



UNIVERSITÀ DEL SALENTO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E FISICA

“ENNIO DE GIORGI”

Corso di laurea in Fisica

TESI DI LAUREA

Calcolo dei fattori di accumulo per sorgenti gamma mediante simulazione Monte Carlo

Laureanda:

Tamara SCARATI

Relatori:

Prof. Giampaolo Co'

Prof. Marta Anguiano Millan

Prof. Antonio M. Lallena Rojo

Anno Accademico 2021/2022

Indice

1	Introduzione	3
2	Meccanismi di interazione dei fotoni con la materia	5
2.1	Assorbimento fotoelettrico	5
2.2	Scattering Compton	6
2.3	Produzione di coppie	8
2.4	Reazioni fotonucleari	8
2.5	Scattering di Thomson e Rayleigh	9
3	Coefficienti di attenuazione	11
4	Dosi assorbite	17
5	Fattori di accumulo	23
5.1	La funzione di Berger	27
5.2	La funzione di Kwok, Prestwich e Wilson per i fattori di accumulo	27
6	I coefficienti del fit	31
7	Previsioni	37
8	Conclusioni	49
A	Dosimetria delle radiazioni	53
A.1	Esposizione, dose assorbita, dose equivalente	53
B	Il codice PENELOPE	55
C	Dettagli del calcolo Monte Carlo	57
D	Breve storia della radioterapia e della brachiterapia	61

Capitolo 1

Introduzione

Il cancro rappresenta, in Italia come nei Paesi nord-europei, negli Stati Uniti e in Australia, la seconda causa di morte dopo le malattie cardiovascolari. Una delle terapie più efficaci per il trattamento del cancro è la radioterapia, basata sull'uso di radiazioni ionizzanti, in particolare fotoni, per colpire e distruggere le masse e le cellule tumorali, risparmiando per quanto possibile i tessuti e gli organi sani adiacenti al tumore.

Una delle tecniche radioterapiche utilizzate è la brachiterapia, in cui vengono collocate, in forma temporanea o permanente, delle fonti radioattive all'interno del paziente per danneggiare il DNA delle cellule tumorali e distruggere la loro capacità di riproduzione, divisione e crescita. La brachiterapia consente all'oncologo di utilizzare un'alta dose di radiazioni per trattare un'area in meno tempo rispetto alla radioterapia convenzionale. Può essere usata per curare vari tipi di cancro in tutto il corpo. La brachiterapia può essere temporanea o permanente e ognuna di queste è costituita da un processo diverso.

- Brachiterapia temporale: in questo tipo di brachiterapia viene inserito un materiale con alto tasso di radiazione emessa in un catetere per un tempo specifico, e poi viene tolto.
- Brachiterapia permanente: è nota anche col nome di “impianto dei semi”, dal momento che vengono inseriti semi o granuli dentro o vicino al tumore, per lasciarceli in modo permanente. Dopo pochi mesi il livello radioattivo diminuisce fino a scomparire del tutto. I semi inattivi rimangono all'interno del corpo senza alcun effetto sul paziente.

In appendice D viene trattata la storia della radioterapia e della brachiterapia, con particolare attenzione a quest'ultima.

Il problema principale nell'utilizzo di queste radiazioni sono i fotoni secondari, o diffusi, in quanto interagiscono con il mezzo circostante al loro imprevedibile percorso, causando danni incontrollati.

Lo scopo principale di questa tesi è la stima di una semplice parametrizzazione dei fattori di accumulo per una sorgente monoenergetica, puntuale ed isotropa, in acqua.

Mediante un algoritmo Monte Carlo (MC) basato sul software PENELOPE, brevemente descritto in Appendice A, vengono separati i contributi alla dose assorbita dei fotoni diffusi (secondari) e non diffusi (primari), il che ci consente di calcolare i fattori di accumulo e stabilire nuove parametrizzazioni in funzione dell'energia che consenta il calcolo degli stessi in assenza dei complicati calcoli MC.

Ci siamo limitati allo studio di energie inferiori a 1 MeV utilizzando l'acqua come mezzo materiale perché l'acqua simula abbastanza bene la densità dei tessuti molli del corpo umano. La situazione che abbiamo considerato, sorgente monoenergetica, puntuale ed isotropa, produce distribuzioni di dose assorbita a simmetria sferica, che dipende solo da un'unica variabile: la distanza dalla sorgente puntiforme. La semplicità della geometria del problema ci ha permesso di confrontare i nostri risultati con quelli di altri calcoli esistenti in letteratura.

Inizialmente, abbiamo generato delle simulazioni MC per un abbondante numero di energie fotoniche e abbiamo ipotizzato di poter descrivere l'andamento dei fattori di accumulo delle dosi assorbite, quantità definite nel Capitolo 2, mediante un polinomio di secondo grado in funzione della distanza r dalla sorgente. Abbiamo costruito due parametrizzazioni per riprodurre gli andamenti dei tre coefficienti delle funzioni di fit in funzione dell'energia del fotone.

Infine, usando queste parametrizzazioni, abbiamo fatto previsioni per l'emissione di fotoni da parte di alcuni isotopi utilizzati nella diagnostica e nella radioterapia, nello specifico: fotoni da 35.492 keV prodotti dal ^{125}I , fotoni da 142 keV prodotti dal ^{99}Tc , fotoni da 295.957 keV prodotti dal ^{192}Ir , fotoni da 661.647 keV prodotti dal ^{137}Cs e fotoni da 1173.228 keV prodotti dal ^{60}Co . L'utilità di una funzione che possa riprodurre questi andamenti evitando i complicati calcoli MC è nella determinazione di dosi e schermature in cui interviene la radiazione gamma.

Capitolo 2

Meccanismi di interazione dei fotoni con la materia

Mentre le particelle cariche perdono energia in modo costante mentre penetrano nella materia, i fotoni, che sono elettricamente neutri, possono percorrere indisturbati una certa distanza prima di interagire con un atomo. Il fotone interagisce con la materia mediante quattro meccanismi principali:

1. Assorbimento fotoelettrico
2. Diffusione Compton
3. Produzione di coppie
4. Reazioni fotonucleari
5. Scattering di Thomson e Rayleigh

Vediamo sommariamente questi processi.

2.1 Assorbimento fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico è un fenomeno che consiste nell'emissione di elettroni da una superficie metallica quando viene colpita da una radiazione elettromagnetica. L'energia cinetica T con cui il fotoelettrone viene emesso dal metallo è uguale all'energia del fotone meno un'energia φ che l'elettrone spende per sfuggire alla superficie:

$$T = h\nu - \varphi \quad . \quad (2.1)$$

L'energia φ può derivare dal lavoro svolto contro le forze attrattive nette che normalmente

trattengono l'elettrone nel metallo. È necessaria un'energia minima, φ_0 , chiamata funzione di lavoro del metallo, per rimuovere l'elettrone più debolmente legato dalla superficie. L'energia cinetica massima che un fotoelettrone può avere è data da

$$T_{\max} = h\nu - \phi_0 . \quad (2.2)$$

Einstein ricevette il Premio Nobel nel 1921 “per i suoi contributi alla fisica matematica, e soprattutto per la sua scoperta della legge dell'effetto fotoelettrico”. La probabilità di produrre un fotoelettrone quando la luce colpisce un atomo dipende fortemente dal numero atomico Z e dall'energia dei fotoni. È più grande per materiali ad alto Z e fotoni a bassa energia con frequenze superiori al valore di soglia ν_0 . La probabilità varia come $Z^4/(h\nu)^3$.

2.2 Scattering Compton

Nella disposizione sperimentale usata da Compton nel 1922, raggi X di Molibdeno K_α erano diretti verso un bersaglio di grafite e le lunghezze d'onda λ' dei fotoni diffusi sono state misurate a vari angoli θ rispetto alla direzione del fotone incidente. Le intensità della radiazione diffusa rispetto a λ' per tre valori di θ sono schematizzate nella Fig. ???. Ciascun grafico mostra i picchi a due valori di λ' : uno alla lunghezza d'onda λ dei fotoni incidenti e un altro a una lunghezza d'onda maggiore, $\lambda' > \lambda$. L'aspetto della radiazione diffusa a una lunghezza d'onda maggiore è chiamato effetto Compton. Si è scoperto che lo spostamento di Compton nella lunghezza d'onda, $\delta\lambda = \lambda' - \lambda$, dipendeva solo da θ ; è indipendente dalla lunghezza d'onda del fotone incidente λ .

Ricaviamo lo spostamento di Compton. L'elettrone colpito si ritrae con un angolo ϕ con energia totale E' e quantità di moto P' . La conservazione dell'energia totale nella collisione richiede che

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + E' . \quad (2.3)$$

La conservazione delle componenti della quantità di moto nelle direzioni orizzontale e verticale dà le due equazioni

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + P' \cos \phi . \quad (2.4)$$

e

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \theta = P' \sin \phi . \quad (2.5)$$

Eliminando P' e ϕ da queste tre equazioni e risolvendo per ν' , si trova che

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (\frac{h\nu}{mc^2})(1 - \cos \theta)} . \quad (2.6)$$

Con questo risultato, lo spostamento Compton è dato da

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = c \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) . \quad (2.7)$$

Esamineremo quindi alcuni dettagli del trasferimento di energia nella diffusione Compton. L'energia cinetica acquisita dall'elettrone secondario è data da

$$T = h\nu - h\nu' . \quad (2.8)$$

Inserendo $h\nu'$ nell'equazione (2.4) otteniamo

$$T = h\nu \frac{1 - \cos \theta}{\frac{mc^2}{h\nu} + 1 - \cos \theta} . \quad (2.9)$$

La massima energia cinetica, T_{\max} , che un elettrone secondario può acquisire si ha quando $\theta = 180^\circ$. In questo caso, l'Eq. (8.19) dà

$$T_{\max} = \frac{2h\nu}{2 + \frac{mc^2}{h\nu}} . \quad (2.10)$$

Quando l'energia del fotone diventa molto grande rispetto a mc^2 , T_{\max} si avvicina a $h\nu$. L'angolo di rinculo dell'elettrone, ϕ in Fig. ??, è correlato a $h\nu$ e θ .

La teoria quantomeccanica dello scattering Compton, basata sulla specifica interazione fotone-elettrone, fornisce la distribuzione angolare di fotoni dispersi con la formula di Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_0^2 e^4}{2mc^2 c^4} \left(\frac{\nu'}{\nu} \right)^2 \left(\frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - \sin^2 \theta \right) . \quad (2.11)$$

dove $k_0 = 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ è la costante di Coulomb.

Qui $d\sigma$, chiamata sezione d'urto differenziale di diffusione, è la probabilità per unità di angolo solido in steradiani (sr) che un fotone, passando normalmente attraverso uno strato di materiale contenente un elettrone per m^2 , sarà disperso in un angolo solido $d\Omega$ all'angolo θ . L'integrale della sezione d'urto differenziale su $d\Omega$, quindi, fornisce la probabilità totale per elettrone che si verifichi una diffusione Compton ed è chiamata sezione d'urto di collisione Compton.

L'equazione (2.11) può quindi essere utilizzata con le equazioni cinematiche da noi derivate per calcolare varie quantità di interesse. Ad esempio, se raffigurassimo lo spettro energetico degli elettroni di rinculo Compton prodotti da fotoni vedremmo che il numero relativo di elettroni di rinculo diminuisce da $T = 0$ fino a quando non inizia a salire rapidamente quando T si avvicina a un T_{\max} , dove lo spettro ha il suo valore massimo (chiamato *Compton edge* nella spettroscopia di raggi gamma). Le collisioni più probabili sono quelle che trasferiscono quantità di energia relativamente grandi.

2.3 Produzione di coppie

Un fotone con un'energia di almeno il doppio dell'energia di riposo dell'elettrone, $h\nu \geq 2mc^2$ può essere convertito in una coppia elettrone-positrone nel campo elettromagnetico di un nucleo atomico. La produzione di coppie può anche verificarsi nel campo di un elettrone atomico, ma la probabilità è notevolmente inferiore e l'energia di soglia è $4mc^2$. (Questo processo è spesso indicato come produzione di *triplette* a causa della presenza dell'elettrone atomico che rincula oltre alla coppia.) Quando la produzione di una coppia avviene in un campo nucleare, il nucleo massivo rincula con energia trascurabile. Pertanto, l'energia del fotone $h\nu$ viene convertita in $2mc^2$ più le energie cinetiche T_+ e T_- dei partner:

$$h\nu = 2mc^2 + T_+ + T_- . \quad (2.12)$$

La distribuzione dell'energia in eccesso tra l'elettrone e il positrone è continua; cioè, l'energia cinetica di entrambi può variare da zero a un massimo di $h\nu - 2mc^2$. Inoltre, gli spettri di energia sono quasi gli stessi per le due particelle e dipendono dal numero atomico del nucleo. La lunghezza d'onda del fotone di soglia per la produzione di coppie è 0.012 Å. La produzione di coppie diventa più probabile con l'aumento dell'energia dei fotoni e la probabilità aumenta con il numero atomico approssimativamente come Z^2 .

Il processo inverso si verifica anche quando un elettrone e un positrone si annichilano per produrre fotoni. Un positrone può annichilirsi in volo, anche se è più probabile che prima rallenti, attiri un elettrone e formi un positronio. Il positronio è il sistema legato, analogo all'atomo di idrogeno, formato da una coppia elettrone-positrone che orbita attorno al loro reciproco centro di massa. Il positronio esiste per $\sim 10^{-10}$ s prima che l'elettrone e il positrone si annichilino. Poiché la quantità di moto totale del positronio prima del decadimento è zero, devono essere prodotti almeno due fotoni per conservare la quantità di moto. L'evento più probabile è la creazione di due fotoni da 0.511 MeV che si muovono in direzioni opposte. Se il positrone si annichilisce in volo, l'energia totale del fotone sarà $2mc^2$ più la sua energia cinetica. Occasionalmente vengono prodotti tre fotoni. La presenza di fotoni di annichilazione da 0.511 MeV attorno a qualsiasi sorgente di positroni è sempre un potenziale pericolo di radiazioni.

2.4 Reazioni fotonucleari

Un fotone può essere assorbito da un nucleo atomico ed espellere un nucleone. Questo processo è chiamato fotodisintegrazione. Un esempio è la cattura dei raggi gamma da parte di un nucleo di $^{206}_{82}\text{Pb}$ con emissione di un neutrone: $^{206}_{82}\text{Pb}(\gamma, n)^{205}_{82}\text{Pb}$. Il fotone deve avere energia sufficiente per superare l'energia di legame del nucleone espulso, che generalmente è di diversi MeV. Come l'effetto fotoelettrico, la fotodisintegrazione può avvenire solo a energie fotoniche superiori a un valore di soglia. L'energia cinetica del nucleone espulso è uguale all'energia del fotone meno l'energia di legame del nucleone. La probabilità

di reazioni fotonucleari è di ordini di grandezza inferiore alle probabilità combinate per l'effetto fotoelettrico, l'effetto Compton e la produzione di coppie. Tuttavia, a differenza di questi processi, le reazioni fotonucleari possono produrre neutroni, che spesso pongono particolari problemi di protezione dalle radiazioni. Inoltre, i nuclei residui che seguono le reazioni fotonucleari sono spesso radioattivi. Per questi motivi, le reazioni fotonucleari possono essere importanti per quel che riguarda gli acceleratori di elettroni ad alta energia che producono fotoni energetici. Le soglie per le reazioni (γ, p) sono spesso più alte di quelle per le reazioni (γ, n) a causa della barriera coulombiana repulsiva che un protone deve superare per uscire dal nucleo. Sebbene la probabilità per entrambe le reazioni sia più o meno la stessa negli elementi più leggeri, la reazione (γ, n) è molto più probabile di (γ, p) negli elementi pesanti. Si verificano anche altre reazioni fotonucleari. Si verificano reazioni di knock-out a due nucleoni come $(\gamma, 2n)$ e (γ, np) , nonché reazioni (γ, α) . L'assorbimento di fotoni può anche indurre la fissione nei nuclei pesanti.

2.5 Scattering di Thomson e Rayleigh

I processi classici degli scattering di Thomson e Rayleigh sono correlati allo scattering Compton. Lo scattering Thomson è lo scattering di fotoni da parte di elettroni liberi nel limite classico. A basse energie rispetto alla massa dell'elettrone, la formula di Klein-Nishina, infatti, si riduce alla sezione d'urto di Thomson:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} r_e^2 . \quad (2.13)$$

dove r_e è il raggio classico dell'elettrone, detto anche raggio di Compton:

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,817940326710^{-15} m . \quad (2.14)$$

Lo scattering di Rayleigh, d'altra parte, è lo scattering di fotoni da parte degli atomi nel loro insieme. In questo processo, tutti gli elettroni dell'atomo partecipano in modo coerente. Per questo motivo è anche chiamato dispersione coerente. In entrambi i processi, lo scattering è caratterizzato dal fatto che nessuna energia viene trasferita al mezzo. Gli atomi non sono né eccitati né ionizzati e cambia solo la direzione del fotone. Alle energie relativamente alte dei raggi X e γ , gli scattering di Thomson e Rayleigh sono molto piccoli e per la maggior parte degli scopi possono essere trascurati.

Capitolo 3

Coefficienti di attenuazione

La probabilità totale per un'interazione dei fotoni nella materia è la somma delle singole sezioni d'urto relative ai processi visti nel capitolo precedente. Per atomo abbiamo:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{Fotoel.}} + \sigma_{\text{Compton}} + \sigma_{\text{pp}} \quad . \quad (3.1)$$

dove $\sigma_{\text{Fotoel.}}$ e σ_{pp} sono rispettivamente le sezioni d'urto relative all'effetto fotoelettrico e la produzione di coppie e abbiamo trascurato la sezione d'urto relativa alle reazioni fotonucleari.

La figura 3.1 riassume gli effetti complessivi dell'interazione dei fotoni col mezzo, nel caso di un materiale leggero, il carbonio, e un materiale pesante, il piombo. A bassa energia oltre alla sezione d'urto dominante che è quello dell'assorbimento fotoelettrico abbiamo anche la sezione d'urto di Rayleigh, che corrisponde allo scattering coerente del fotone con l'atomo: dal punto di vista degli effetti di rilascio di energia al mezzo, è completamente irrilevante, non produce né eccitazione né ionizzazione. Nella regione in cui domina la sezione d'urto di produzione di coppia vediamo che sono mostrate due curve che hanno lo stesso andamento : κ_{nuc} che corrisponde alle sezioni d'urto di produzione di coppie per interazione del fotone con il campo elettrico del nucleo atomico (che è l'interazione dominante) e κ_{e} dovuta all'interazione del fotone con il campo elettrico degli elettroni atomici. Il secondo termine è trascurabile nel totale della sezione d'urto della produzione di coppie. Nel caso del piombo (e quindi degli elementi pesanti in generale) vediamo un piccolo contributo σ_{gdr} dovuto all'assorbimento fotonucleare che ha una struttura con risonanza. Ha effetti abbastanza trascurabili in prima approssimazione.

In generale, il libero cammino medio di un fotone che attraversa il mezzo è dato da:

$$\lambda = \frac{1}{\rho_N \sigma_{\text{tot}}} \quad . \quad (3.2)$$

dove ρ_N è la densità atomica di numero, cioè il numero di atomi per unità di volume. Il libero cammino medio dipenderà dall'energia del fotone, in quanto a seconda di quest'ultima, domineranno in diverso modo i tre processi che abbiamo visto in precedenza.

