

DISTORSIONE DI AMPIEZZA E DI FASE

Marco Panareo

Serie di Fourier

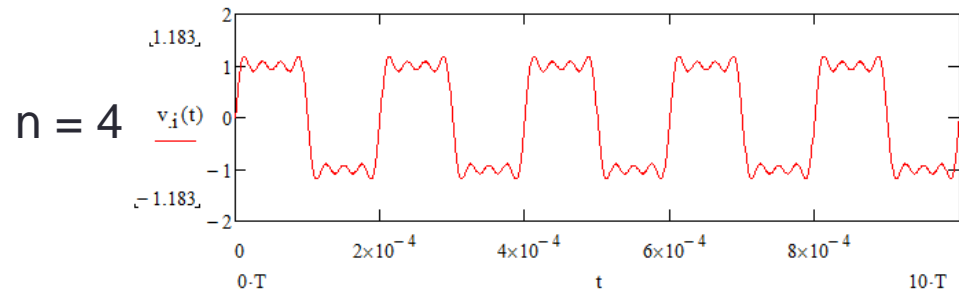
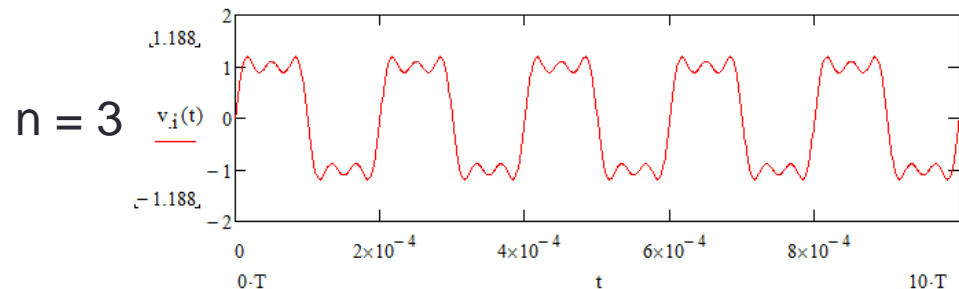
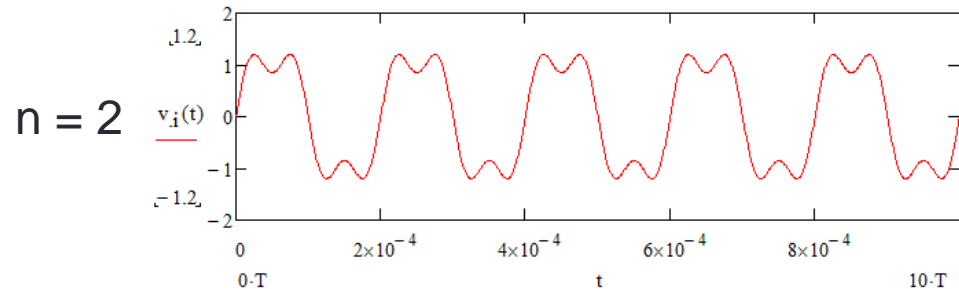
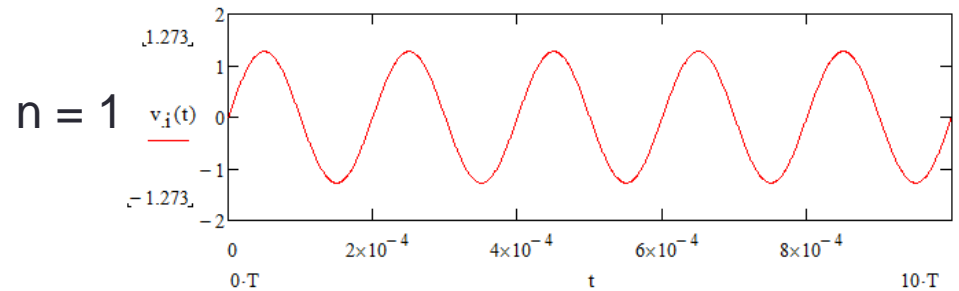
- Consideriamo lo sviluppo in serie di Fourier di un'onda quadra

- Poniamo $T := 100\mu\text{s}$

- Sia:

