{1}{w} \left( \frac{\partial e}{\partial t} + v \frac{\partial e}{\partial r} \right) + \gamma^2 \left( \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{2v}{r} = 0 \end{array} \right.$$

- come va avanti la transizione quando non è presente un fronte stabile?

# Conclusioni

- **La combustione non è mai una detonazione**
- **E' sempre un processo subsonico con fronte instabile**
- **E' possibile avere convezione:**
  - se consideriamo la presenza di iperoni
  - nella transizione al condensato di quark  
**(risultato indipendente dal valore di B)**

# Collaboratori

Alessandro Drago



Dipartimento di Fisica  
e INFN di Ferrara

Andrea Lavagno

Politecnico di Torino

Altri: Ignazio Bombaci (Università di Pisa)  
Isaac Vidaña (Barcelona)