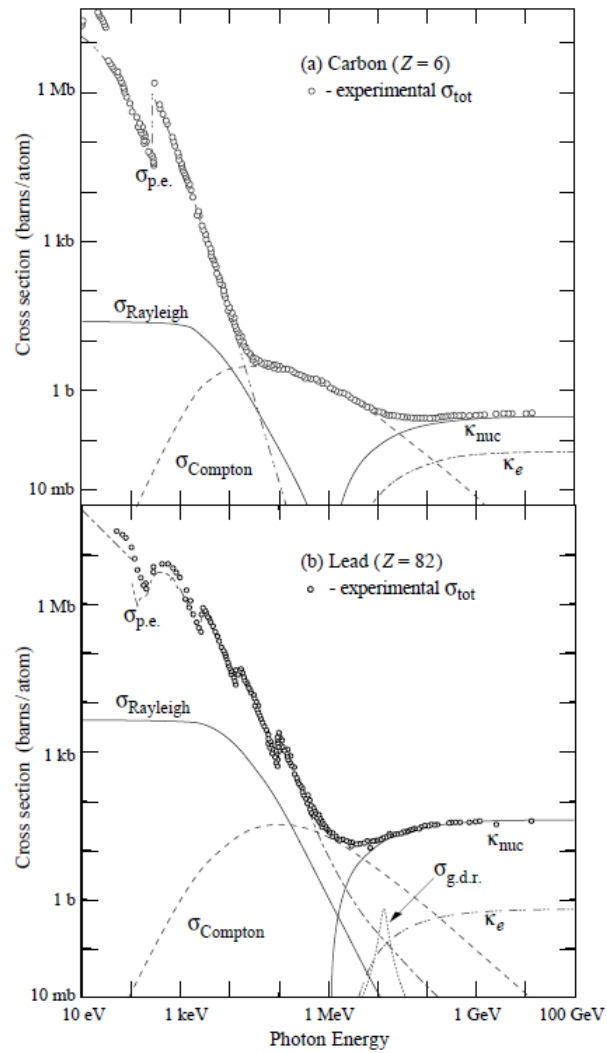


Figura 3.1: Sezioni d'urto di interazione dei fotoni in funzione dell'energia dei fotoni nel carbonio e nel piombo. (J. Hubbell, H. Gimm, and I. Overbo, J. Phys. Chem. Ref. Data 9: 1023, 1980.)

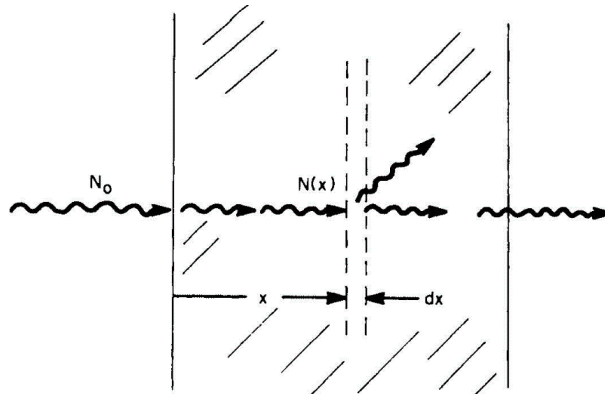


Figura 3.2: Fascio sottile di N_0 fotoni monoenergetici incidenti su lastra. Il numero di fotoni che raggiungono una profondità x senza avere un'interazione è dato da $N(x) = N_0 e^{-\mu x}$, dove μ è il coefficiente di attenuazione lineare.

La penetrazione del fotone nella materia è governata statisticamente dalla probabilità per unità di distanza percorsa che un fotone interagisca con un processo fisico o un altro. Questa probabilità, indicata con μ , è chiamata coefficiente di attenuazione lineare o sezione d'urto macroscopica:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} . \quad (3.3)$$

Il coefficiente μ dipende dall'energia dei fotoni e dal materiale attraversato. Il coefficiente di attenuazione di massa μ/ρ si ottiene dividendo μ per la densità ρ , in questo caso massa per unità di volume, del materiale. Di solito è espresso in $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ e rappresenta la probabilità di un'interazione per g cm^{-2} di materiale attraversato.

I fotoni monoenergetici sono attenuati in modo esponenziale in un bersaglio uniforme, come ora mostriamo. La figura 3.2 presenta un fascio stretto di N_0 fotoni monoenergetici incidenti normalmente su una lastra. Quando il raggio penetra nell'assorbitore, alcuni fotoni possono essere dispersi e altri assorbiti. Sia $N(x)$ il numero di fotoni che raggiungono una profondità x senza aver interagito. Il numero di fotoni che interagiscono entro la prossima piccola distanza dx è proporzionale a N e a dx . Quindi possiamo scrivere

$$dN(x) = -\mu N(x) dx . \quad (3.4)$$

dove la costante di proporzionalità μ , è il coefficiente di attenuazione lineare. La soluzione è

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} . \quad (3.5)$$

Ne consegue che $e^{-\mu x}$ è la probabilità (cioè N/N_0) che un fotone normalmente incidente attraversi una lastra di spessore x senza interagire. Il fattore descrive quindi generalmente la frazione di fotoni che non hanno subito collisioni e che attraversano la lastra. In analogia

alla (3.5) possiamo scrivere l'intensità del fascio in funzione dello spessore attraversato:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} . \quad (3.6)$$

Se il raggio incidente è ampio, l'intensità misurata sarà maggiore di quella descritta dall'Eq. (3.6) perché verranno rilevati anche fotoni dispersi. Tali condizioni di solito si applicano agli schermi richiesti per la protezione dalle sorgenti di raggi gamma. La maggiore trasmissione dell'intensità del fotone rispetto a quella misurata in una buona geometria può essere presa in considerazione scrivendo

$$I(x) = \mathcal{B}(x) I_0 e^{-\mu x} . \quad (3.7)$$

dove \mathcal{B} è chiamato **fattore di accumulo** ($\mathcal{B} \geq 1$). Per un dato materiale di schermatura, spessore, energia del fotone e geometria della sorgente, \mathcal{B} può essere ottenuto da misure o calcoli.

Le Figure (3.3) mostrano i fattori di accumulo di esposizione per piombo e acqua per fotoni monoenergetici con energie fino a 10 MeV da sorgenti isotropiche puntiformi. Lo spessore di uno schermo per il quale l'intensità del fotone in un fascio stretto è ridotta a 1/e del suo valore originale è chiamato **lunghezza di attenuazione** ([Tur07]). Una lunghezza di attenuazione, quindi, è uguale a $1/\mu$, il percorso libero medio. La dipendenza di \mathcal{B} nelle figure dallo spessore della schermatura è espressa dalla sua variazione con il numero di lunghezze di attenuazione, μx .

Le figure possono essere utilizzate con l'Eq. (3.7) per calcolare lo spessore di schermatura x necessario per ridurre l'intensità dei raggi gamma da un valore I_0 a I . Poiché il fattore di attenuazione esponenziale $e^{-\mu x}$ e il fattore di accumulo \mathcal{B} dipendono entrambi da x , che è originariamente sconosciuto, lo spessore appropriato per un dato problema di solito deve essere trovato facendo approssimazioni successive fino a quando l'Eq. (3.7) è soddisfatta.

In questo lavoro abbiamo ipotizzato di poter descrivere i fattori di accumulo con una espressione di tipo polinomiale quadratica in μr :

$$\mathcal{B}(\mu r) = A + B\mu r + C\mu^2 r^2 . \quad (3.8)$$

I fattori di accumulo sono considerati in funzione di μr , cioè della distanza dalla sorgente misurata in unità di cammino libero medio. In questo modo si riduce la variazione dei fattori di accumulo con l'energia della sorgente e con la composizione del mezzo considerato, ottenendo così funzioni universali. I parametri A , B e C sono considerati in funzione dell'energia e sono da determinare.

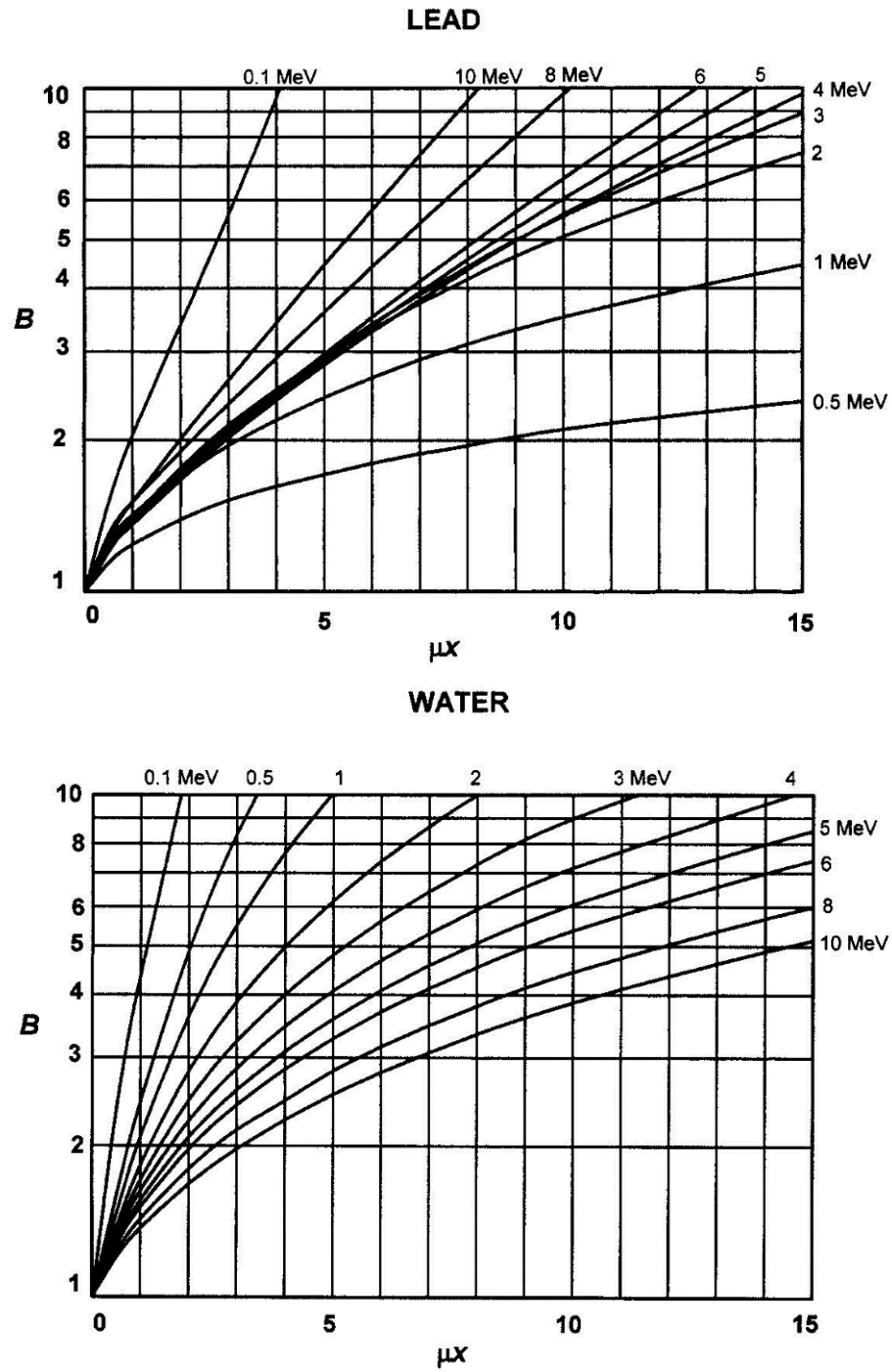


Figura 3.3: Fattori di accumulo di esposizione, B , in piombo e acqua per sorgenti puntiformi di fotoni monoenergetici di energie da 0.1 MeV a 10 MeV in funzione del numero di lunghezze di rilassamento, μx . Figure tratte dalla Ref. [Tur07].

Capitolo 4

Dosi assorbite

In questo capitolo presentiamo i risultati ottenuti per la dose assorbita da un mezzo omogeneo, quando è prodotta da fotoni emessi da una sorgente monoenergetica, puntiforme, e isotropa. Il mezzo considerato è l'acqua, in quanto ottima approssimazione del comportamento dei tessuti molli. Essendo le distribuzioni di dose assorbita sfericamente simmetriche, queste dipendono da una sola variabile: la distanza r dalla sorgente puntiforme.

Secondo le convenzioni stabilite nel protocollo di calcolo adottato dal sistema Medical International Radiation Dose (MIRD) [Loe68], la dose R assorbita a distanza r da una sorgente puntiforme può essere espressa nella forma:

$$R(r) = \mathcal{A}nE\phi(r) \quad . \quad (4.1)$$

dove:

- \mathcal{A} è l'attività della sorgente;
- n è il numero di fotoni emessi in un decadimento;
- E è l'energia dei fotoni emessi;
- $\phi(r)$ è la frazione assorbita specifica isotropica puntuale, che rappresenta la frazione di energia emessa che viene assorbita per unità di massa del mezzo.

In questo lavoro, separeremo due contributi della dose assorbita:

$$R(r) = R^P(r) + R^S(r) \quad , \quad (4.2)$$

dove:

- $R^P(r)$ è il contributo dovuto a fotoni non diffusi o primari, cioè quei fotoni che provengono direttamente dalla sorgente. Questo termine segue una legge esponenziale decrescente.

- $R^S(r)$ è il contributo dovuto a fotoni diffusi o secondari, cioè quei fotoni che sono prodotti da diffusione Compton, annichilazione di positroni dopo la produzione di coppia, emissione γ da stati eccitati nucleari e atomici. La descrizione dell'andamento di questo termine in funzione della distanza r dalla sorgente dei primari è lo scopo del nostro studio.

In letteratura ([Ber68]), la frazione assorbita specifica isotropica puntuale è descritta con una legge esponenziale:

$$\phi(r) = \left[\frac{\mu_{\text{en}}}{\rho} \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\mu r} \right] \mathcal{B}(\mu r) . \quad (4.3)$$

dove:

- μ_{en} è il coefficiente di energia specifica;
- $1/(4\pi r^2)$ è il fattore geometrico che tiene conto della legge dell'inverso del quadrato della distanza tra sorgente e punto di misura;
- $\mathcal{B}(\mu r)$ è detto fattore di accumulo.

Utilizzando l'espressione (4.3), il contributo dei fotoni primari è dato da:

$$R^P(r) = AnE \left[\frac{\mu_{\text{en}}}{\rho} \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\mu r} \right] . \quad (4.4)$$

Anche i parametri μ_{en} e μ sono dipendenti da E , l'energia dei fotoni emessi dalla sorgente. Possiamo esprimere il fattore di accumulo come:

$$\mathcal{B}(\mu r) = \frac{R(r)}{R^P(r)} = \frac{R^P(r) + R^S(r)}{R^P(r)} = 1 + \frac{R^S(r)}{R^P(r)} \quad (4.5)$$

Dall'ultima equazione possiamo fare due considerazioni sui fattori di accumulo:

1. Sono quantità adimensionali;
2. Sono quantità positive, uguali a uno solo nel caso ideale in cui $R^S(r) = 0$.

Col software PENELOPE è possibile, tramite una simulazione MC, ottenere dei dati sulla dose totale e la dose assorbita per fotoni di una certa energia iniziale, nonché i valori di μ_{en}/ρ e μ/ρ . I risultati della nostra simulazione sono presentati nella tabella mostrata in figura 4.1. Il metodo per ottenere i set di dati è descritto in Appendice C. In figura 4.2 è mostrato l'andamento dei valori di μ/ρ .

La simulazione MC produce la dose totale e quella assorbita dai primari. Per differenza possiamo calcolare la dose dei fotoni secondari.

Energia (keV)	μ/ρ	μ_{en}/ρ	σ (%)	Energia (keV)	μ/ρ	μ_{en}/ρ	σ (%)
10	5.21020	4.82131	0.011	370	0.109482	0.0325955	0.096
20	0.799493	0.537301	0.097	400	0.106142	0.0327773	0.073
30	0.374373	0.152249	0.098	430	0.0968417	0.0329769	0.078
40	0.268698	0.0416288	0.091	470	0.0993784	0.0329923	0.078
50	0.227573	0.0416248	0.092	500	0.0968417	0.0329745	0.078
60	0.180328	0.0254838	0.061	530	0.0944789	0.0329686	0.081
70	0.19339	0.0274522	0.085	570	0.0915657	0.0328955	0.081
85	0.180328	0.0254888	0.063	600	0.0895385	0.0327927	0.084
100	0.171048	0.0253754	0.047	630	0.0876401	0.0327264	0.088
115	0.163742	0.025892	0.038	670	0.0852609	0.0326072	0.088
130	0.157595	0.0266157	0.037	700	0.0835907	0.0325531	0.089
150	0.150657	0.0275906	0.08	730	0.0820096	0.032384	0.09
170	0.14471	0.0285059	0.053	770	0.0800168	0.0321565	0.09
185	0.14074	0.0291311	0.056	800	0.0786127	0.032062	0.094
200	0.137104	0.0296639	0.064	830	0.0772617	0.0318938	0.093
230	0.130648	0.0305597	0.073	870	0.0755658	0.0317273	0.091
250	0.126844	0.0310141	0.087	900	0.0743458	0.03159	0.094
270	0.123364	0.0314133	0.083	930	0.0731846	0.0313971	0.097
300	0.11866	0.0319312	0.089	970	0.0717028	0.0311781	0.096
330	0.114464	0.0322623	0.091	1000	0.0706434	0.031105	0.093

Figura 4.1: Valori di μ_{en}/ρ e μ/ρ in $1/(\text{cm gr})$ ottenuti dal calcolo MC per ogni energia del fotone considerata.

Nella figura (4.3) sono raffigurate le quantità $r^2 R(r)/\mathcal{A}$, corrispondente alla dose totale, $r^2 R^P/\mathcal{A}$, corrispondente alla dose di fotoni primari, e $r^2 R^S/\mathcal{A}$ corrispondente alla dose di fotoni secondari, per energie di 100 e 500 keV.

Per quel che riguarda i fotoni secondari, a brevi distanze, il numero di fotoni aumenta all'aumentare della distanza dalla sorgente, il che implica l'aumento della probabilità di deposito di energia. Dalla sorgente si ha un aumento dell'energia depositata dai fotoni secondari, fino a raggiungere un massimo dal quale inizia una discesa. Il comportamento a lunghe distanze è apparentemente esponenziale.

Utilizzando la funzione (4.5), otteniamo il fattore di accumulo in funzione di μr . Nella figura 4.4 sono raffigurati i risultati per fotoni di 100 e 500 keV, da cui si può osservare che gli andamenti sono molto più regolari che nel caso degli R .