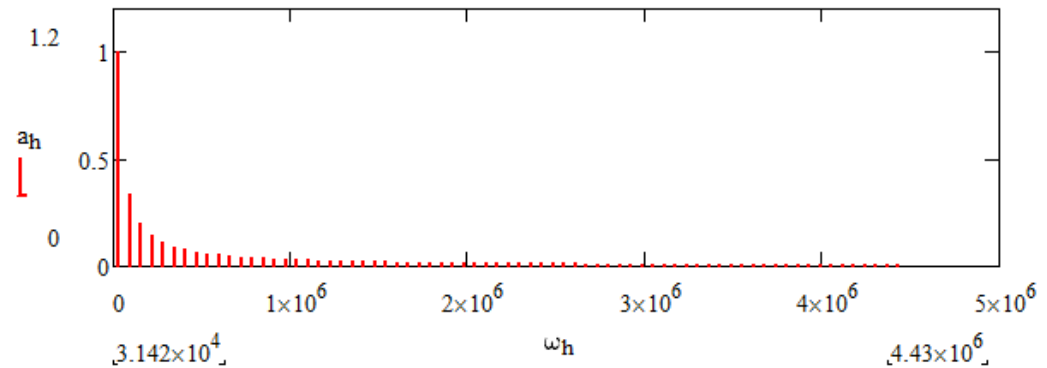
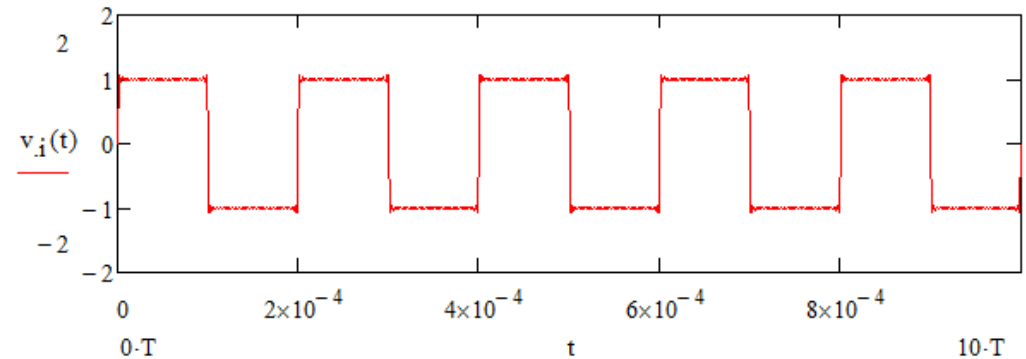
$$\omega_h := \frac{(2 \cdot h + 1) \cdot \pi}{T}$$

$$v_i(t) := \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{\sin(\omega_k \cdot t)}{2 \cdot k + 1}$$



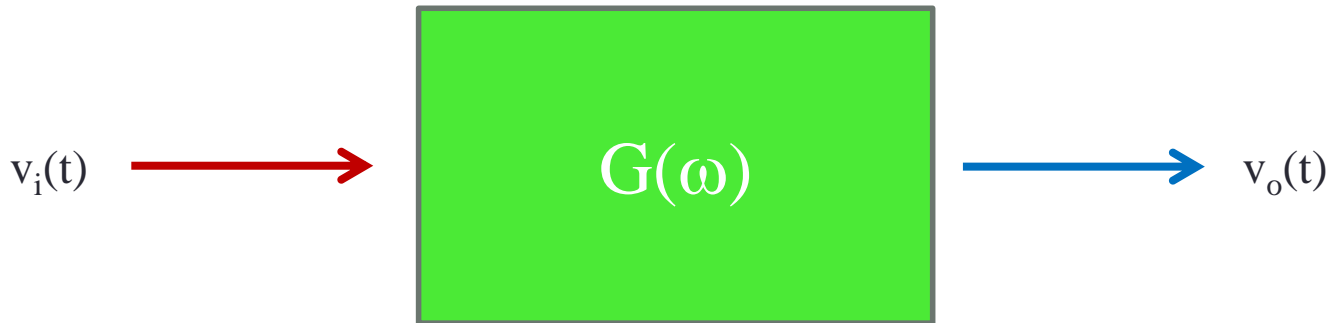
Serie di Fourier

- Per $n = 70$ la serie di Fourier corrisponde verosimilmente ad un'onda quadra
- Il relativo spettro è costituito dai coefficienti dello sviluppo, rappresentato in corrispondenza della relativa frequenza



Elaborazione del segnale

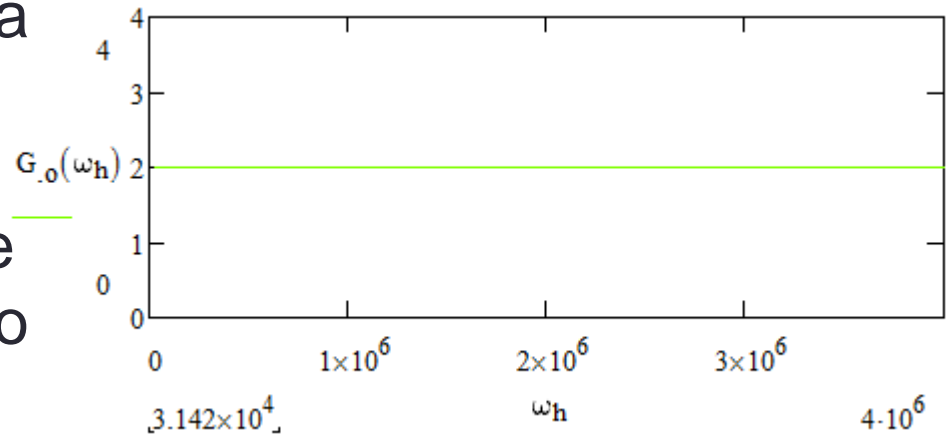
- Supponiamo che il segnale ad onda quadra costituisca l'eccitazione di un sistema di assegnata funzione di trasferimento:



- In generale, la funzione di trasferimento sarà una funzione complessa di ω , per cui potrà esprimersi come $G(\omega) = G_o(\omega)e^{j\phi(\omega)}$, in cui $G_o(\omega)$ e $\phi(\omega)$ sono, rispettivamente, il modulo e la fase di $G(\omega)$.

Sistema non distortente

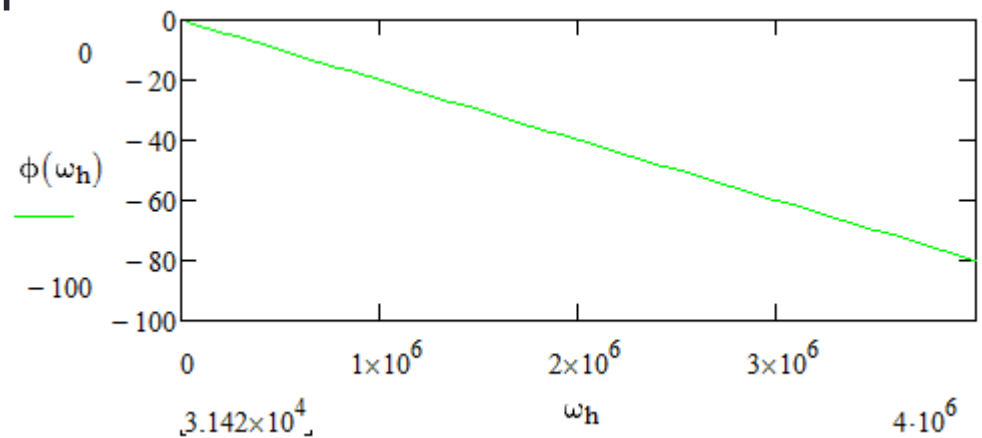
- Supponiamo che il sistema sia non distortente e che determini una sola amplificazione del segnale di un fattore 2 ed un ritardo t_d di $20\mu\text{s}$