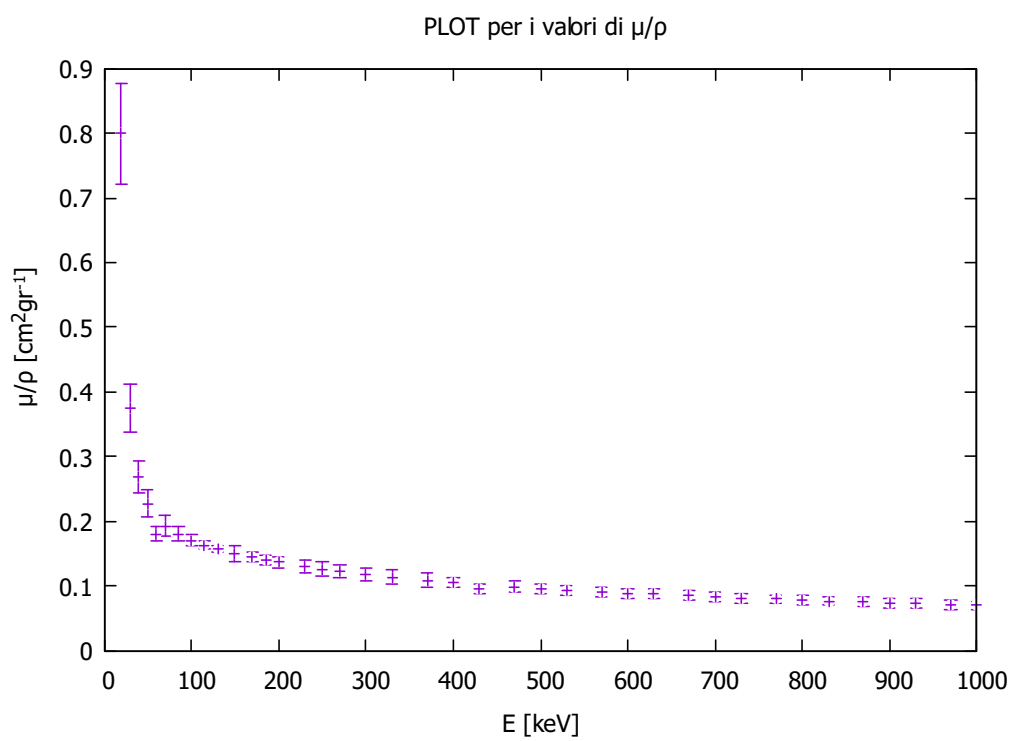


Figura 4.2: Andamento dei valori di μ/ρ in funzione dell'energia.

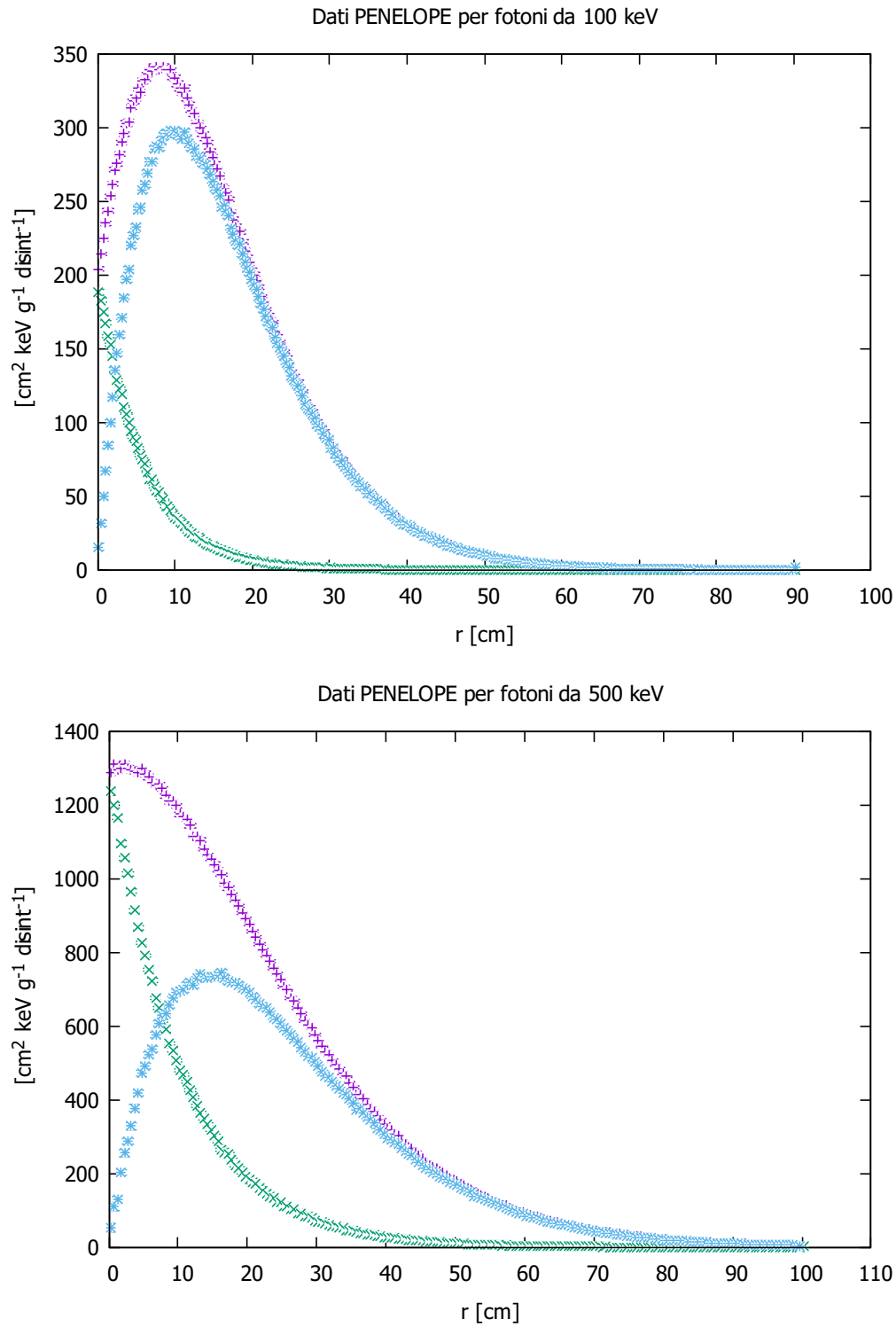


Figura 4.3: Valori di $r^2 R(r)/A$ in funzione della distanza r da una sorgente puntiforme di 100 e 500 keV. I punti viola indicano la dose totale, quelli verdi la dose rilasciata dai fotoni primari e quelli azzurri la dose rilasciata dai secondari. Le dimensioni dei simboli considerano anche le barre di incertezza.

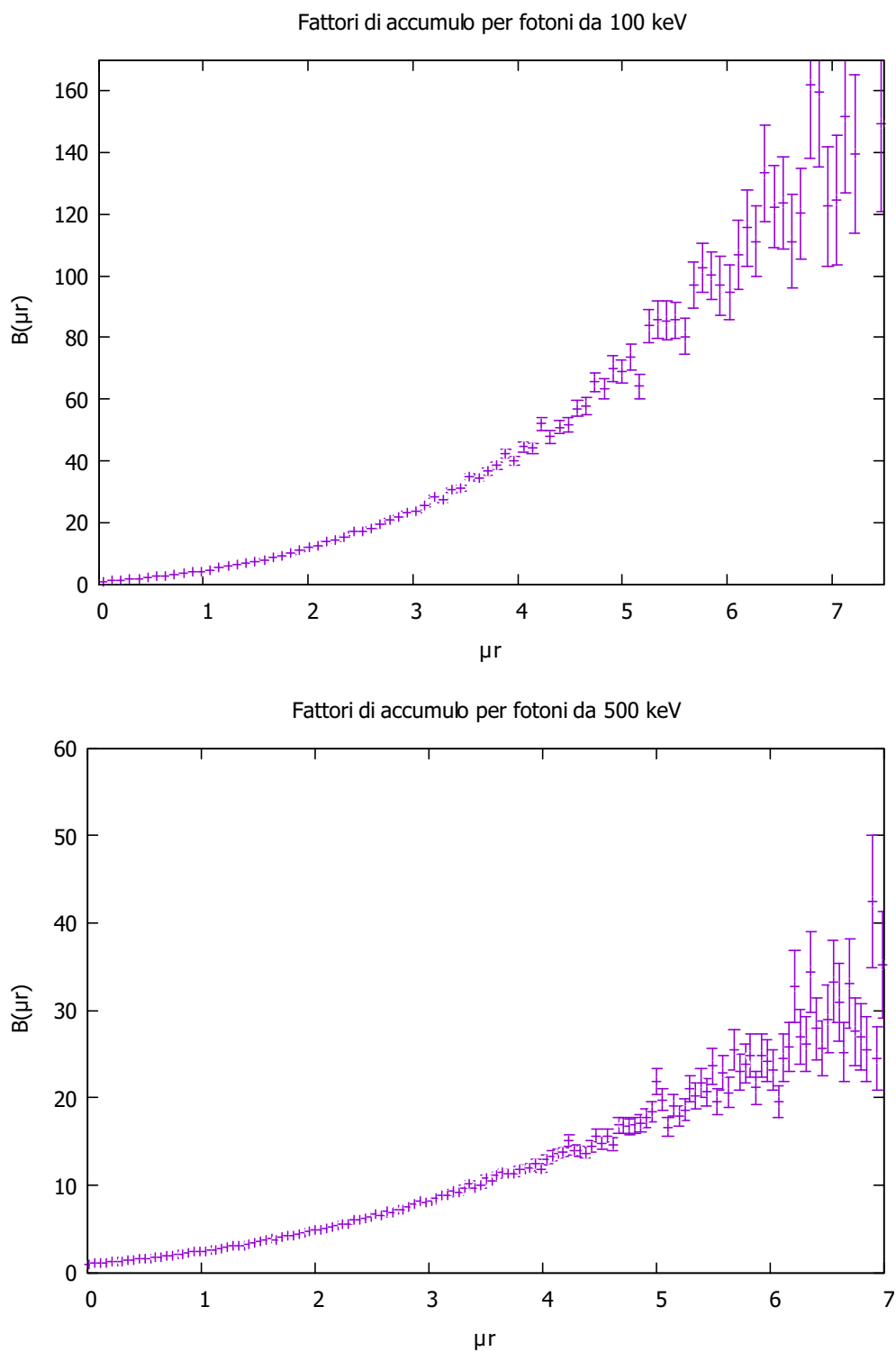


Figura 4.4: Valori del fattore di accumulo \mathcal{B} in funzione di μr per una sorgente puntiforme, rispettivamente, per fotoni di 100 e 500 keV.

Capitolo 5

Fattori di accumulo

Nel nostro lavoro, abbiamo ipotizzato che i fattori di accumulo possano essere espressi nella forma polinomiale quadratica (3.8). In questo capitolo mostriamo come questa espressione si adatti alla descrizione dei dati ottenuti con le simulazioni MC dei fattori di accumulo per l'acqua in funzione dell'energia del fotone E .

Il processo di fit è stato effettuato utilizzando il software del pacchetto GNUPLOT. Per ogni energia del fotone è stato scelto un range di μr non superiore a 7 in quanto, per valori maggiori, i contributi dei fotoni secondari alla dose assorbita, vedi Fig. 4.3, sono inferiori all'1% del valore massimo.

Sono stati utilizzati 40 diversi valori di energia del fotone, da 10 keV a 1 MeV. Come esempio dei risultati ottenuti, mostriamo nella figura (5.1) i risultati per $E = 200$ keV e $E=500$ keV.

Dalle figure mostrate si può osservare un buon adattamento della funzione dai noi scelta per rappresentare i dati, che sono schematizzati in figura (5.2) assieme ai coefficienti A , B e C del fit polinomiale per ogni energia del fotone che abbiamo considerato con i rispettivi errori e valori del χ^2 per dato.

Nella Figura 5.3 mostriamo l'andamento dei coefficienti A , B e C in funzione dell'energia E del fotone. Nel caso di A e C , l'andamento è piuttosto simile: la prima parte è crescente fino a raggiungere un massimo, poi l'andamento è discendente, forse esponenziale. Nel caso di B , l'andamento è l'esatto opposto, sebbene per le più basse energie c'è un andamento abbastanza incerto che difficilmente potrà essere approssimato da una funzione semplice.

Sia Berger nel 1968 [Ber68] che Kwok, Prestwich e Wilson nel 1985 [Kwo85], proposero delle diverse funzioni che si prestavano a tale scopo: evitare i complicati calcoli MC e fornire un metodo semplice per ricavare i valori dei fattori di accumulo per varie energie dei fotoni.

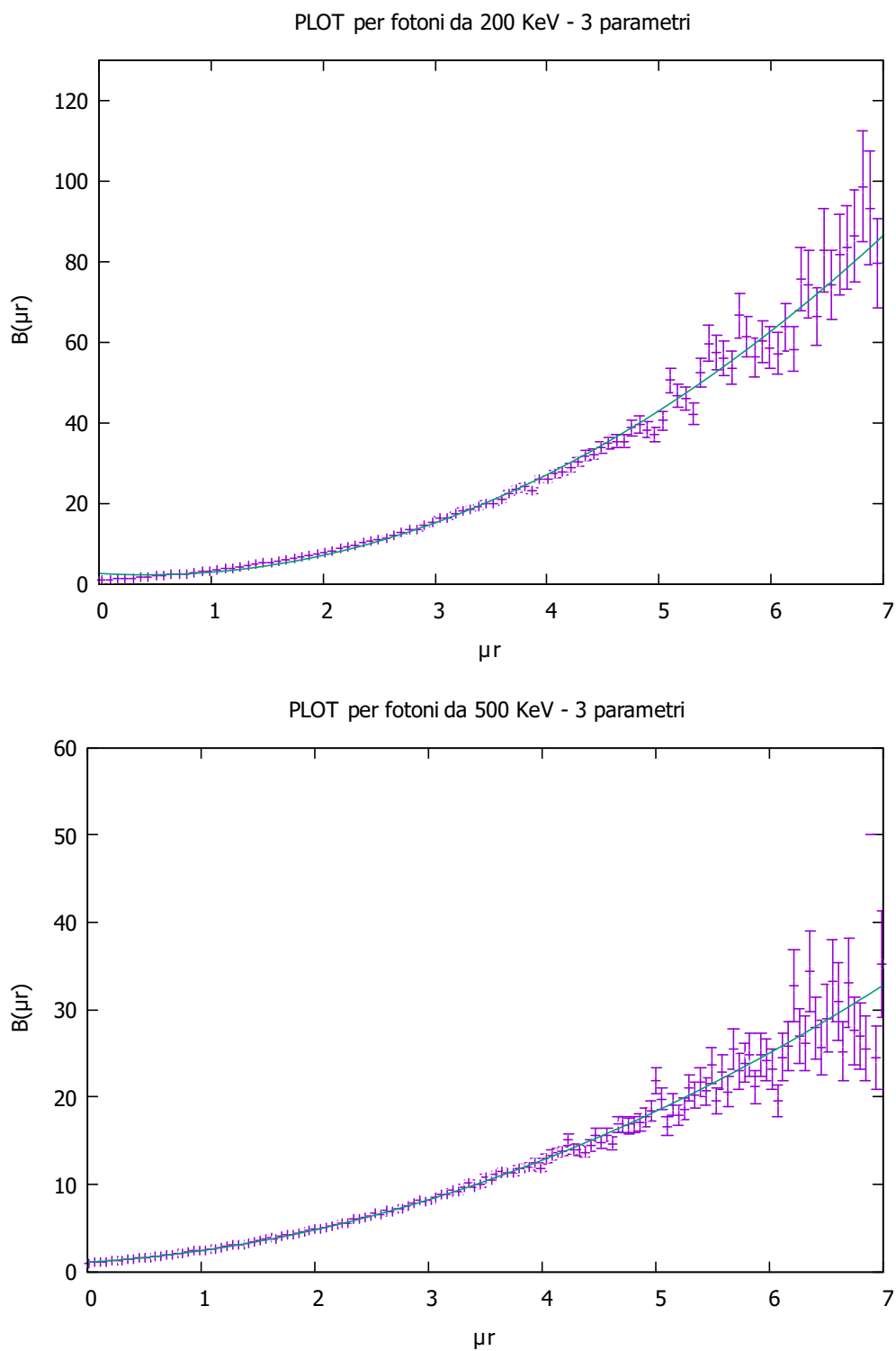


Figura 5.1: Fit dei dati generati da PENELOPE con la funzione polinomiale quadratica (3.8) per energie dei fotoni di 200 keV (sopra) e 500 keV (sotto).

Energia fotoni (KeV)	A	ΔA %	B	ΔB %	C	ΔC %	χ^2
10	1.029	5.928086	0.129	26.35659	0.007	57.14286	0.065
20	1,133	6.001765	0.433	12.24018	0.031	29.03226	0.077
30	1.111	9.720972	1.264	8.148734	0.133	15.78947	0.166
40	3.101	45.56595	-0.522	180.6513	1.038	12.71676	2252
50	2.717	50.86492	0.011	8872.727	1.654	8.706167	4323
60	3.396	23.351	-2.550	26.07843	3.296	3.549757	2545
70	3.027	61.31483	-1.366	97.65739	2.915	6.895369	4124
85	3.150	24.12698	-2.191	29.39297	3.215	3.545879	5865
100	2.851	31.39249	-2.009	36.48581	3.054	4.125737	5865
115	4.117	26.25698	-3.923	21.05531	3.308	3.990326	1980
130	3.536	21.54977	-3.129	19.33525	2.926	3.451811	4.770
150	3.713	26.23216	-3.383	22.67218	2.761	4.599783	5408
170	2.924	34.67852	-2.233	33.36319	2.331	4.933505	4629
185	3.147	27.04163	-2.381	25.28349	2.203	4.221516	2069
200	2.634	32.27031	-1.687	35.38826	1.952	4.508197	4589
230	2.287	30.03935	-1.185	41.09705	1.668	4.316547	5247
250	1.343	44.00596	0.1739	240.9431	1.276	4.858934	4001
270	1.407	69.93603	0.126	509.5238	1.205	7.302905	3.250
300	1.231	32.08773	0.4098	67.83797	1.036	3.957529	1927
330	0.938	86.88699	0.8159	65.69433	0.862	8.584687	1675
370	1.061	42.88407	0.7221	41.68398	0.771	5.447471	2949
400	1.111	41.13411	0.6458	46.60886	0.734	5.722071	3057
430	1.053	43.68471	0.8440	35.90047	0.521	8.06142	3412
470	1.015	9.162562	0.899	9.677419	0.547	3.107861	2627
500	1.053	43.68471	0.844	35.90047	0.521	8.06142	3412
530	1.018	32.61297	0.9371	23.47668	0.457	6.564551	1812
570	0.747	45.64926	1.2034	18.69547	0.384	8.072917	1980
600	0.814	47.543	1.169	21.81352	0.350	10	2610
630	0.881	35.07378	1.079	18.81372	0.345	8.115942	1685
670	0.686	43.58601	1.316	15.27356	0.272	10.29412	1594
700	0.749	39.51936	1.267	15.39069	0.252	10.71429	1630
730	0.668	48.8024	1.342	15.12668	0.221	12.21719	1704
770	0.727	36.58872	1.268	13.88013	0.214	11.21495	1381
800	0.773	38.42173	1.226	16.06852	0.205	13.17073	0.874
830	0.751	31.0253	1.248	12.25962	0.171	11.11111	0.547
870	0.810	26.66667	1.164	12.19931	0.184	10.86957	0.481
900	0.796	26.00503	1.180	11.61017	0.260	13.84615	0.445
930	1.074	21.13594	0.851	17.50881	0.217	9.677419	0.549
970	0.889	23.50956	1.071	12.88515	0.161	11.80124	0.476
1000	1.026	32.45614	0.911	24.14929	0.181	17.12707	1217

Figura 5.2: Valori ottenuti per il fit dei dati per ogni valore dell'energia studiato.

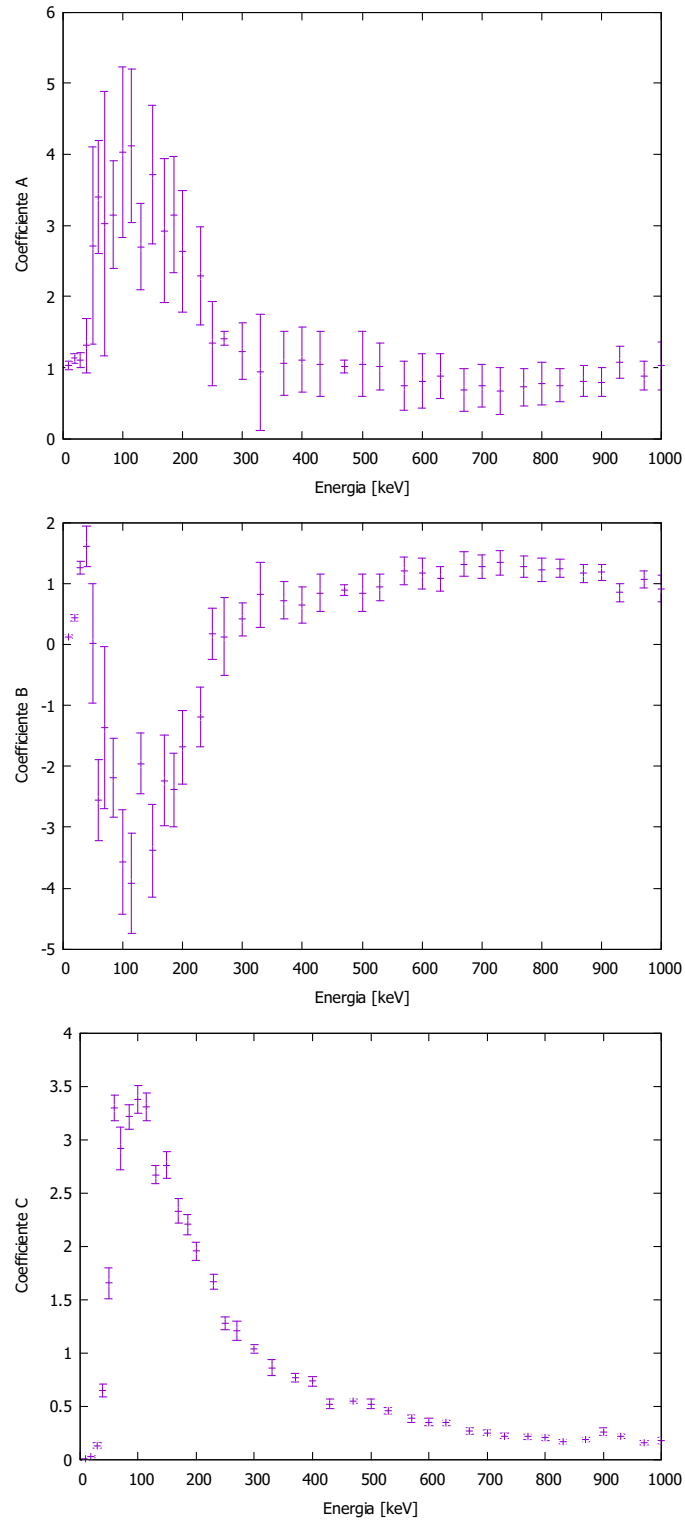


Figura 5.3: I coefficienti $A(E)$, $B(E)$ e $C(E)$ del fit polinomiale (3.8).

5.1 La funzione di Berger

Berger considera i fattori di accumulo in funzione di μr , cioè della distanza dalla sorgente misurata in unità di cammino libero medio. In questo modo si riduce la dipendenza dei fattori di accumulo dal materiale attraversato dai fotoni ottenendo quindi delle funzioni universali.

Sulla base di ciò Berger propone, per la dose assorbita dovuta ai fotoni diffusi, una rappresentazione della forma:

$$R^S(r) = R^P(r)P_{N+1}(\mu r) \quad . \quad (5.1)$$

dove P_{N+1} è il polinomio:

$$P_{N+1} = \sum_{n=0}^{N+1} a_n x^{n+1} = a_0 x + a_1 x^2 + a_2 x^3 + \dots + a_{N+1} x^{N+2} \quad . \quad (5.2)$$

Segue, dall'equazione (4.5), che possiamo scrivere i fattori di accumulo come:

$$\mathcal{B}(\mu r) = 1 + P_{N+1}(\mu r) \quad . \quad (5.3)$$

Berger presenta dieci coefficienti ($n=0,1,\dots,9$) per ogni energia (Figura 5.4), ottenendo così una buona precisione anche se per certe energie e determinati valori di μr si ottiene una precisione accettabile anche con un numero inferiore di coefficienti. In questo modo, Berger fornisce tabelle di fattori di accumulo per energie comprese tra 15 keV e 3 MeV e valori μr tra 0.05 e 20. I coefficienti sono mostrati nella Tabella 5.4.

5.2 La funzione di Kwok, Prestwich e Wilson per i fattori di accumulo

Nel 1985 Kwok, Prestwich e Wilson [Kwo85] proposero di calcolare le dosi di radiazione emesse da sorgenti di radionuclidi γ con una formula per i fattori di accumulo con tre parametri:

$$\log[\mathcal{B}(\mu r)] = \frac{P_1(\mu r)^{P_2}}{\mu r + P_3} \quad . \quad (5.4)$$

dove \log indica il logaritmo naturale. I parametri dipendono dall'energia e sono ottenuti mediante una procedura di adattamento dei minimi quadrati dei fattori di accumulo ottenuti da Berger. La dipendenza dall'energia dei fotoni E , espressa in keV, è data da:

$$P_i(E_0) = p_i^{(0)} + p_i^{(1)} \log_{10} E_0 + p_i^{(2)} (\log_{10} E_0)^2 \quad i = 1, 2, 3 \quad . \quad (5.5)$$

I valori dei parametri $p_i^{(k)}$ dell'equazione (5.5) sono presentati nella tabella 5.5.

n	0.015 MeV	0.02 MeV	0.03 MeV	0.04 MeV	0.05 MeV
0	-3.1187801E-01	6.7244312E-01	1.6049021E 00	2.3258914E 00	2.6015869E 00
1	1.7175846E-01	-3.2219814E-01	-3.7443278E-01	1.6755887E-01	8.7214986E-01
2	-6.5231289E-02	1.1910705E-01	1.3404206E-01	1.4082448E-02	-4.9803181E-02
3	1.4651157E-02	-2.6496792E-02	-2.9722587E-02	-6.8449897E-03	5.3230159E-03
4	1.9829754E-03	3.5705853E-03	4.0175878E-03	1.1886303E-03	-2.7896369E-04
5	-1.6495732E-04	-2.9632295E-04	-3.3447682E-04	-1.1062963E-04	7.1722051E-06
6	8.4250159E-06	1.5112543E-05	1.7100141E-05	6.0027697E-06	5.6428014E-08
7	-2.5562337E-07	-4.5809152E-07	-5.1928160E-07	-1.8892413E-07	-9.1977777E-09
8	4.2000887E-09	7.5217418E-09	8.5380989E-09	3.1797274E-09	2.2973861E-10
9	-2.8607554E-11	-5.1206664E-11	-5.8186664E-11	-2.2023831E-11	-1.9306663E-12
n	0.06 MeV	0.08 MeV	0.1 MeV	0.15 MeV	0.2 MeV
0	2.5636192E 00	2.2740654E 00	1.9944842E 00	1.6105426E 00	1.4156760E 00
1	1.3126100E 00	1.4591243E 00	1.2912893E 00	9.0767161E-01	7.2018676E-01
2	-1.2297447E-02	1.2343571E-01	1.7504154E-01	1.7453811E-01	1.4124504E-01
3	3.7005698E-03	-5.1514559E-03	-4.6931543E-03	-6.9137843E-03	-7.8670955E-03
4	-2.0809395E-04	7.4261826E-04	5.7474698E-04	8.3705211E-04	8.0505787E-04
5	1.3803488E-05	-4.4729504E-05	-1.6654647E-05	-4.6405745E-05	-4.3429452E-05
6	-7.0410798E-07	1.8657546E-06	9.3820773E-09	1.8814298E-06	1.6003787E-06
7	2.2711260E-08	-4.9674830E-08	1.7482306E-08	-5.0288247E-08	-3.8876780E-08
8	-3.9936147E-10	7.5787695E-10	-5.0704327E-10	7.7505308E-10	5.5534479E-10
9	2.8902429E-12	-4.9928964E-12	4.6485283E-12	-5.1355447E-12	-3.4904063E-12
n	0.3 MeV	0.4 MeV	0.5 MeV	0.6 MeV	0.8 MeV
0	1.1945598E 00	1.0772469E 00	9.9238222E-01	9.3207923E-01	8.4798975E-01
1	5.3740039E-01	4.6034966E-01	4.1718270E-01	3.8918860E-01	3.5189649E-01
2	9.4870113E-02	6.1001775E-02	3.3088575E-02	1.0862793E-02	-2.3850962E-02
3	-9.7034674E-03	-1.0744514E-02	-8.7369286E-03	-5.7619216E-03	1.0505992E-03
4	1.0374319E-03	1.3505373E-03	1.2759176E-03	1.0139396E-03	1.8556544E-04
5	-6.5212691E-05	-1.0114269E-04	-1.0550458E-04	-9.2681960E-05	-3.1717948E-05
6	2.5855268E-06	4.6452829E-06	5.2023283E-06	4.8885317E-06	2.1309767E-06
7	-6.3331138E-08	-1.2825195E-07	-1.5124722E-07	-1.4935017E-07	-7.4522243E-08
8	8.7103041E-10	1.9452602E-09	2.3826137E-09	2.4448272E-09	1.3313360E-09
9	-5.1173023E-12	-1.2393454E-11	-1.5611191E-11	-1.6519539E-11	-9.5638605E-12
n	1.0 MeV	1.5 MeV	2.0 MeV	3.0 MeV	
0	7.9276531E-01	7.1705743E-01	6.7488407E-01	3.0925391E-01	
1	3.2093134E-01	2.4982775E-01	1.8814749E-01	1.0130699E-01	
2	-4.5320471E-02	-6.3825660E-02	-6.0323813E-02	-4.1253766E-02	
3	6.4806312E-03	1.2768833E-02	1.3251153E-02	9.9343531E-03	
4	-5.8020372E-04	-1.5955824E-03	-1.7658312E-03	-1.3984767E-03	
5	3.1937914E-05	1.2447039E-04	1.4458816E-04	1.1897410E-04	
6	-1.0606565E-06	-6.0326459E-06	-7.2745224E-06	-6.1589190E-06	
7	1.9962554E-08	1.7536365E-07	2.1774410E-07	1.8846267E-07	
8	-1.8192761E-10	-2.7817859E-09	-3.5352635E-09	-3.1139299E-09	
9	4.9467623E-13	1.8403903E-11	2.3830147E-11	2.1290227E-11	

Figura 5.4: Valori ottenuti da Berger [Ber68] dei coefficienti tabulati in base alle diverse energie dei fotoni.

i	k		
	0	1	2
1	-9.97	11.52	-2.58
2	1.33	0.0	0.0
3	0.82	-1.29	0.67

Figura 5.5: Valori dei parametri $p_i^{(k)}$ dell'equazione (5.5) ottenuti da Kwok, Prestwich e Wilson [Kwo85].

Con questa approssimazione, Kwok, Prestwich e Wilson trovano differenze con i fattori di accumulo di Berger inferiori al 10% per energie comprese tra 15 e 400 keV e valori di $\mu r < 20$.

Nella figura 5.6 confrontiamo i risultati ottenuti con le funzioni di Berger e quelli ottenuti con le funzioni di Kwok, Prestwich e Wilson con i dati della simulazione MC per fotoni di energie di 200 keV, 500 keV e 1 MeV. In tutti e tre i casi la funzione di Berger sembra approssimare bene, nel range di μr considerato, la distribuzione ottenuta dai calcoli MC. La funzione di Kwok, Prestwich e Wilson invece approssima abbastanza bene i fotoni da 200 keV ma già dal caso dei 500 keV iniziano a discostarsi dall'andamento della curva, per allontanarsi completamente nel caso di 1 MeV.

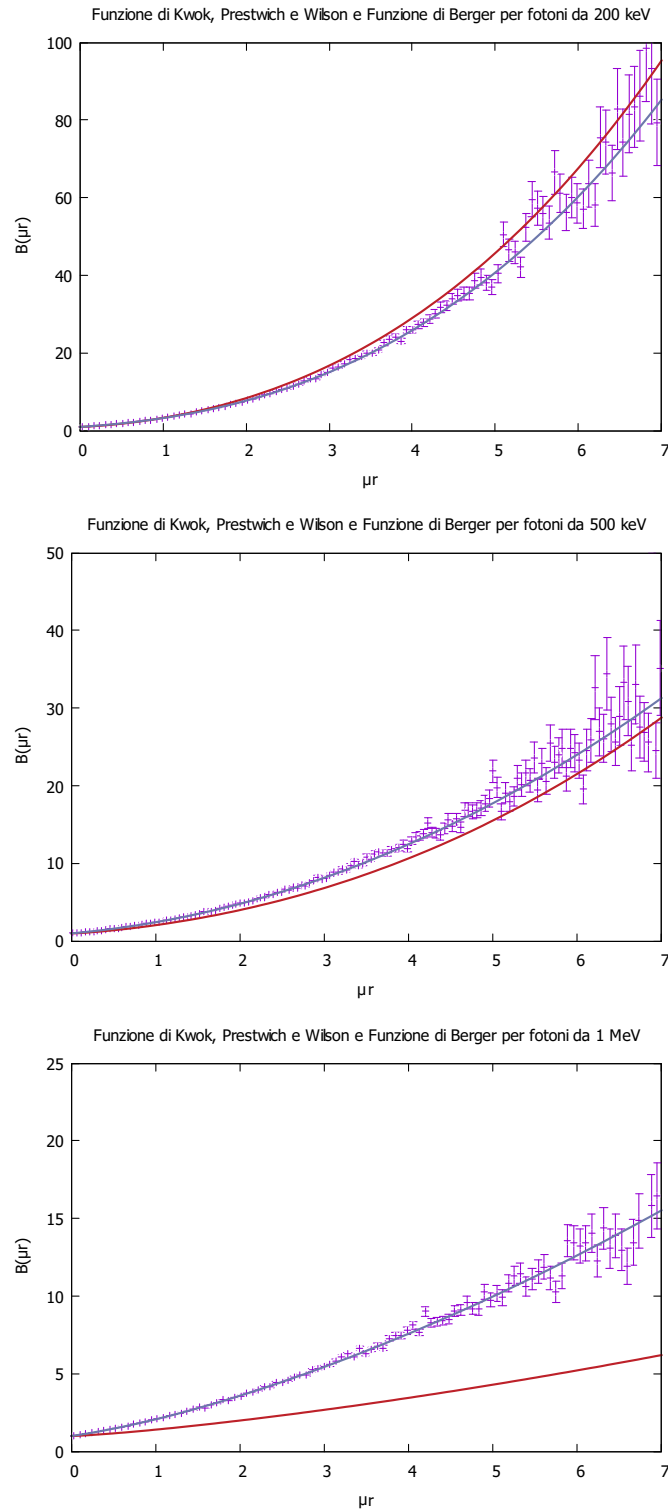


Figura 5.6: Andamento della funzione (5.4) (linea rossa) per energie di fotoni di 200, 500 keV e 1 MeV, confrontata con la funzione di Berger (5.3) (linea blu) e con i dati della simulazione MC.

Capitolo 6

I coefficienti del fit

Abbiamo ipotizzato diverse funzioni che si adattano agli andamenti dei coefficienti $A(E)$, $B(E)$ e $C(E)$ i cui andamenti sono riportati in figura 5.3.

Primo set di funzioni:

- per il coefficiente A la funzione che meglio si adatta è composta da due parti, una gaussiana :

$$A(E) = ae^{-b(c-E)^2} \quad (6.1)$$

seguita, dopo un dato valore dell'energia $E_{cut} = 270$, da una coda costante. I risultati del fit sono rappresentati in figura 6.1 con parametri $a = 3.7144$, $b = 6.41 * 10^{-5}$, $c = 121.79$. Un tentativo di fittare i dati con una gaussiana seguita da una coda esponenziale non ha dato risultati soddisfacenti quindi abbiamo preferito una coda costante, che meglio si adattava ai valori MC, sebbene la funzione ottenuta non sia continua in E_{cut} .

- per il coefficiente B la funzione che meglio si adatta è composta da due parti, una gaussiana invertita rispetto l'asse delle E :

$$B(E) = (a - k)e^{-b(c-E)^2} + k \quad (6.2)$$

e una coda costante per valori maggiori di E_{cut} . I risultati del fit sono rappresentati in figura 6.1 con parametri $a = -3.43065$, $b = 2.0 * 10^{-4}$, $c = 132.167$, $k=1.1$, $E_{cut} = 550$.

- per il coefficiente C ci ritroviamo in una situazione analoga al parametro A , con la differenza che stavolta la coda è ben approssimata da un'esponenziale. La funzione utilizzata per il fit dei dati è identica alla funzione (6.1), con parametri $a=3.2$, $b=8.0 * 10^{-5}$, $c = 85$, $E_{cut} = 117$. Per $E > E_{cut}$, abbiamo la consueta funzione esponenziale:

$$C(E) = Ke^{-\alpha E} \quad (6.3)$$

i cui parametri K ed α si ottengono imponendo la continuità di $C(E)$ e della derivata nel punto di raccordo E_{cut} :

$$\alpha = 2b(E_{cut} - c) \quad (6.4)$$

$$K = ae^{-b(E_{cut}-c)^2+\alpha E_{cut}} \quad (6.5)$$

I risultati del fit sono rappresentati in figura 6.1.

Secondo set di funzioni.

- Come abbiamo fatto per il primo set, per il coefficiente A , abbiamo considerato una funzione composta da due parti, una gaussiana :

$$A(E) = ae^{-b(c-E)^2} \quad (6.6)$$

seguita, dopo un dato valore dell'energia $E_{cut} = 235$, da una coda costante. I risultati del fit sono rappresentati in figura 6.2 con parametri $a = 3.7144$ $b = 1.21 * 10^{-4}$, $c = 121.79$.

- Per il coefficiente B la situazione resta invariata rispetto il precedente set di funzioni.
- per il coefficiente C abbiamo suddiviso il range di E in tre parti: per $0 \leq E \leq E_{cut1} = 117$ abbiamo considerato una gaussiana identica alla funzione (6.6), con parametri $a=3.5$, $b=1.90 * 10^{-4}$, $c = 100.0$. Per $E_{cut1} = 117 \leq E \leq E_{cut2} = 300$, abbiamo usato una pura funzione esponenziale:

$$C(E) = Ke^{-\alpha E} \quad (6.7)$$

i cui parametri K ed α si ottengono imponendo la continuità di $C(E)$ e della derivata nel punto di raccordo E_{cut1} :

$$\alpha = 2b(E_{cut1} - c) \quad (6.8)$$

e

$$K = ae^{-b(E_{cut1}-c)^2+\alpha E_{cut1}} \quad (6.9)$$

Per $E_{cut2} = 300 \leq E$ inserisco un termine lineare che aggiunge un parametro, f :

$$C(E) = Ke^{-\beta E} + (E - E_{cut2}) f \quad (6.10)$$

Abbiamo usato nella procedura di fit $f = 0.0003$. I risultati del fit sono rappresentati in figura 6.2 mentre i rispettivi valori del χ^2 sono schematizzati in tabella 6.3.