- Cioè il modulo e la fase di $G(\omega)$ valgono

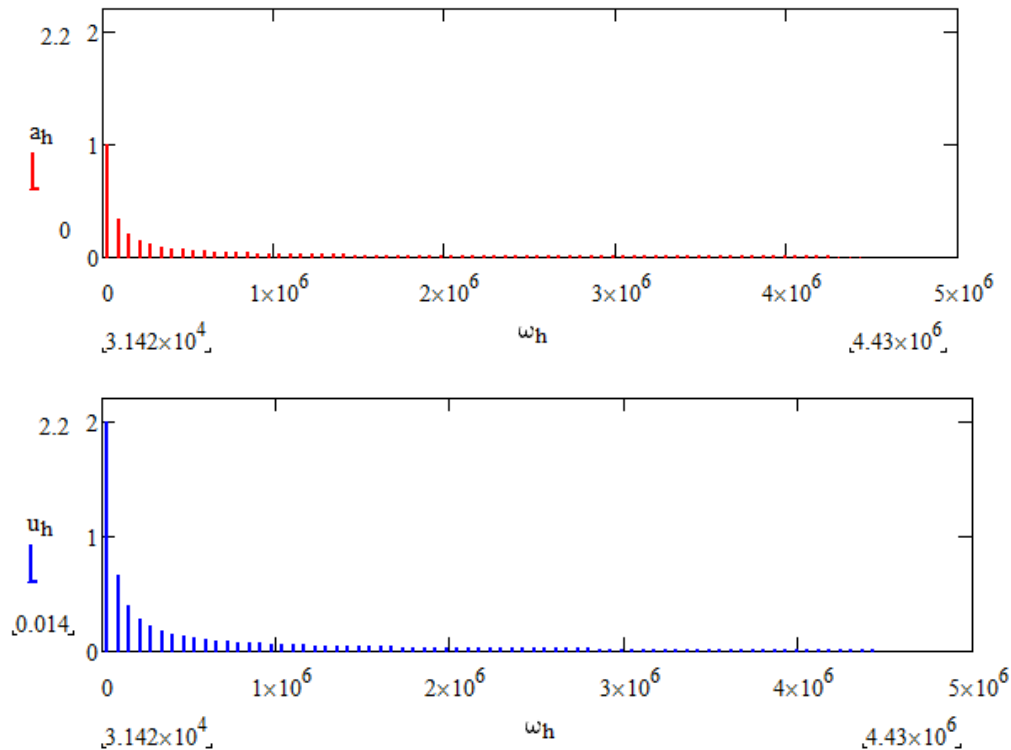
$$G_o(\omega) := 2$$

$$\phi(\omega) := -f \cdot t_d \cdot \omega$$



Sistema non distortente

- Ciò corrisponde ad assumere che tutte le componenti dello spettro del segnale siano:
 - moltiplicate per lo stesso fattore $G_o(\omega)$
 - ritardate di una stessa quantità proporzionale ad ω , $t_d = \phi(\omega)/\omega$.

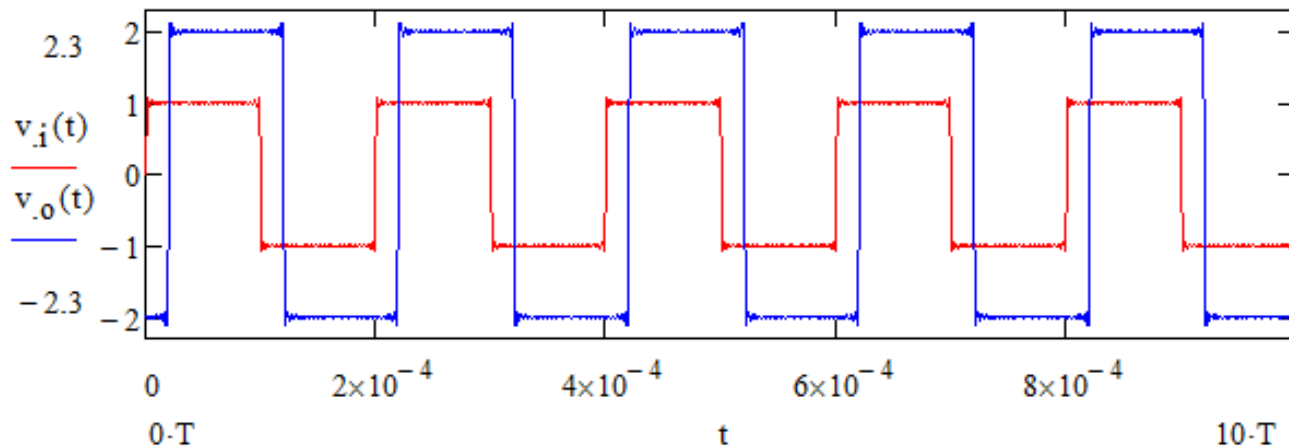


Sistema non distortente

- La risposta del sistema nel dominio del tempo sarà data dall'espressione

$$v_o(t) := \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{G_o(\omega_k) \cdot \sin(\omega_k \cdot t + \phi(\omega_k))}{2 \cdot k + 1}$$