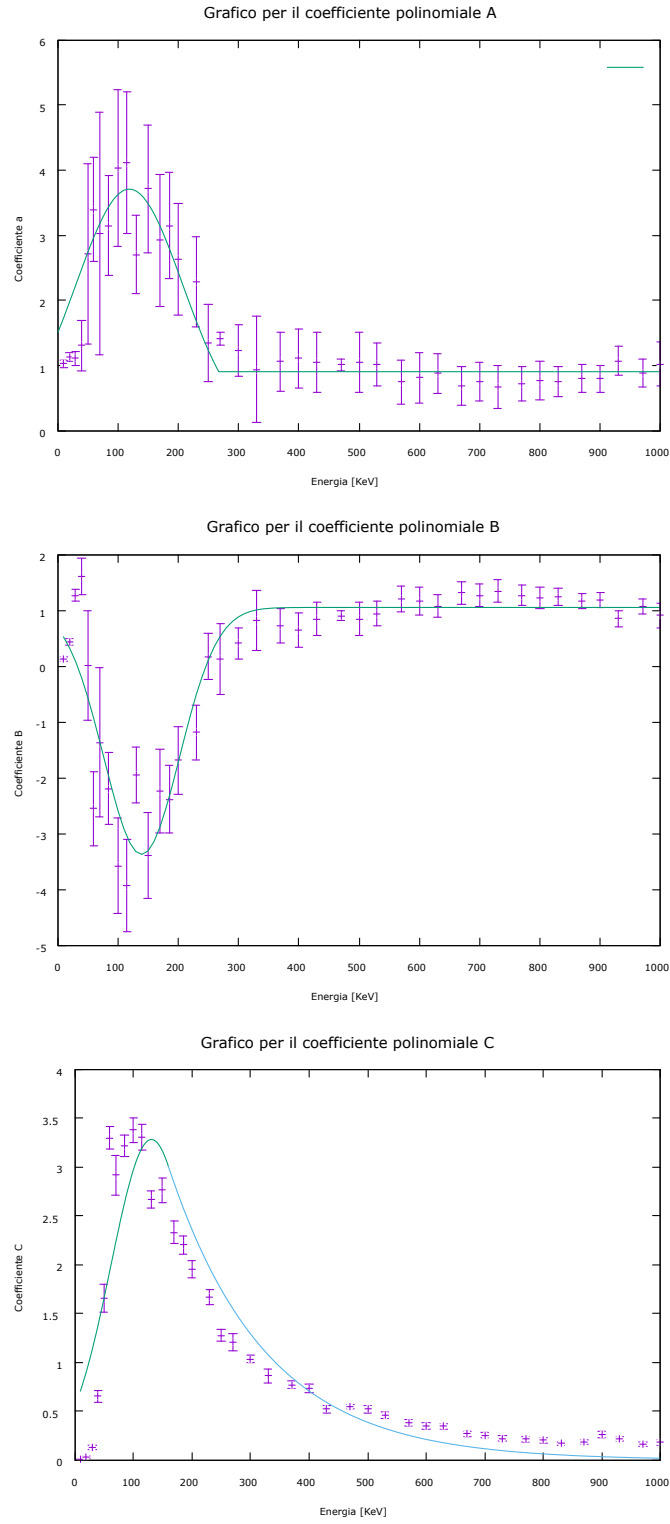


Figura 6.1: Fit dei dati per i coefficienti $A(E)$, $B(E)$, $C(E)$, primo set di funzioni.

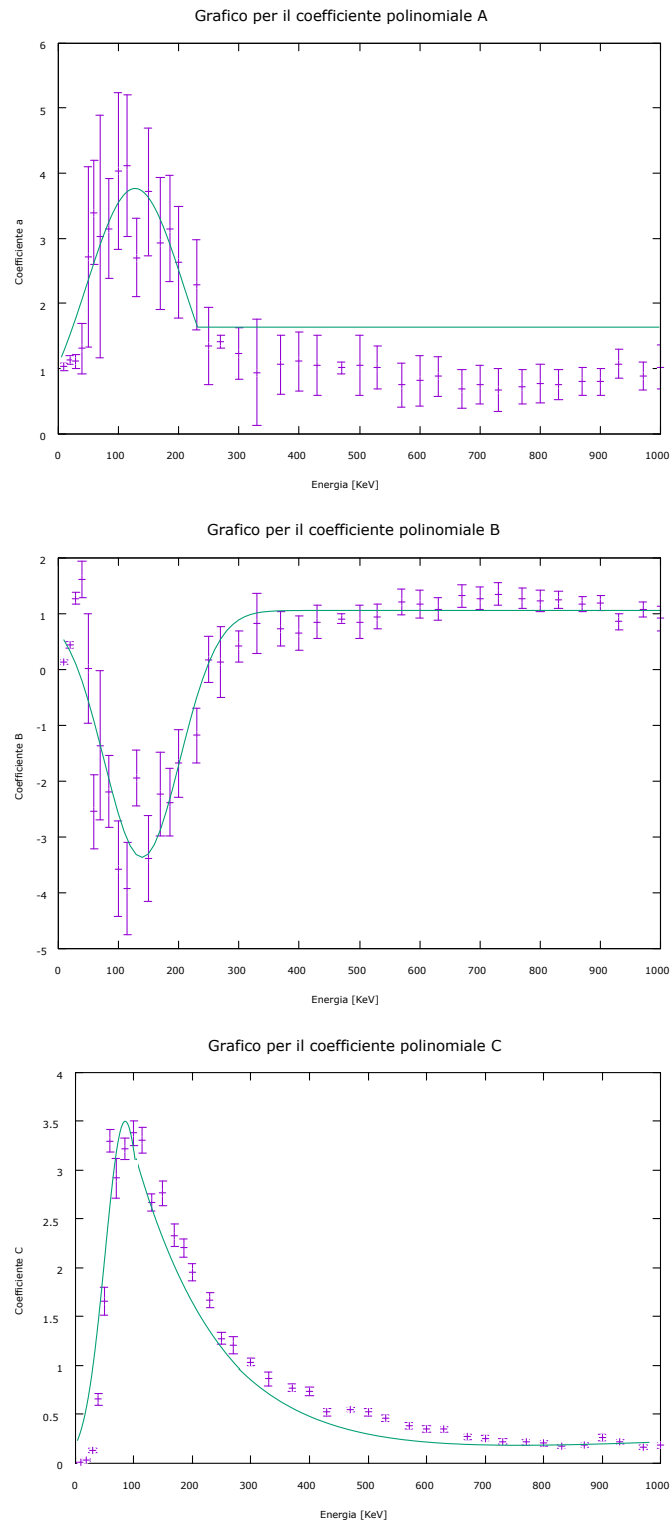


Figura 6.2: Fit dei dati per i coefficienti $A(E)$, $B(E)$, $C(E)$, secondo set di funzioni.

χ^2

Primo set di funzioni					
A(E)		B(E)		C(E)	
E < 270	E ≥ 270	E < 550	E ≥ 550	E < 117	E ≥ 117
0.377	0.036	2.175	0.025	2.065	0.016

Secondo set di funzioni						
A(E)		B(E)		C(E)		
E < 235	E ≥ 235	E < 550	E ≥ 550	E < 117	117 ≤ E ≤ 300	E ≥ 300
1.807	5.916	2.175	0.025	0.58	0.025	0.009

Figura 6.3: Valori di χ^2 per dato dei fit dei dati per i coefficienti $A(E)$, $B(E)$, $C(E)$. Le energie sono espresse in keV.

Capitolo 7

Previsioni

Abbiamo applicato le funzioni ricavate nel capitolo precedente alle emissioni γ di alcuni isotopi per verificarne la validità per le energie in tutto lo spettro energetico di interesse.

Abbiamo simulato dosi assorbite totali e dovute ai fotoni primari in acqua generati da sorgenti puntiformi di γ con queste energie usando PENELOPE. Con lo stesso software abbiamo ricavato i valori di μ_{en}/ρ e μ/ρ . Dall'eq 4.2, per differenza, abbiamo ricavato la dose dovuta ai fotoni secondari e quindi siamo riusciti ad ottenere il fattore di accumulo \mathcal{B} (equazione 4.5). Abbiamo ipotizzato di poter esprimere \mathcal{B} in una forma di tipo polinomiale quadratica in μr e abbiamo costruito due set di parametri basandoci sui risultati dei fit di dati. I risultati ottenuti mediante simulazioni con PENELOPE sono stati confrontati con le previsioni prodotte dal nostro modello di fit polinomiale con entrambe le parametrizzazioni.

Qui sotto presento i casi di cui ci siamo interessati ed i risultati ottenuti.

- Fotoni da 35.4922 keV prodotti dalla transizione M1+E2 dallo stato eccitato $3/2^+$ del ^{125}Te allo stato fondamentale $1/2^+$ (fig.7.1). Il nucleo ^{125}I decade tramite cattura elettronica con emissione di raggi-X o γ . Ha un tempo di dimezzamento di circa 59 giorni, e ciò lo rende il secondo radioisotopo più longevo dell'elemento (dopo ^{129}I). Il nucleo di ^{125}I è un isotopo prodotto industrialmente. In un ciclotrone il nucleo ^{124}Xe viene irradiato con neutroni e si trasforma nell'isomero metastabile ^{125m}Xe . Questo isomero ha un'emivita di 57 secondi e decade in ^{125}I ed è utilizzato in brachioterapia.

Nella figura 7.2 per fotoni da 35.492 keV, è evidente la discordanza tra gli andamenti calcolati con entrambi i set di funzioni e i dati MC. Era un risultato atteso in quanto il comportamento dei coefficienti $A(E)$, $B(E)$ e $C(E)$ si presentavano molto poco lineari e non è stato possibile trovare una semplice funzione che per tutto l'intervallo dell'energia approssimasse in maniera soddisfacente anche la prima parte dello spettro.

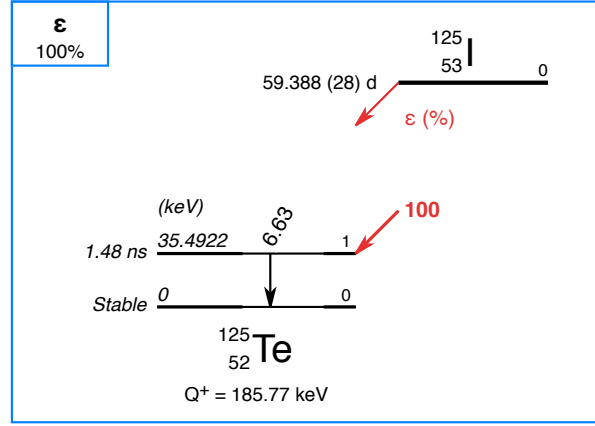


Figura 7.1: Schema di decadimento dello ^{125}I in ^{125}Te stabile con emissione di fotoni da 35.4922 keV.

Nella figura 7.3 troviamo un risultato analogo al precedente, non vi è accordo tra i dati MC e le funzioni da noi costruite per esprimere $\mathcal{B}(\mu r)$. I valori $r^2 R^S(r)/A$ sono stati ricavati dalla 4.5 utilizzando per $\mathcal{B}(\mu r)$ la forma lineare quadratica (3.8) con entrambe le parametrizzazioni ipotizzate per i coefficienti $A(E)$, $B(E)$ e $C(E)$. $r^2 R^P(r)/A$ è ricavato dalla (4.4), mentre $r^2 R(r)/A$ è stato calcolato come la somma di $r^2 R^P(r)/A$ e $r^2 R^S(r)/A$. L'andamento di $r^2 R^P(r)/A$ è in buon accordo coi dati MC, il che dimostra la validità della funzione (4.4).

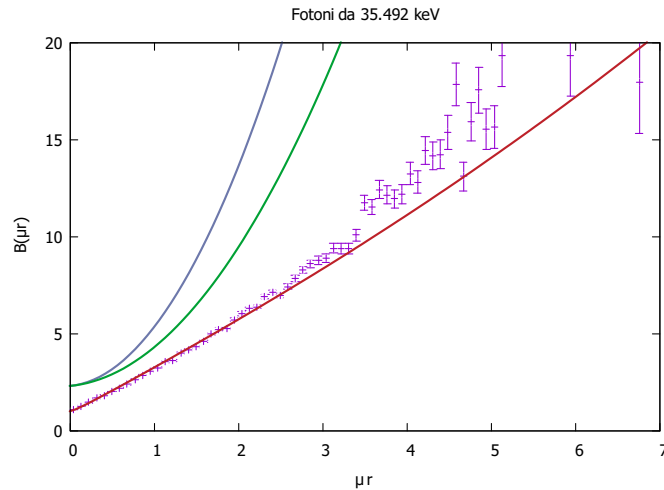


Figura 7.2: Fattori di accumulo $\mathcal{B}(\mu r)$ per fotoni da 35.492 keV prodotti dal nucleo ^{125}I . I risultati MC sono confrontati con le nostre previsioni ottenute utilizzando il primo e il secondo set di funzioni, in azzurro e verde rispettivamente. In rosso è presentato il risultato ottenuto con la funzione di Kwok, Prestwich e Wilson (5.4)

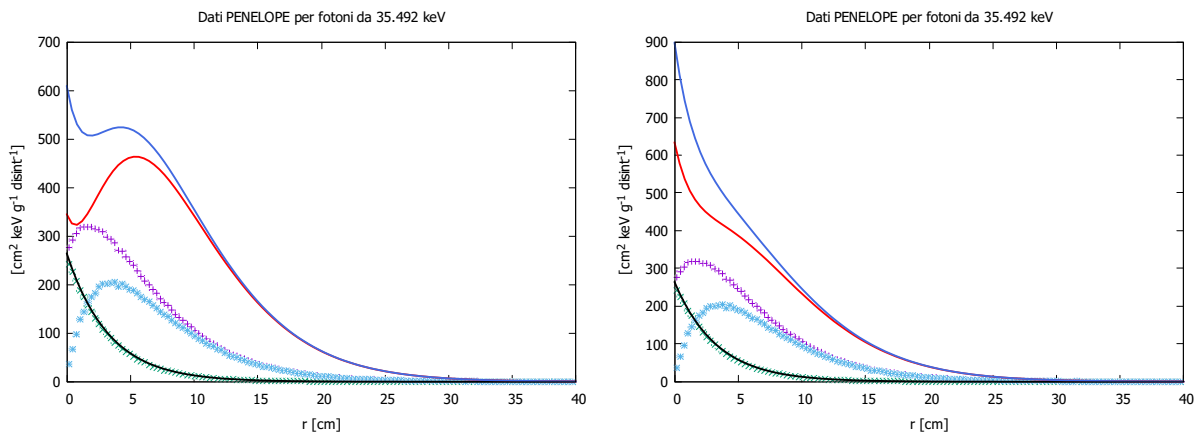


Figura 7.3: Dati MC per $r^2 R(r)/A$ (viola), $r^2 R^P(r)/A$ (verde), $r^2 R^S(r)/A$ (azzurro). Le linee rappresentano i risultati ottenuti con il primo set di parametri, figura a destra, e con il secondo set, figura a sinistra. La linea rossa rappresenta $r^2 R^S(r)/A$, la linea blu $r^2 R(r)/A$ e la linea nera $r^2 R^P(r)/A$.

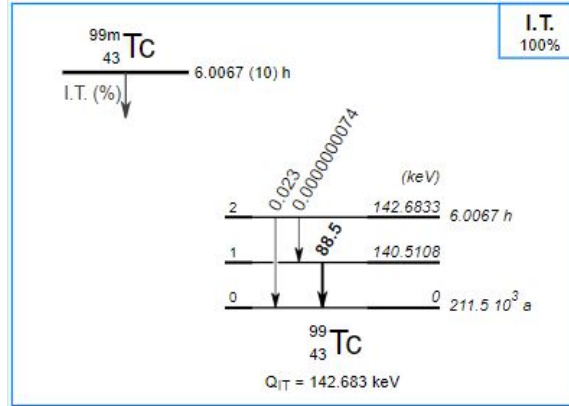


Figura 7.4: Schema di decadimento del ^{99m}Tc nello stato fondamentale del ^{99}Tc con emissione di fotoni da 142 keV.

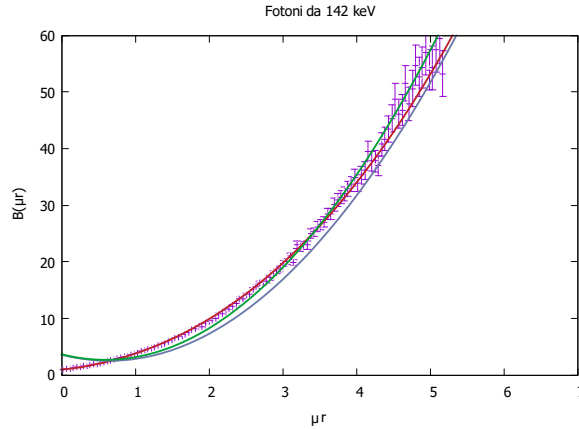


Figura 7.5: Come Fig. 7.2 per fotoni da 142 keV prodotti dal ^{99}Tc .

- Fotoni da 142 keV prodotti dalla transizione M4 dallo stato eccitato $1/2^-$ del ^{99m}Tc allo stato fondamentale $9/2^+$. Il tecnezio ^{99m}Tc decade, con emissione di raggi gamma di energia media pari a 142 keV e tempo di dimezzamento di 6.02 ore, in ^{99m}Tc , che può essere considerato praticamente stabile. Viene utilizzato nelle procedure di imaging biomedico, nel particolare di medicina nucleare.

Per quanto riguarda il fattore di accumulo, presentato in figura 7.5, è evidente un miglioramento rispetto al caso precedente. I valori dei χ^2 per dato ammontano, rispettivamente a 119.664 e 76.872. Per piccoli valori di μr c'è poco accordo. Per valori di μr superiori a 0.7, che corrisponde a un valore di r di circa 5 cm, gli andamenti calcolati con le due parametrizzazioni tendono a convergere ai dati MC.

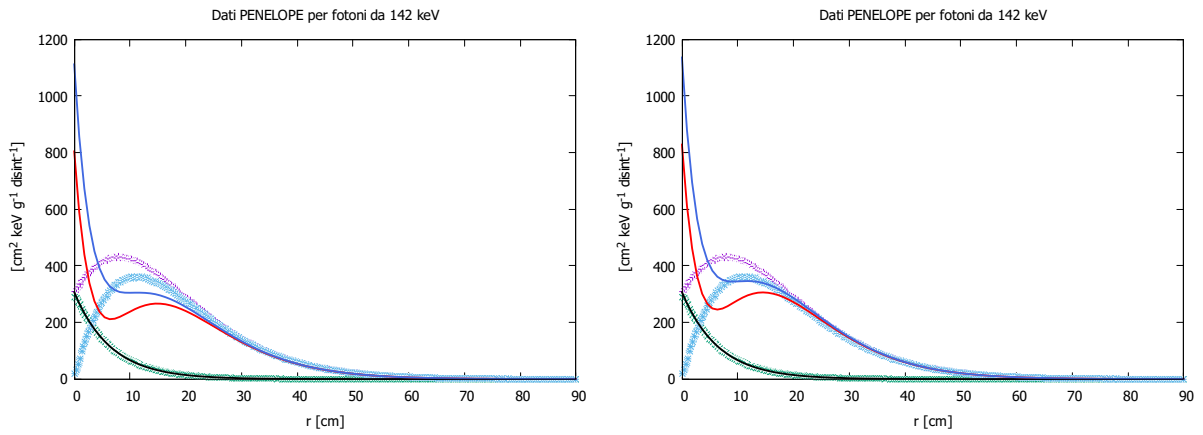


Figura 7.6: Come Fig. 7.3 per fotoni da 142 keV prodotti dal ^{99}Tc .

La figura 7.6 rispecchia i risultati della precedente: per piccole distanze non c'è accordo delle nostre previsioni coi risultati MC. All'aumentare di r invece, gli andamenti tra dati attesi e dati reali tendono a convergere.

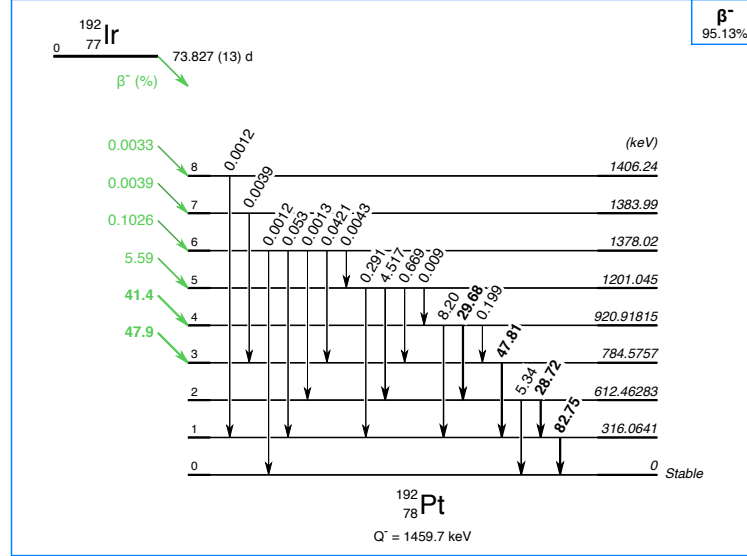


Figura 7.7: Schema di decadimento del ^{192}Ir , che decade in ^{192}Pt tramite decadimento β^- il 95.1% delle volte. L'emissione di fotoni da 295.957 keV avviene durante il passaggio dal secondo al primo stato eccitato del ^{192}Pt .

- Fotoni da 295.957 keV prodotti dalla transizione M1+E2 dallo stato eccitato 2^+ del ^{192}Pt ad un altro stato eccitato 2^+ del ^{192}Pt . Il nucleo ^{192}Ir decade in ^{192}Pt tramite decadimento β^- il 95.1% delle volte e il restante 4.9% in ^{192}Os tramite cattura elettronica. Ciò porta a un complesso modello di decadimento che risulta in 29 picchi di emissione gamma da 0.110 a 1.378 MeV, vari raggi X caratteristici e numerosi elettroni fino a 1.377 MeV. Le sorgenti di ^{192}Ir sono ampiamente utilizzate in applicazioni di brachiterapia.

Nelle figura 7.8 per fotoni da 295.957 keV, il $\mathcal{B}(\mu r)$ ottenuto col primo set di funzioni (azzurro) funziona bene per valori di $\mu r < 1$, dopo di che tende a sovrastimare quello che è l'andamento dei valori MC, mentre al contrario, $\mathcal{B}(\mu r)$ ottenuto col secondo set di funzioni (verde) sovrastima i dati MC già dall'inizio per poi avvicinarsi a questi ultimi per valori μr superiori a 5.5. I valori di χ^2 per dato per il primo e il secondo set di funzioni sono, rispettivamente, 34.808 e 26.747.

Nelle figura 7.9 per la prima parametrizzazione c'è decisamente maggior accordo con i dati MC per piccoli r rispetto la seconda parametrizzazione. All'aumentare di r , entrambe tendono a convergere con le distribuzioni simulate da PENELOPE.

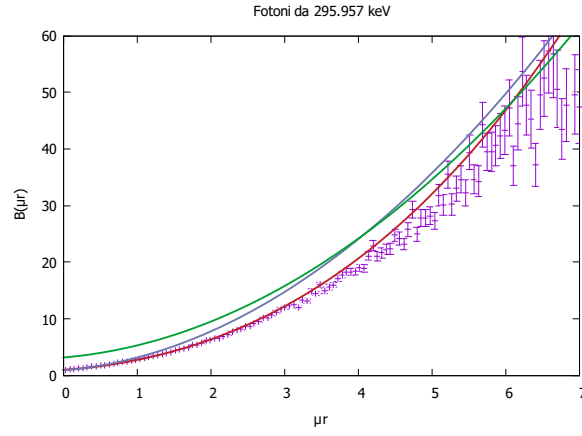


Figura 7.8: Come Fig. 7.2 per fotoni da 295.957 keV prodotti dal ^{192}Ir .

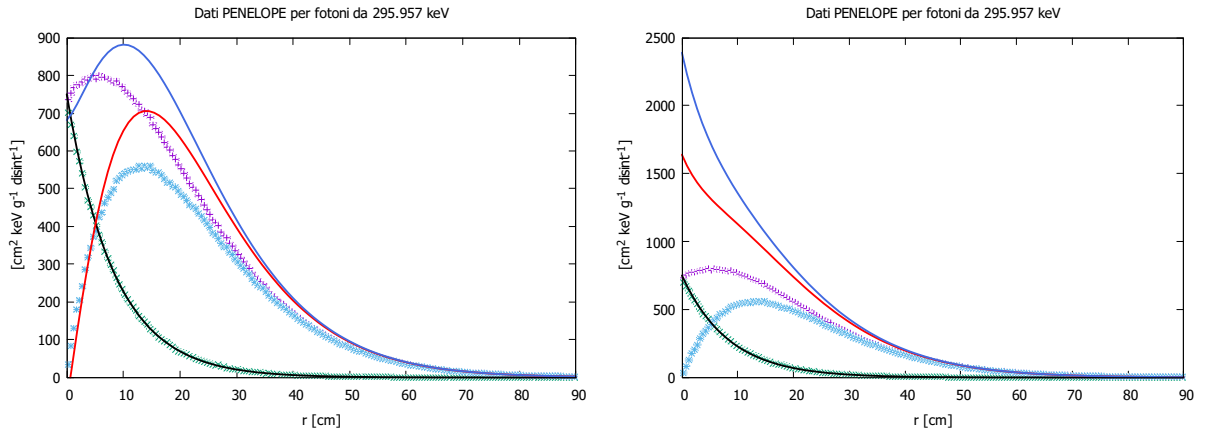


Figura 7.9: Come Fig. 7.3 per fotoni da 295.957 keV prodotti dal ^{192}Ir .

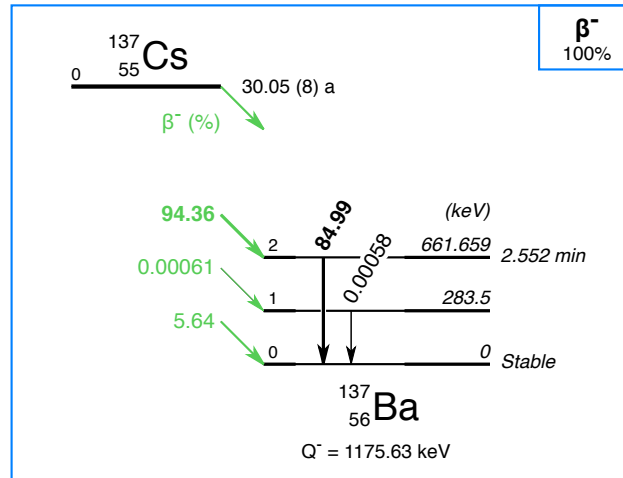


Figura 7.10: Schema di decadimento del ^{137}Cs nello stato fondamentale del ^{137}Ba con emissione di fotoni da 661.647 keV.

- Fotoni da 661.647 keV prodotti dalla transizione M4 dallo stato eccitato $(11/2)^-$ del ^{137}Ba allo stato eccitato $(3/2)^+$ del ^{137}Ba . Il ^{137}Cs ha un'emivita di circa 30 anni e va incontro a decadimento beta, formando un isomero nucleare metastabile del ^{137}Ba , il ^{137m}Ba , con un'emivita di circa 2,55 minuti ed è il responsabile di tutte le emissioni di raggi γ . I fotoni emessi dal ^{137m}Ba possono essere utili nella radioterapia del cancro.

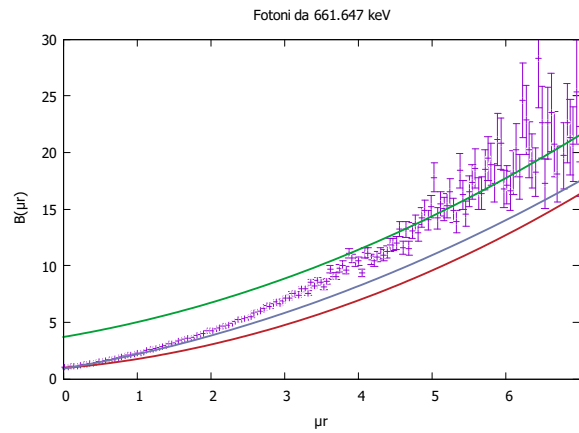


Figura 7.11: Come Fig. 7.2 per fotoni da 661.647 keV prodotti dal ^{192}Pt .

Situazione analoga alla precedente nella figura 7.11 per fotoni da 661.647 keV: il secondo set di funzioni (verde) tende a sovrastimare i dati MC per μr inferiori a 4.5 per poi convergere a questi ultimi; il primo set di funzioni (azzurro) funziona bene per $\mu r < 1$, dopo di che tende a sottostimare i dati MC. I valori del χ^2 per dato per il primo e il secondo set di funzioni sono, rispettivamente, 12.248 e 5.944. La funzione (rossa) di Kwok, Prestwich e Wilson non approssima più bene i dati come nei casi precedenti.

Nella figura 7.12 per la prima parametrizzazione è evidente il miglior accordo per piccoli valori di r coi dati MC, rispetto la seconda che divergono completamente, salvo poi convergere all'aumentare di r . Nel primo caso la linea rossa ($r^2 R^S(r)/A$) si accosta molto bene alla distribuzione dei rispettivi dati MC, lo stesso si può dire per $r^2 R(r)/A$ (linea azzurra). Nel secondo caso non vi è accordo, se non all'aumentare di r .

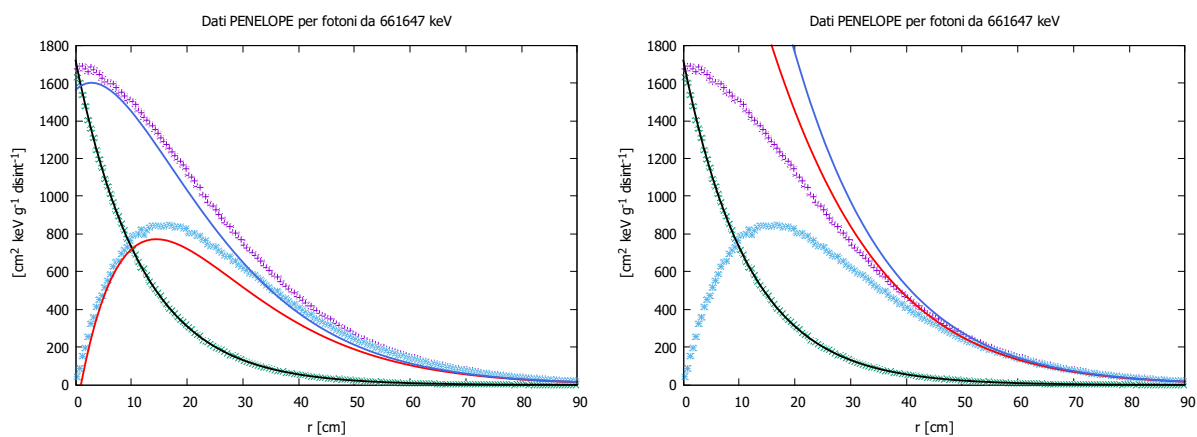


Figura 7.12: Come Fig. 7.3 per fotoni da 661.647 keV prodotti dal ^{192}Pt .

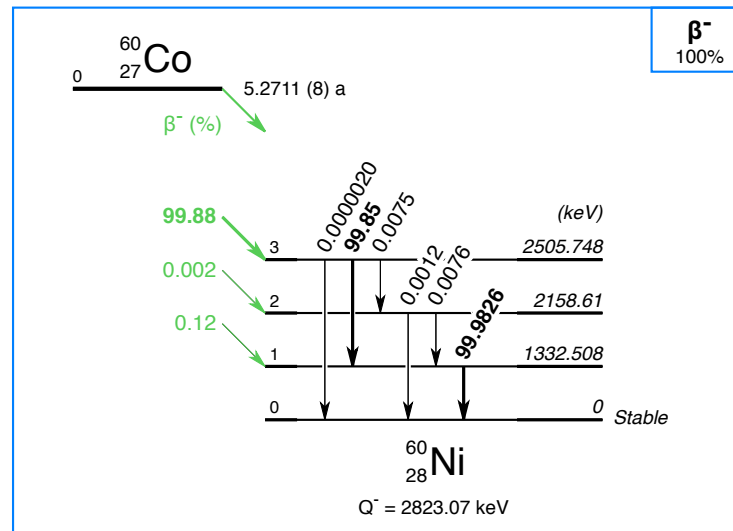


Figura 7.13: Schema di decadimento del ^{60}Co che decade β^- nello stato fondamentale del ^{60}Ni stabile; l'emissione di fotoni da 1173.228 keV avviene durante il passaggio dal terzo al primo stato eccitato del ^{60}Ni .

- Fotoni da 1173.228 keV prodotti dalla transizione E2+M3 dallo stato eccitato 4^+ del ^{60}Ni allo stato eccitato 2^+ del ^{60}Ni . Il ^{60}Co è un isotopo radioattivo del metallo cobalto. A causa della sua corta emivita, pari a circa 5.27 anni, il ^{60}Co non si trova in natura. Viene prodotto artificialmente per attivazione neutronica del ^{59}Co e decade β^- nell'isotopo ^{60}Ni in uno stato eccitato. Il nucleo di ^{60}Ni prodotto in uno stato eccitato, emette due raggi gamma con energie di 1.17 e 1.33 MeV per diventare ^{60}Ni stabile. Il nucleo di ^{60}Co è ampiamente utilizzato in terapia oncologica e ha anche varie applicazioni di tipo industriale.

Nella figura 7.14 per fotoni da 1173.228 keV, entrambe le funzioni ricavate in questo lavoro sottostimano i dati MC, come anche la funzione di Kwok, Prestwich e Wilson. Solo il $\mathcal{B}(\mu r)$ ottenuto col primo set di funzioni approssima bene i dati MC per $\mu r < 2.5$. I valori del χ^2 fanno presupporre un ulteriore avvicinamento del $\mathcal{B}(\mu r)$ all'andamento MC dei dati entro le incertezze stabilite. I valori di χ^2 per dato per il primo e il secondo set di funzioni sono, rispettivamente, 3.809 e 8.333.

Nella figura 7.15 per la prima parametrizzazione, c'è buon accordo per piccoli e grandi r . La funzione si discosta dai dati MC per valori intermedi. Per la seconda parametrizzazione non vi è accordo per nessun valore di r : come visto nella figura precedente le quantità sono da essa sottostimate.

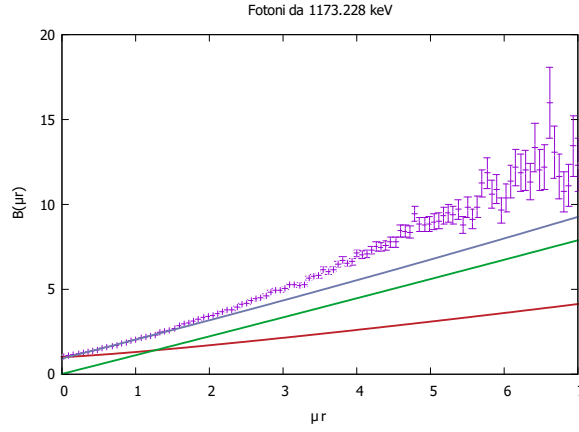


Figura 7.14: Come Fig. 7.2 per fotoni da 1173.228 keV prodotti dal ^{60}Co .

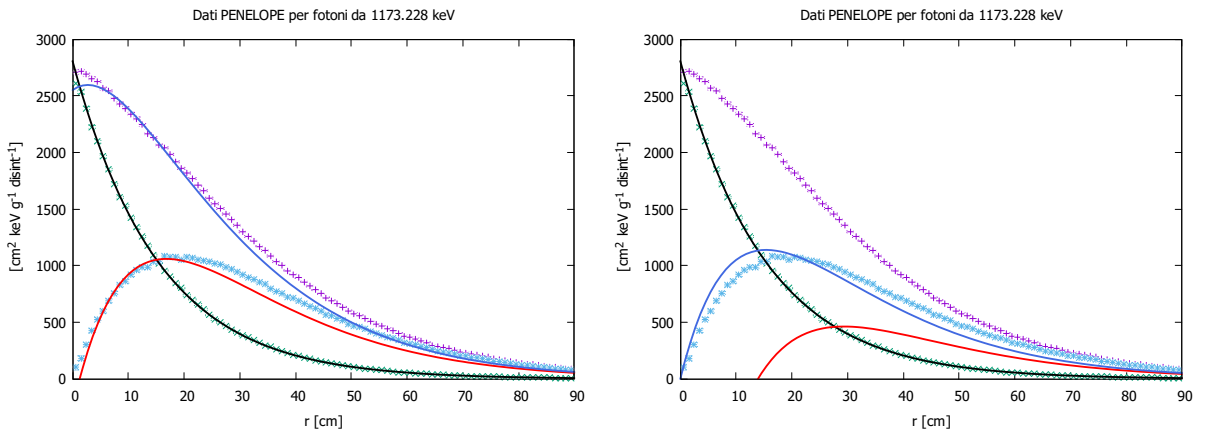


Figura 7.15: Come Fig. 7.3 per fotoni da 1173.228 keV prodotti dal ^{60}Co .

Capitolo 8

Conclusioni

Nell'uso di sorgenti γ per uso terapeutico o diagnostico, si distingue il ruolo dei fotoni generati direttamente dalla sorgente, i fotoni primari, da quello generato dai fotoni prodotti da alcune reazioni dei primari con la materia. La distribuzione dell'energia assorbita generata dai primari in funzione della distanza dalla sorgente è ben controllata, mentre quella prodotta dai fotoni diffusi, che abbiamo chiamato secondari, ha un andamento più complicato. Il lavoro di questa tesi era mirato allo studio di quest'ultima quantità sia in funzione della distanza dalla sorgente, sia in funzione dell'energia dei primari.

Per semplificare la situazione abbiamo scelto una geometria molto semplice: abbiamo studiato la propagazione in acqua di fotoni generati da sorgenti puntiformi e monoenergetiche.

Usando il codice PENELOPE, che con tecniche MC simula la propagazione di raggi γ nel mezzo, abbiamo calcolato dosi di energia assorbita prodotta dai fotoni primari, R^P , e la dose totale di energia assorbita che somma a R^P anche R^S la dose indotta dai secondari. La simulazione MC conferma che l'andamento di R^P in funzione della distanza dalla sorgente è ben descritto da una funzione esponenziale decrescente (eq. 4.4). L'andamento di R^S è nullo a distanza zero dalla sorgente, cresce fino a raggiungere un massimo per poi diminuire con una coda di tipo esponenziale.

Data la complessità di una funzione analitica che possa riprodurre l'andamento di R^S abbiamo preferito considerare i fattori di accumulo \mathcal{B} , definiti dall'equazione:

$$\mathcal{B}(r) = \frac{R(r)}{R^P(r)} = \frac{R^P(r) + R^S(r)}{R^P(r)} = 1 + \frac{R^S(r)}{R^P(r)} \quad (8.1)$$

L'andamento di questi fattori è relativamente più semplice di quello di R^S . Per rendere più generale il nostro studio abbiamo considerato una dipendenza non da r , la distanza tra sorgente e punto di interazione del fotone con l'acqua, ma da μr , dove μ , detto coefficiente lineare di attenuazione, è l'inverso del libero cammino medio. Il valore di μ dipende molto dall'energia del fotone.

Abbiamo descritto i fattori di accumulo usando una espressione di tipo polinomiale quadratica in μr contenente tre parametri, A , B e C , i cui valori sono stati scelti per riprodurre al meglio i fattori di accumulo \mathcal{B} generati da simulazioni MC. Questa operazione è stata ripetuta per varie energie dei fotoni primari, da 10 keV a 1 MeV.

A questo punto, abbiamo cercato di descrivere l'andamento dei parametri del polinomio in funzione dell'energia dei fotoni utilizzando varie funzioni per ognuno dei tre parametri A , B e C . Questo processo di fit ha prodotto due insiemi di parametri.

Nel passo successivo del lavoro, abbiamo usato queste parametrizzazioni per prevedere l'andamento di \mathcal{B} , e quindi degli R , per 5 valori dell'energia dei fotoni legati a nuclei usati in brachiterapia e per la scintigrafia.

Riassumiamo qui sotto alcune considerazioni sui risultati ottenuti.

- Il nostro approccio si basa su un doppio fit. Il primo riguarda l'andamento del fattore di accumulo \mathcal{B} in funzione della distanza tra sorgente e punto di interazione tra fotone e materia. Questo fit, fatto con un polinomio di secondo grado, produce dei risultati soddisfacenti.

Il secondo fit cerca di descrivere l'andamento dei tre parametri liberi del polinomio, A , B e C , in funzione dell'energia del fotone. Al di là del fatto che le grandi incertezze su questi dati implicano notevoli incertezze sui parametri di fit, rimane una notevole difficoltà nel trovare semplici parametrizzazioni che descrivano l'andamento dei parametri in tutto l'intervallo di energie considerato. Per ogni parametro, possiamo identificare una regione attorno ai 100 keV che presenta un picco, e un'altra regione con andamenti molto semplici. Abbiamo simulato questo comportamento utilizzando una funzione di tipo gaussiano per la parte a basse energie, al di sotto dei 200 keV, e altri tipi di funzione, costante o esponenziale decrescente, per la parte di energie maggiori.

Abbiamo considerato due parametrizzazioni per descrivere l'andamento dei parametri. Quella che abbiamo chiamato prima parametrizzazione stima meglio le energie superiori a 600 keV, mentre sovrastima quelle inferiori. La seconda parametrizzazione, invece, stima meglio le energie inferiori e sovrastima quelle maggiori.

- Le previsioni fatte usando i valori dei parametri ottenuti dalle nostre parametrizzazioni non sono soddisfacenti. Il comportamento per le basse energie è totalmente errato come indicano le figure legate ai fotoni di 35.429 keV del ^{125}I . La situazione migliora leggermente per fotoni di 142 keV anche se il comportamento a piccole distanze è totalmente sbagliato. La situazione migliora aumentando l'energia dei fotoni. I nostri fit sono peggiori di quelli ottenuti con parametrizzazioni più complicate presenti in letteratura [Ber68, Kwo85].

Questo lavoro è un primo passo nel tentativo di fornire semplici parametrizzazioni di funzioni che permettono di prevedere l'andamento delle dosi generate dai fotoni secondari. Ci sono diverse possibilità per migliorare il nostro modello. Qui sotto ne elenchiamo alcune.

- Uno dei problemi nella definizione dei parametri riguarda le notevoli barre di incertezza della simulazione MC presenti a grandi distanze dalla sorgente. Qui il numero di eventi è piccolo, e nel calcolo di \mathcal{B} le incertezze statistiche sono grandi perchè si fa il rapporto tra due quantità relativamente piccole rispetto all'incertezza. Il peso delle grandi incertezze di \mathcal{B} a grandi distanze è notevole nell'identificazione dell'incertezza sui parametri A , B e C .

Un modo per diminuire queste incertezze consiste nell'aumentare il numero di storie simulate dal MC. Un altro modo, non alternativo ma complementare, sarebbe quello di aumentare, a grandi distanze, le dimensioni degli intervalli in cui si suddivide lo spazio. Il codice PENELOPE costruisce varie storie e poi, per ogni intervallo spaziale fa una media di tutte le storie che terminano in questo intervallo e ne considera il punto medio come punto di interazione. Nella nostra simulazione abbiamo sempre considerato griglie spaziali equidistanti. Aumentando le dimensioni della spaziatura a grandi distanze, si perde qualche cosa in precisione spaziale, ma si guadagna in statistica. A grandi distanze dalla sorgente la perdita di precisione spaziale non sarebbe un grosso problema vista la scarsità degli eventi e l'andamento molto liscio di $R^{P,S}$. Il guadagno in statistica sarebbe, al contrario, significativo.

Queste due azioni combinate diminuirebbero le incertezze di \mathcal{B} a grandi distanze, e quindi quelle di A , B e C per ogni energia considerata.

- Si possono cercare funzioni che descrivano meglio l'andamento dei parametri. Ad esempio si potrebbe utilizzare una funzione regolare a tratti per descrivere l'andamento dei coefficienti a bassa energia, in particolare il coefficiente $B(E)$, che, per energie inferiori ai 70 keV, ha un picco prima della discesa che non siamo riusciti ad approssimare in maniera semplice. Anche per $A(E)$ il comportamento per energie al di sotto dei 70 keV è poco chiaro e difficilmente approssimabile in maniera semplice; si potrebbe provare a descriverlo usando una funzione parabolica seguito da una gaussiana e infine da un'esponenziale, stabilendo tre differenti intervalli in cui suddividere il range energetico considerato.
- Un'altra possibilità sarebbe quella di cercare di fittare direttamente R^S , per varie energie, usando la parametrizzazione quadratica di \mathcal{B} . Non si tratterebbe di fissare i valori di A , B e C sull'andamento in μr di \mathcal{B} , ma di costruire \mathcal{B} da cui ricavare R^S e fare un fit di questa funzione i cui errori statistici sono molto più piccoli di quelli di \mathcal{B} . Ovviamente questa procedura di fit è molto più complicata di quella adottata in questo lavoro.

Appendice A

Dosimetria delle radiazioni

La dosimetria è quella branca della fisica che si occupa di calcolare e misurare determinate quantità in presenza di radiazioni e correlarle con i cambiamenti fisici, chimici e biologici che esse producono nell'ambiente circostante, o in un bersaglio in particolare.

In molti ambienti soprattutto lavorativi c'è la possibilità di essere esposti a radiazioni; è importante poter tenere sotto controllo il tempo e l'intensità di esposizione per minimizzare i danni che potrebbero arrecare; il concetto ALARA (*as low as reasonably achievable*: il più basso ragionevolmente ottenibile) attribuisce primaria importanza al principio secondo cui le esposizioni dovrebbero essere sempre mantenute il più basse possibile e secondo questa filosofia sono stati fissati gli standard specifici di protezione dalle radiazioni, come quelli raccomandati dalla Commissione internazionale per la protezione radiologica (ICRP) e dal Consiglio nazionale per la protezione e le misurazioni della radiazione (NCRP).

Quando la radiazione penetra in un mezzo, produce eccitazioni e ionizzazioni di atomi e molecole e di conseguenza un gran numero di elettroni secondari. Gli elettroni secondari possono produrre ionizzazioni ed eccitazioni aggiuntive finché le energie scendono al di sotto della soglia necessaria per eccitare il mezzo. I cambiamenti che le radiazioni inducono nel bersaglio sono completate in tempi brevissimi in regioni locali attorno al percorso con cui attraversano il mezzo. Questi cambiamenti, che richiedono l'assorbimento diretto di energia dalla radiazione incidente da parte del bersaglio, rappresentano le perturbazioni fisiche iniziali da cui si evolvono i successivi effetti della radiazione. È naturale quindi considerare misure di ionizzazione e assorbimento di energia come base per la dosimetria delle radiazioni.

A.1 Esposizione, dose assorbita, dose equivalente

La Commissione internazionale sulle unità e misure di radiazioni (ICRU) ha definito l'**esposizione** come il quoziente $\Delta Q/\Delta m$, dove ΔQ è la somma di tutte le cariche con lo stesso segno prodotte nell'aria quando tutti gli elettroni liberati dai fotoni in una massa

LET, L (keV μm^{-1} in Water)	Q
<10	1
10–100	$0.32L-2.2$
>100	$300/\sqrt{L}$

Figura A.1: Dipendenza del fattore di qualità Q da LET come attualmente raccomandato da ICRP, NCRP e ICRU

Δm di aria perdono completamente la loro energia in seguito a ionizzazioni ed eccitazioni. L'unità di misura è il Roentgen, definito come:

$$1\text{R} = 2.58 \times 10^{-4} \text{Ckg}^{-1} . \quad (\text{A.1})$$

Il concetto appena definito si riferisce solo a raggi gamma e raggi X in aria ma è utile poter effettuare queste misure anche per altri tipi di radiazioni e ad altri materiali, in particolare i tessuti, che sono il tipo di mezzo di cui ci occuperemo in particolare. La quantità fisica primaria utilizzata in dosimetria è la **dose assorbita**, definita come $\Delta E/\Delta m$ l'energia assorbita per unità di massa da qualsiasi tipo di radiazione ionizzante in qualsiasi target. L'unità di misura della dose assorbita è il Gray :

$$1\text{Gy} = \frac{1\text{J}}{\text{kg}} . \quad (\text{A.2})$$

La dose assorbita necessaria per raggiungere un dato livello di danno biologico (ad esempio, il 50% di uccisione cellulare) è spesso diversa a seconda del tipo di radiazione e, in particolare, del suo LET (trasferimento di energia lineare). Per tenere presente la diversa efficacia biologica dei diversi tipi di radiazioni, è stato introdotto il concetto di **dose equivalente** H definita come il prodotto della dose assorbita D e un fattore di qualità adimensionale Q , che dipende dal LET

$$H = QD . \quad (\text{A.3})$$

L'unità di misura della dose assorbita è il Sievert (Sv). A partire dalla pubblicazione 60 dell'ICRP del 1990, la dipendenza di Q da LET é definita come indicato nella Tabella Fig. A.1.

Appendice B

Il codice PENELOPE

PENELOPE (acronimo di PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons) è un sistema di codici per la simulazione Monte Carlo del trasporto accoppiato elettrone-fotone nell'intervallo di energia da poche centinaia di eV fino a 1 GeV. Il kernel del sistema di codice è una libreria di subroutine FORTRAN che eseguono la simulazione di sciami elettrone-fotone in mezzi materiali omogenei di composizioni arbitrarie.

Le operazioni di geometria e conteggio delle quantità rilevanti sono seguita dal programma principale. Il sistema di codice completo, compreso il database di interazione, librerie di subroutine ausiliarie ed esempi di programmi principali sono pubblicamente disponibili attraverso la banca dati NEA1 e la RSICC2.

Per quel che riguarda i fotoni, con un generatore di numeri casuali, il software produce storie per questi ultimi. Sulla base della geometria e della composizione molecolare del materiale che il fotone attraversa, il codice calcola la probabilità che possano avvenire i fenomeni di fotoassorbimento, diffusione Compton e produzione di coppie che abbiamo descritto nel Capitolo 2. Sono inserite nel codice le varie sezioni d'urto legate a questi fenomeni, quando possibile quelle misurate, altrimenti quelle indicate dalla teoria.

La simulazione di elettroni/positroni è molto più complessa di quella dei fotoni, a causa del gran numero di interazioni subite dalle particelle cariche ad alta energia nel corso del loro rallentamento; questa è una diretta conseguenza del fatto che le interazioni anelastiche di particelle cariche comportano preferenzialmente piccole perdite di energia (la perdita media di energia per urto anelastico è dell'ordine di 50 eV).

La meccanica di trasporto adottata in PENELOPE è molto precisa e stabile alle variazioni dei parametri di simulazione, dovuto principalmente all'efficacia delle correzioni di dipendenza energetica delle sezioni d'urto differenziali (DCS) di collisioni hard e soft, e di conseguenza, del libero cammino medio. Ulteriori dettagli dal Ref. [Sal01]. Documentazione del software dal Ref. [Sal18].

Appendice C

Dettagli del calcolo Monte Carlo

In questo lavoro, il codice PENELOPE, descritto in Appendice B, è stato utilizzato per calcolare R e R^P per una sorgente di fotoni puntuale e isotropica. Ci siamo limitati allo studio di energie comprese tra 30 keV e 1 MeV utilizzando l'acqua come mezzo materiale.

Abbiamo costruito tre programmi FORTAN che selezionano alcune routines di PENELOPE richieste per i nostri scopi. I programmi sono:

1. muTREN.f
2. PRIMARY.f
3. TOTAL.f

Il primo programma calcola i coefficienti μ e μ_{en} per ogni valore di E l'energia del fotone. I risultati di questo calcolo, ottenuti per ogni valore di E che abbiamo considerato, sono mostrati in Fig. 4.1.

A questo punto, con i programmi TOTAL e PRIMARY abbiamo ottenuto, rispettivamente, i valori delle dosi totali R , e di quelle rilasciate dai fotoni primari R^P .

Nella Fig. C.1 è mostrato un tipico file di input di queste simulazioni. Il materiale è acqua, l'energia del fotone è 1 MeV, il numero di simulazioni è 10^6 , ed è quello usato in tutti i calcoli presentati nella tesi. Gli ultimi numeri indicano il numero di passi da usare per calcolare la distanza dalla sorgente ed il passo da usare in cm. Quindi, nel caso della figura C.1, la distanza massima dalla sorgente è di 30 cm.

Un tipico risultato del calcolo MC è mostrato in Fig. C.2. Un tipico file di output è mostrato in Fig. C.3.

```
MATERIAL FILE (A20)
H2O.mat
INITIAL PHOTON ENERGY IN eV
1000000
MAX # OF TRAJECTORIES
1000000
OUTPUT HISTOGRAM (A20)
h2o.out
NRBIN      RBIN      HISTOGRAM
100        0.3
```

Figura C.1: Contenuto del file 'acqua.inp' che riassume i parametri che servono per la simulazione MC con PENELOPE. Il nome del file che contiene le informazioni sul materiale - H2O.mat, l'energia del fotone, il numero di simulazioni, il nome del file di output dei dati, il numero di bin e la loro dimensione in cm.

```

D:\Università\TESI\penelope\pendbase>total < acqua.inp

MATERIAL: H2O.mat
PRIMARY PHOTON ENERGY = 1.0000E+05 eV

NUMBER OF HISTORIES TO BE SIMULATED = 1000000

OUTPUT HISTOGRAM: h2o.out
R-BINS          150  1.0000000000000000

-----> INPUT FINISHED

*****
**  PENELOPE (version 2018)  **
*****

EMIN = 1.0000E+02 eV,  EMAX = 1.0000E+05 eV

*****
**  1st material  **
*****

Material data file: H2O.mat

*** Simulation parameters:
    Electron absorption energy = 1.0000E+02 eV
    Photon absorption energy = 1.0000E+03 eV
    Positron absorption energy = 1.0000E+02 eV
    C1 = 5.0000E-02,      C2 = 5.0000E-02
    WCC = 5.0000E+03 eV,  WCR = 1.0000E+03 eV

PENELOPE (v. 2018) Material data file .....
Material: WATER, LIQUID --ICRU90 (278)
Mass density = 9.98210000E-01 g/cm**3
Number of elements in the molecule = 2
  Element: H (Z= 1), atoms/molecule = 2.00000000E+00
  Element: O (Z= 8), atoms/molecule = 1.00000000E+00
Mean excitation energy = 7.80000000E+01 eV
PENELOPE (v. 2018) End of material data file .....

-----> SCATTERING MODEL INITIALIZED

TRACK=      100000
TRACK=      200000
TRACK=      300000
TRACK=      400000
TRACK=      500000
TRACK=      600000
TRACK=      700000
TRACK=      800000
TRACK=      900000
TRACK=     1000000

NUMBER OF SIMULATED TRACKS=      1000000
Note: The following floating-point exceptions are signalling: IEEE_DENORMAL

D:\Università\TESI\penelope\pendbase>

```

Figura C.2: Esecuzione del programma TOTAL applicato a uno dei files .inp, nello specifico per fotoni da 100 keV. La procedura è stata eseguita per tutte le energie studiate, e analogamente per i programmi PRIMARY e muTREN.

0.5000E-01	0.2526E+03	0.2658E+01	0.6041E+05	0.6357E+03	0.1971E+03	0.2762E+01
0.1500E+00	0.2626E+03	0.2724E+01	0.8971E+04	0.9306E+02	0.2071E+03	0.2285E+01
0.2500E+00	0.2621E+03	0.2715E+01	0.3299E+04	0.3418E+02	0.2084E+03	0.2218E+01
0.3500E+00	0.2674E+03	0.2761E+01	0.1729E+04	0.1785E+02	0.2120E+03	0.2219E+01
0.4500E+00	0.2716E+03	0.2762E+01	0.1065E+04	0.1083E+02	0.2152E+03	0.2204E+01
0.5500E+00	0.2742E+03	0.2788E+01	0.7205E+03	0.7327E+01	0.2181E+03	0.2229E+01
0.6500E+00	0.2769E+03	0.2817E+01	0.5214E+03	0.5304E+01	0.2202E+03	0.2251E+01
0.7500E+00	0.2853E+03	0.2873E+01	0.4037E+03	0.4066E+01	0.2269E+03	0.2295E+01
0.8500E+00	0.2862E+03	0.2864E+01	0.3154E+03	0.3156E+01	0.2275E+03	0.2279E+01
0.9500E+00	0.2942E+03	0.2939E+01	0.2596E+03	0.2594E+01	0.2341E+03	0.2344E+01
0.1050E+01	0.2985E+03	0.2975E+01	0.2157E+03	0.2150E+01	0.2378E+03	0.2374E+01
0.1150E+01	0.2961E+03	0.2909E+01	0.1784E+03	0.1752E+01	0.2354E+03	0.2316E+01
0.1250E+01	0.3039E+03	0.2965E+01	0.1549E+03	0.1512E+01	0.2418E+03	0.2360E+01
0.1350E+01	0.3014E+03	0.2978E+01	0.1318E+03	0.1302E+01	0.2400E+03	0.2372E+01
0.1450E+01	0.3125E+03	0.3001E+01	0.1184E+03	0.1137E+01	0.2487E+03	0.2390E+01
0.1550E+01	0.3156E+03	0.3020E+01	0.1047E+03	0.1002E+01	0.2513E+03	0.2406E+01
0.1650E+01	0.3148E+03	0.3006E+01	0.9215E+02	0.8799E+00	0.2508E+03	0.2400E+01
0.1750E+01	0.3249E+03	0.3066E+01	0.8455E+02	0.7978E+00	0.2587E+03	0.2442E+01

Figura C.3: File di output di TOTAL, nello specifico, per fotoni da 100 keV. La prima colonna indica il punto medio del bin in cm. Le altre colonne indicano quantità mediate sul numero di storie. La seconda colonna indica l'energia depositata in eV. Poi abbiamo l'incertezza statistica ad una deviazione standard σ . La quarta colonna è la dose totale $R(r)$ se il file è stato prodotto da TOTAL oppure la dose $R^P(r)$ in eV/g dei fotoni primari se invece è stato prodotto da PRIMARY. Quella successiva è la colonna dell'incertezza, sempre a 1 σ . La sesta colonna mostra $r^2 R(r)$, o $r^2 R^P(r)$, in cm^2 eV/g, con accanto l'incertezza.

Appendice D

Breve storia della radioterapia e della brachiterapia

L'8 novembre 1895 a Wuerzburg, in Germania, Wilhelm Conrad Röntgen scoprì accidentalmente i raggi X, evento che segnò l'inizio della storia delle radiazioni ionizzanti nella fisica moderna.

Röntgen stava conducendo esperimenti con un tubo di Crooke, un involucro di vetro sottovuoto, in cui una corrente elettrica può essere fatta passare da un elettrodo all'altro attraverso un alto vuoto (Fig. D.1 e Fig. D.2). La corrente, che usciva dal catodo e che prese il nome di raggi catodici, era considerata da Crooke come un quarto stato della materia. Quando il tubo di Crooke è stato azionato, è stata eccitata la fluorescenza nel gas residuo all'interno e nelle pareti di vetro del tubo stesso. Per caso, ha notato in una stanza buia che un piccolo schermo che stava usando ha emesso fluorescenza quando il tubo era acceso, anche se era a una certa distanza. Ben presto si rese conto di aver scoperto un agente precedentemente sconosciuto.

Röntgen comprese che la fluorescenza sullo schermo era causata da raggi originati dal

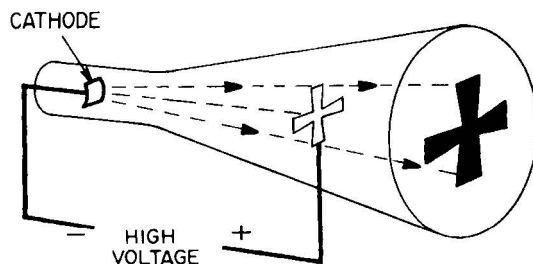


Figura D.1: Figura schematica di un primo tubo di Crooke, o a raggi catodici. Una croce maltese di mica posta nel percorso dei raggi getta un'ombra sull'estremità fosforescente del tubo.

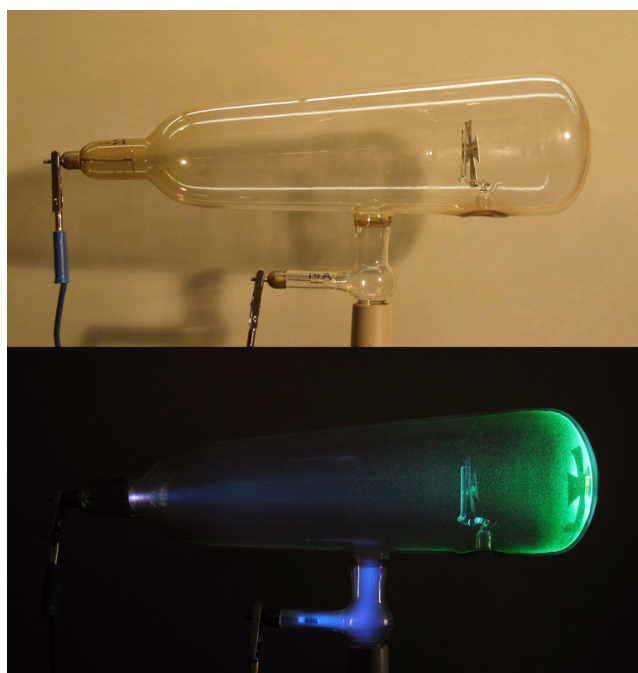


Figura D.2: Esempio di tubo di Crookes e della fluorescenza causata dal passaggio di corrente al suo interno.



Figura D.3: Radiografia della mano della signora Röntgen.

tubo di Crookes che erano capaci di penetrare la carta, il cartone, il legno, la pelle ma non il piombo. Entro pochi giorni di intenso lavoro, aveva osservato le proprietà fondamentali di questi raggi: il loro potere penetrante in materiali leggeri, il loro maggiore assorbimento da parte di alluminio e latta e il loro assorbimento differenziale a parità di spessore di vetro che conteneva diverse quantità di piombo. Qualche giorno prima di Natale sostituì lo schermo con una lastra fotografica, fece mettere la mano della moglie sul percorso dei raggi invisibili: i misteriosi raggi attraversarono i tessuti molli della mano, lasciando sulla lastra fotografica l'immagine delle ossa e dell'anello indossato dalla signora Röntgen, immortalata dal primo Röntgenogramma della storia (Fig. D.3). I raggi furono battezzati da Röntgen "raggi X", a causa della loro origine sconosciuta.

In seguito Max van Laue provò che si trattava di radiazione elettromagnetica, come la luce, ma caratterizzata da una frequenza più elevata. Già nel mese successivo si fecero i primi due trattamenti di radioterapia storicamente documentati: i medici J.P. Cobb, J.E. Gilman, A.C. Halphide e R. Ludlam con la collaborazione di E. H. Grubbé trattarono due dei loro pazienti, una con un cancro al seno, e l'altro affetto da lupus vulgaris alla guancia e al collo. Nel febbraio del 1896 negli Stati Uniti venne effettuata la prima radiografia a uso clinico per diagnosticare una frattura ossea. Da quello stesso anno in poi, i raggi

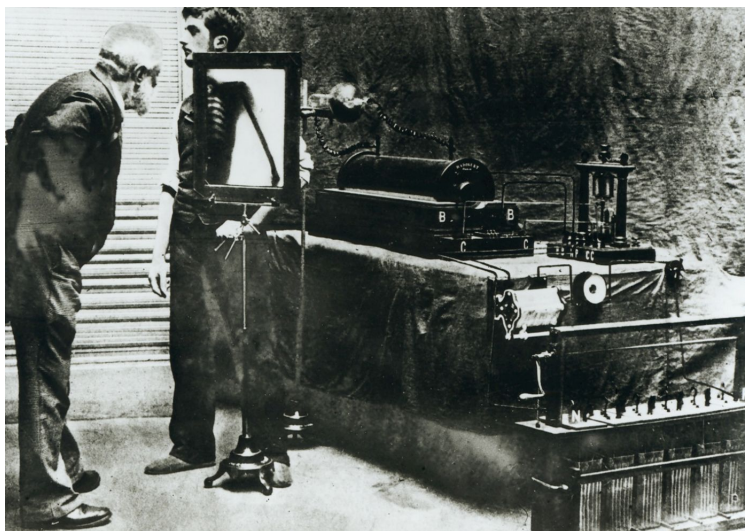


Figura D.4: Uno dei primi apparati costruiti per l'utilizzo dei raggi X in applicazioni di diagnostica medica.

X vennero inoltre studiati per curare lesioni superficiali, per combattere tumori recidivi e per il loro effetto anti-batterico. Nel 1901 Röntgen avrebbe ricevuto il premio Nobel in fisica «in riconoscimento degli straordinari servizi che ha reso con la notevole scoperta dei "raggi X"».

Sempre nell'anno 1896 ci fu un altro grande passo nella scoperta e conoscenza delle radiazioni: H. Becquerel scoprì la radioattività. Successivamente, nel 1898, i coniugi Marie e Pierre Curie confermarono sperimentalmente la teoria di Becquerel, aggiudicandosi assieme a quest'ultimo il premio Nobel per la fisica nel 1903, e inoltre scoprirono due nuovi elementi: il radio e il polonio (scoperta che valse a Marie Curie il secondo premio Nobel, stavolta per la chimica). La scoperta del radio aprì le porte a quello che M. Curie chiamò radioterapia nell'ultimo capitolo del suo libro "La radiologie et la guerre", in cui distinse il trattamento di alcune malattie con la radiazione da radio-elementi da quello fatto con i raggi X, la radioterapia. Le capacità del radio come agente distruttivo dei tessuti fu presto identificata. Becquerel, che aveva tenuto un tubo con una certa quantità di radio nel taschino della sua camicia per diverse ore, fu soggetto ad una severa ustione. In seguito P. Curie usò il suo braccio per provare che gli effetti di una sovraesposizione alla radiazione del radio erano simili alle dermatiti. Una delle prime applicazioni della radioterapia avvenne nel 1901, a Parigi, H. Danlos e P. Bloch trattarono un paziente di lupus con una applicazione locale e superficiale di una sorgente di radio prestata da P. Curie. Nel 1903, H. Strebel annunciò di aver trattato un paziente con lupus in Amburgo e, nel 1904 W.A. Pusey e E.W. Caldwell in Chicago trattarono una paziente con cancro all'utero inserendo una capsula contenente radio direttamente nel tessuto da trattare. Questo ha

segnato l'inizio della brachiterapia, cioè del trattamento in cui la sorgente della radiazione è posizionata vicino o addirittura all'interno del tumore.

Gran parte delle applicazioni iniziali della radioterapia erano fatte nel campo della dermatologia. La brachiterapia di superficie, in cui la sostanza radioattiva era messa in contatto con la regione superficiale da irraggiare, era considerata per trattare molte malattie della pelle (licheni, eczema, psoriasi, ecc.) e anche tumori della pelle, con una rapida crescita delle diverse applicazioni in molti paesi. All'inizio furono situate sulla lesione scatole di alluminio o buste plastificate, ma presto furono progettate altri applicatori che permettevano una distribuzione più omogenea della sostanza radioattiva: fogli di metallo sotto forma di dischi o quadrati con superfici variabili erano impregnate da una parte con una vernice che incorporava sale di radio o era prodotta fissandola a una sottile lastra di smalto in cui era incorporata una certa quantità di radio. L. Wickham introdusse dei filtri di alluminio o piombo per ottenere un'attenuazione della radiazione emessa, permettendo così di trattare lesioni con spessori differenti.

La brachiterapia interstiziale, invece, è una tecnica dove il radioisotopo è introdotto in semi che sono impiantati nel tumore, o nelle sue dirette vicinanze. Si possono usare impianti temporanei o permanenti. Nello stesso anno, Strebel applicò la tecnica per la prima volta e M. Cleaves menzionava il trattamento di un tumore cervicale in cui era stato usato un tubo al radio. Questo fu la prima applicazione di brachiterapia endocavitaria o intracavitaria, una tecnica in cui semi, o tubi, contenenti il radioisotopo sono posizionati vicino al tumore sfruttando le cavità naturali del corpo. È da notare che Cleaves è considerata la persona che introdusse la brachiterapia in ginecologia. Un altro importante medico in questa storia fu H. Dominici, che progettò tubi e applicatori per applicazioni endocavitarie e interstiziali. Nel 1915 la terapia era già diventata una tecnica matura. Dopo la Seconda Guerra Mondiale, le applicazioni della brachiterapia declinarono, a causa della crescente presa di coscienza da parte dei medici riguardo l'esposizione personale ad alti livelli di radiazioni durante le frequenti applicazioni manuali delle sorgenti radioattive.

Questo importante inconveniente fu risolto con l'afterloading, tecnica in cui sono inseriti nella posizione richiesta degli applicatori inerti e i semi o aghi sono caricati successivamente. Questo permette di ridurre al minimo l'irraggiamento del personale coinvolto nella procedura terapeutica. È interessante notare che la prima di queste applicazioni avvenne molto presto, già nel 1903. L'ampia applicazione della tecnica di afterloading fu incoraggiata dall'uso di ^{192}Ir e ^{60}Co , che erano meno cari del radio. Inoltre questi nuclidi hanno maggiori attività specifiche, mentre gli spettri dei loro raggi gamma mostravano energie inferiori, quindi con maggiore sicurezza per il paziente e per il personale. L'avvento dei reattori e dei ciclotroni diede un'accelerazione alla produzione sistematica di questi nuovi isotopi, portando a una ripresa della brachiterapia. La svolta definitiva per questo tipo di trattamento arrivò con la tecnica di afterloading remoto, in cui la procedura fu controllata da una distanza abbastanza grande da eliminare gli effetti della radiazione sui medici e il personale coinvolto nel trattamento del paziente. La brachiterapia riuscì finalmente a decollare e svilupparsi significativamente fino ad oggi.

La brachiterapia è comunemente usata per trattare i tumori della cervice uterina, della prostata, della mammella, e della pelle. Può essere utilizzata anche nel trattamento dei tumori del cervello, degli occhi, del capo e del collo (labbro, parte inferiore della bocca, lingua, rinofaringe e orofaringe), del tratto respiratorio (trachea e bronchi), del tubo digerente (esofago, cistifellea, dotti biliari, retto, ano), del tratto urinario (vescica, uretra, pene), dell'apparato riproduttivo femminile (utero, vagina, vulva), e dei tessuti molli.

Il dosaggio della brachiterapia si riferisce alla dose di radiazione assorbita dal tessuto circostante ed è espressa in gray/ora (Gy/h):

- La brachiterapia a basso dosaggio (LDR: low dose rate) comporta l'impianto di sorgenti che emettono radiazioni a tassi fino a 2 Gy h^{-1} . La brachiterapia LDR è comunemente usata per i tumori della cavità orale, dell'orofaringe, sarcomi e il cancro alla prostata.
- La brachiterapia a medio dosaggio (MDR: medium dose rate) è caratterizzata da un tasso medio di emissione della dose, compreso tra i 2 Gy h^{-1} e i 12 Gy h^{-1} .
- La brachiterapia ad alto dosaggio (HDR: high density rate) è quando il tasso di emissione della dose supera i 12 Gy h^{-1} . Le applicazioni più comuni della brachiterapia HDR sono nelle neoplasie della cervice uterina, nel tumore dell'esofago, polmoni, mammella e della prostata. La maggior parte dei trattamenti HDR vengono eseguiti a livello ambulatoriale, ma ciò dipende dal sito di trattamento.
- La brachiterapia a dosaggio di pulsazioni (PDR: pulsed-dose rate) comporta brevi impulsi di radiazione, solitamente uno ogni ora, per simulare il tasso globale e l'efficacia del trattamento LDR. Siti tumorali tipici trattati con la brachiterapia PDR sono quelli ginecologici e i tumori del capo e collo.

L'uso di brachiterapia HDR, inoltre, riduce i tempi di trattamento rispetto a quelli della radioterapia esterna. I pazienti trattati con la brachiterapia devono generalmente effettuare meno visite rispetto alla radioterapia esterna, e in generale i piani di trattamento possono essere completati in meno tempo. Molte procedure di vengono eseguite su base ambulatoriale. Questa comodità può essere particolarmente rilevante per i pazienti lavoratori, per i più anziani o per chi vive lontano dai centri di trattamento. Ciò si traduce in una maggior adesione ai piani di trattamento.

Il posizionamento delle sorgenti di radiazioni nella zona di destinazione può essere temporanea o permanente.

- La brachiterapia temporanea comporta il posizionamento di sorgenti di radiazioni per una durata fissa (solitamente per alcuni minuti o ore) prima che le sorgenti siano estratte. La durata del trattamento specifico dipenderà da molti fattori diversi, tra cui il tasso di emissione della dose voluto e il tipo, le dimensioni e la localizzazione

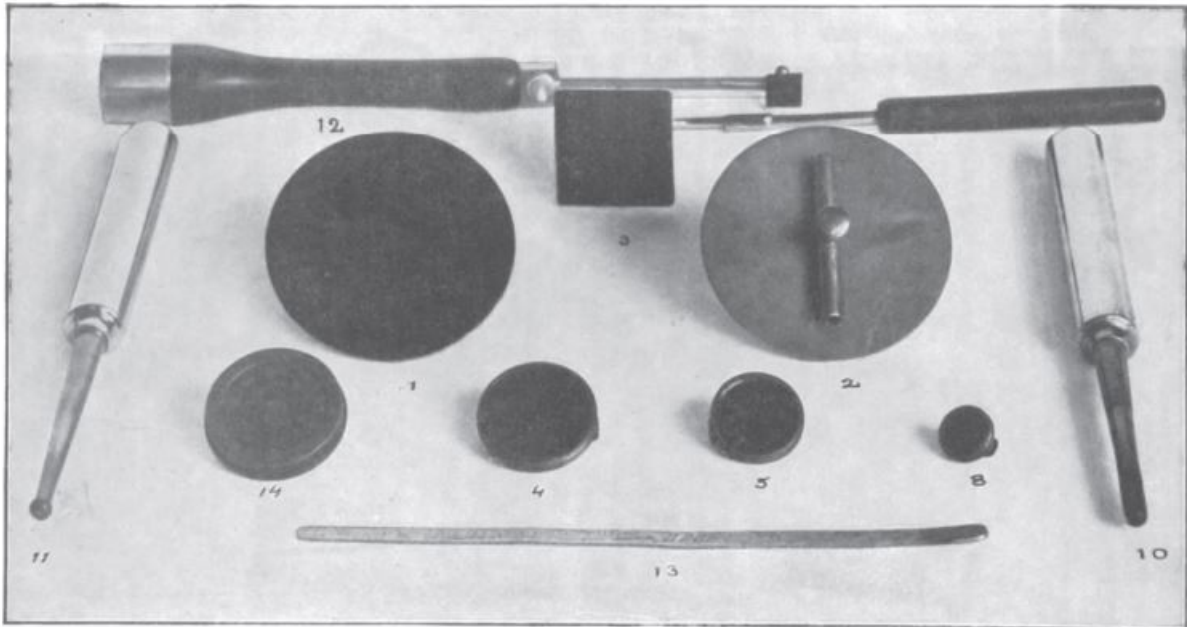


Figura D.5: Strumenti usati da Wickham and Degrais per la brachiterapia. Figura tratta da Radiumtherapie, Verlag von Julius Springer, Berlin (1910)

del tumore. Nella brachiterapia LDR e PDR, la sorgente generalmente rimane attiva fino a 24 ore, prima di essere ritirata, mentre nella brachiterapia HDR questo tempo ammonta in genere a pochi minuti.

- La brachiterapia permanente, nota anche come "impianto di semi", prevede il posizionamento di piccoli semi LDR radioattivi (delle dimensioni di circa un chicco di riso) nel tumore o nel sito di trattamento e lasciandoli in loco permanentemente fino al loro graduale decadimento. Trascorso un periodo di alcune settimane o mesi, il livello delle radiazioni emesse dalle fonti si ridurrà quasi a zero. I semi inattivi rimarranno quindi nel sito senza alcun effetto ulteriore. La brachiterapia permanente è più comunemente usata per il trattamento del cancro della prostata.



Figura D.6: Sorgenti radioattive ("semi") che vengono applicate direttamente sulla zona interessata.

Bibliografia

- [Ang21] M. Anguiano, A. M. Lallena, "A brief history of radiotherapy" Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Granada, E-18071 Granada, Spagna (2021).
- [Ber68] M.J. Berger, "Energy deposition in water by photons from point isotropic sources," MIRD Pamphlet No. 2, J. Nucl. Med. Suppl. 1, 17-25 (1968).
- [Kwo85] C.S. Kwok, W.V. Prestwich, B.C. Wilson, "Calculation of radiation doses for uniformly distributed and radionuclides in soft tissue," Med. Phys. 12, 405-412 (1985).
- [Leo87] W. R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer, Berlino, (1987).
- [Loe68] R. Loevinger, M. Berman, "A schema for absorbed-dose calculations for biologically distributed radionuclides," MIRD Pamphlet No. 1, J. Nucl. Med. Suppl. 1, 7-17 (1968)
- [Sab07] M. Sabariego, "Cálculo de factores de acumulación para fuentes gamma mediante simulación Monte Carlo con PENELOPE", Departamento de Física Moderna, Facultad de Ciencias, Universidad de Granada, E-18071 Granada, Spagna (2007).
- [Sal01] F. Salvat, J.M. Fernández-Varea, E. Acosta, J. Sempau, "The physics of electron/positron transport in Penelope", Proceedings of the Ninth EGS4 Users' Meeting in Japan, KEK Proceedings 2001-22, 1-5 (2001).
- [Sal18] Francesc Salvat, "PENELOPE, a code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport", Facultat de Física (FQA and ICC), Universitat de Barcelona, Spagna (2018).
- [Tur07] J. E. Turner, "Atoms, Radiation, and Radiation Protection", Wiley, New York, (2007).