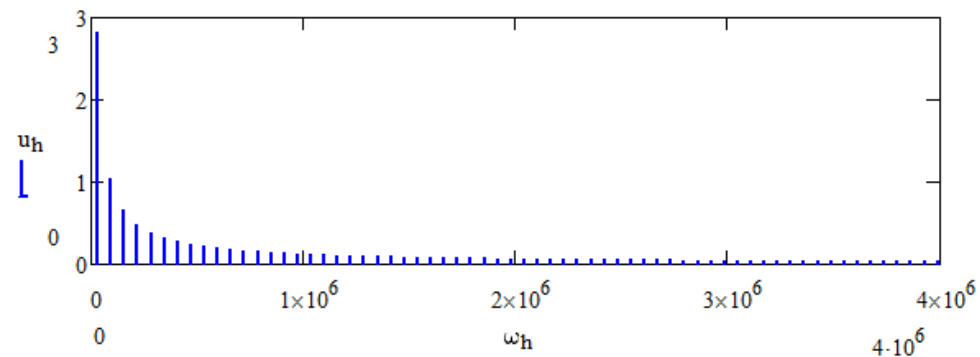
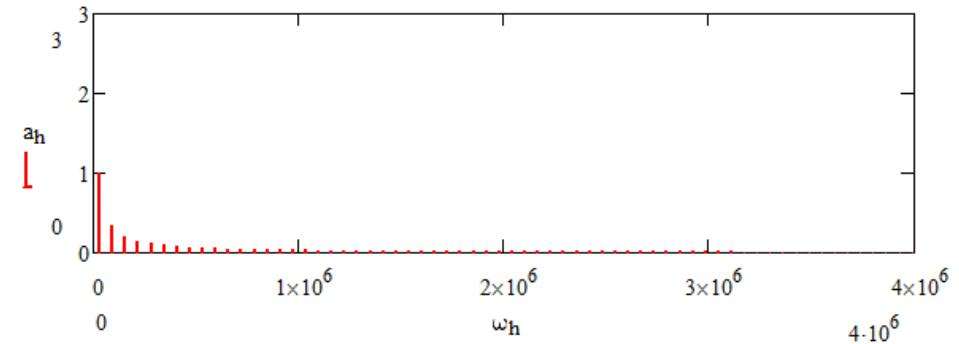
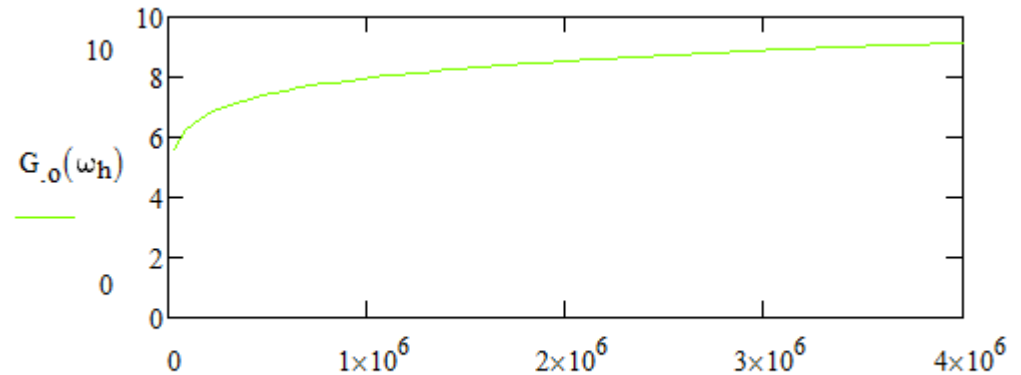
- Che rappresenta ancora un'onda quadra, ma di ampiezza doppia rispetto a quella applicata all'ingresso e ritardata di $20\mu\text{s}$



Distorsione di ampiezza

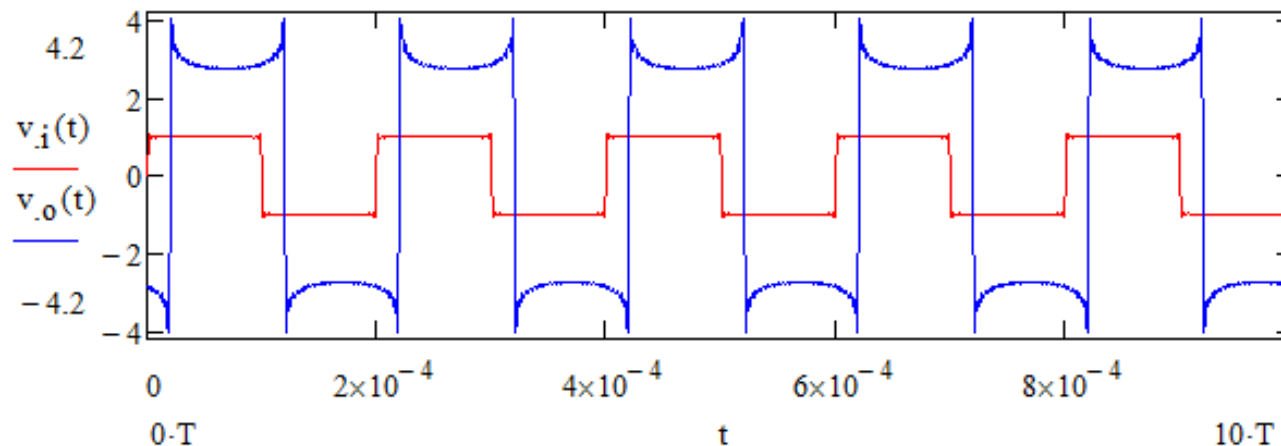
- Supponiamo che $G_o(\omega)$ sia dipendente dalla frequenza secondo una legge che determini una esaltazione delle componenti di alta frequenza:

- $G_o(\omega) \equiv \omega^{0.1}$



Distorsione di ampiezza

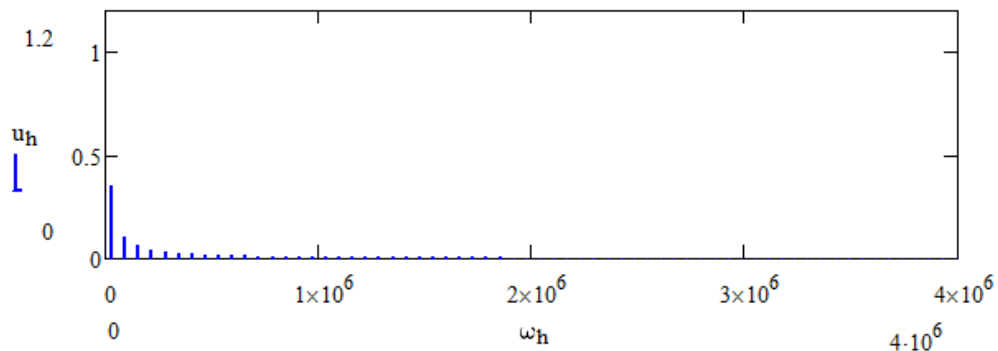
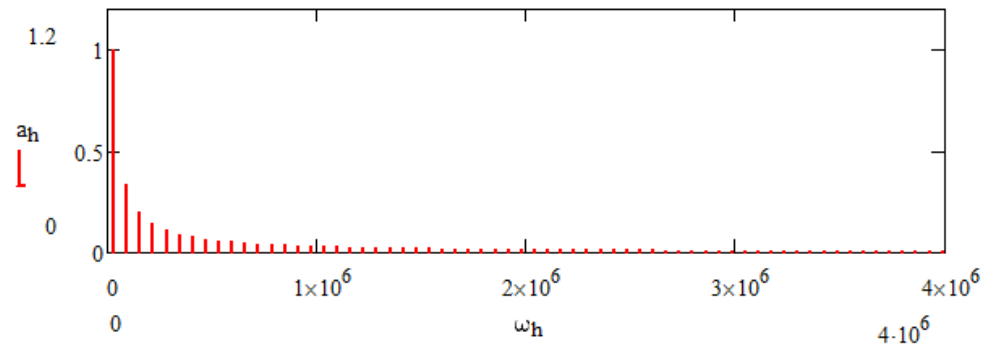
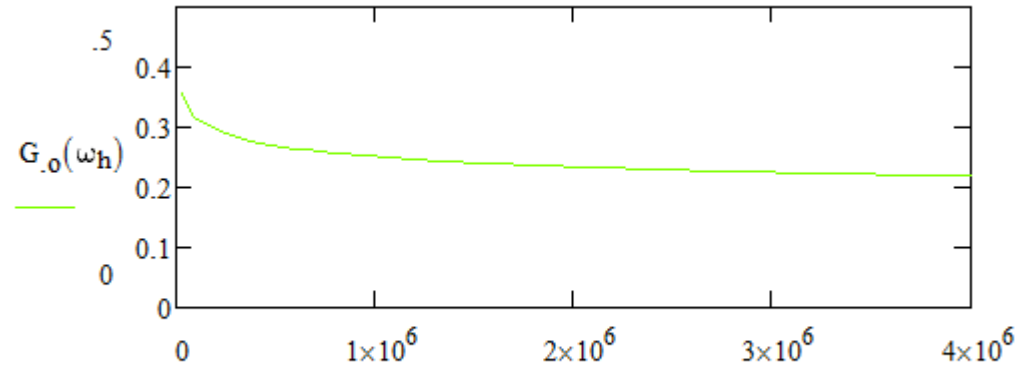
- Allora la risposta del sistema presenterà una distorsione evidenziano dei picchi in corrispondenza dei fronti dell'onda quadra di ingresso (componenti di alta frequenza) e delle depressioni negli intervalli in cui il segnale di ingresso è costante (componenti di bassa frequenza)



Distorsione di ampiezza

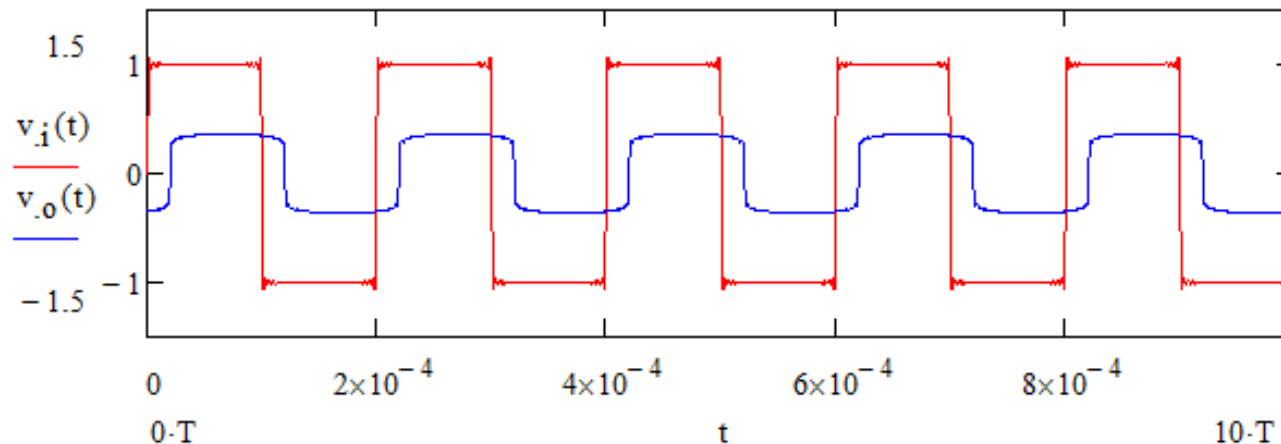
- Supponiamo che $G_o(\omega)$ sia dipendente dalla frequenza secondo una legge che determini una esaltazione delle componenti di bassa frequenza:

- $G_o(\omega) \equiv \omega^{-0.1}$



Distorsione di ampiezza

- Allora la risposta del sistema presenterà una distorsione evidenziano degli arrotondamenti in corrispondenza dei fronti dell'onda quadra di ingresso (componenti di alta frequenza) e delle esaltazioni dell'ampiezza negli intervalli in cui il segnale di ingresso è costante (componenti di bassa frequenza)

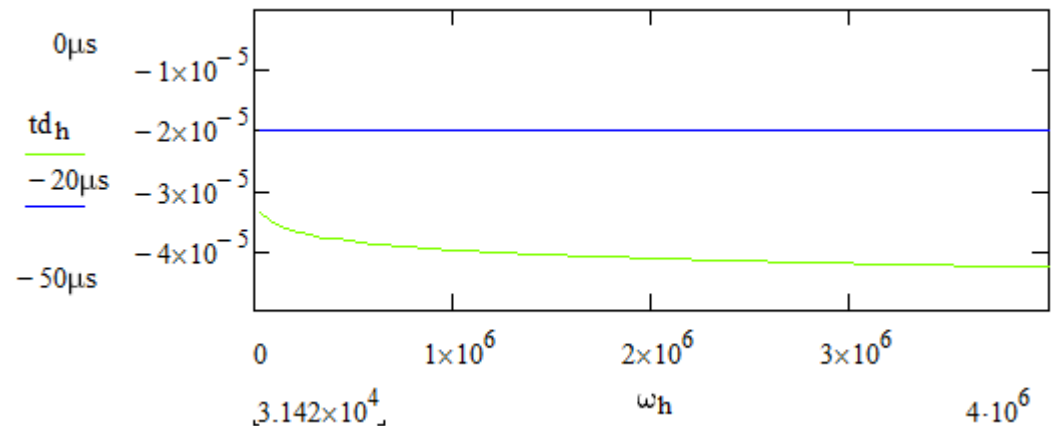
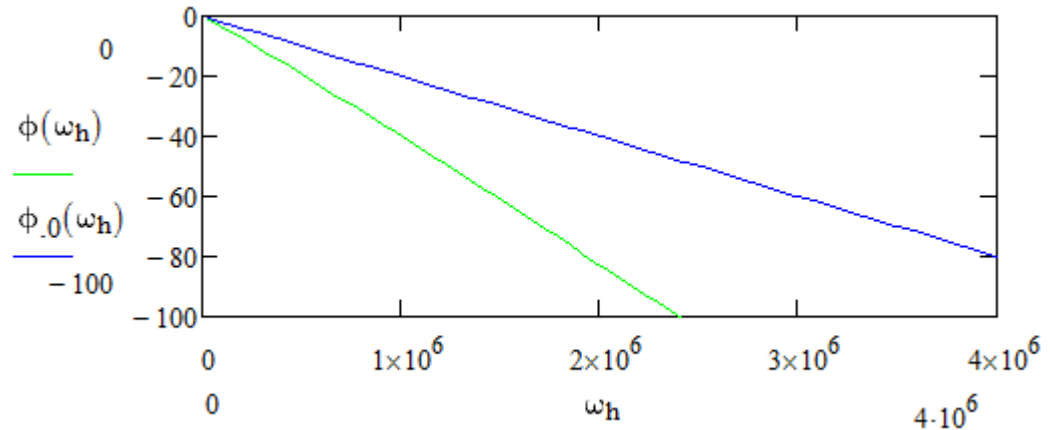


Distorsione di fase

- Supponiamo che $\phi(\omega)$ sia dipendente dalla frequenza secondo la legge:

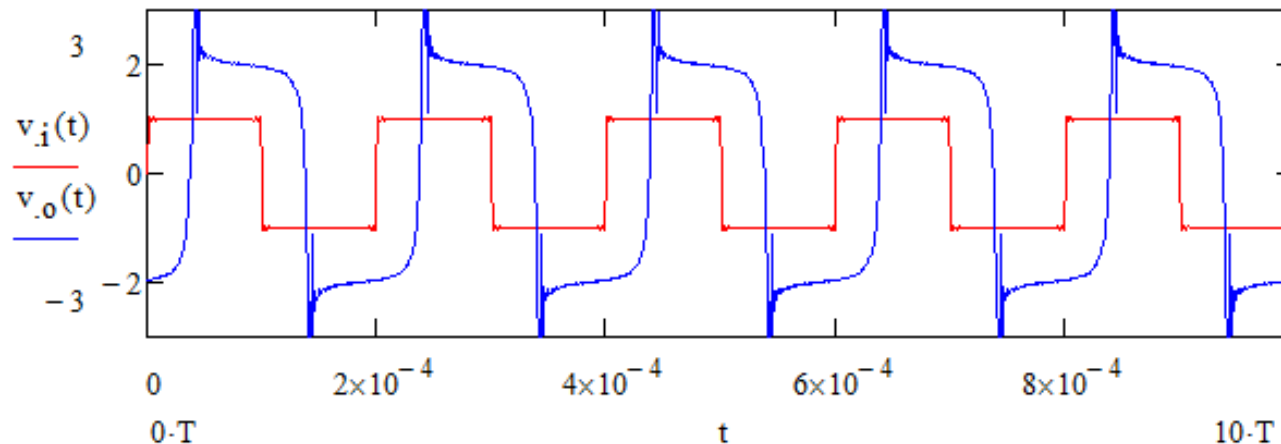
- $\phi(\omega) \equiv -t_d \cdot \omega^{-1.05}$

- Ciò determina un anticipo delle componenti di bassa frequenza rispetto a quelle di alta frequenza



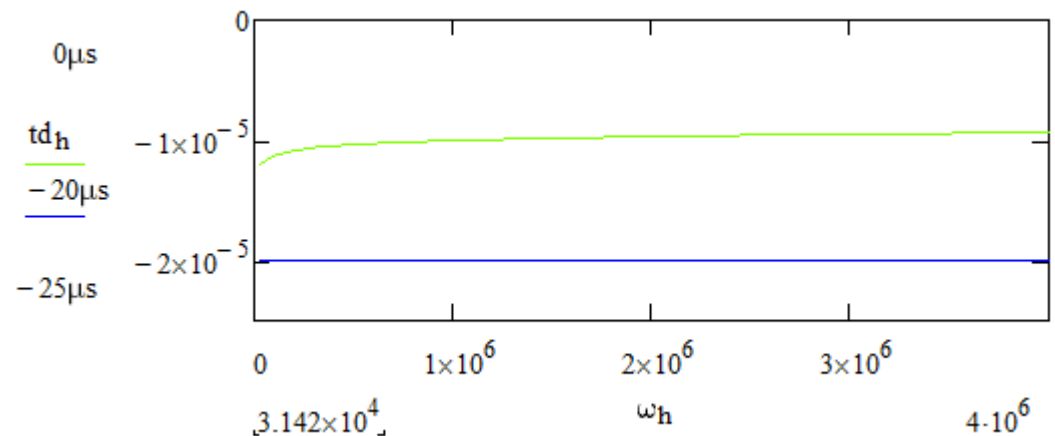
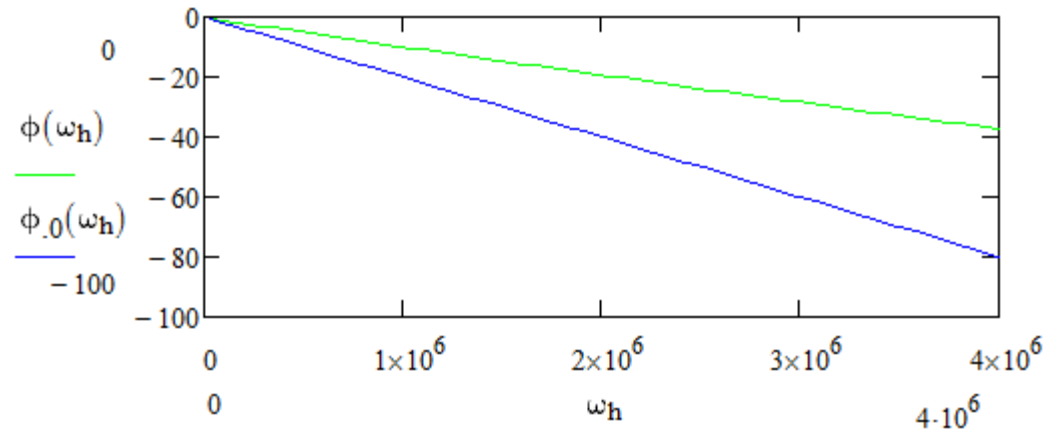
Distorsione di fase

- Allora la risposta del sistema presenterà una distorsione, evidenziando dei picchi in corrispondenza dei fronti di salita, in quanto le componenti di bassa frequenza, di ampiezza maggiore di quelle di alta frequenza, anticipano queste ultime



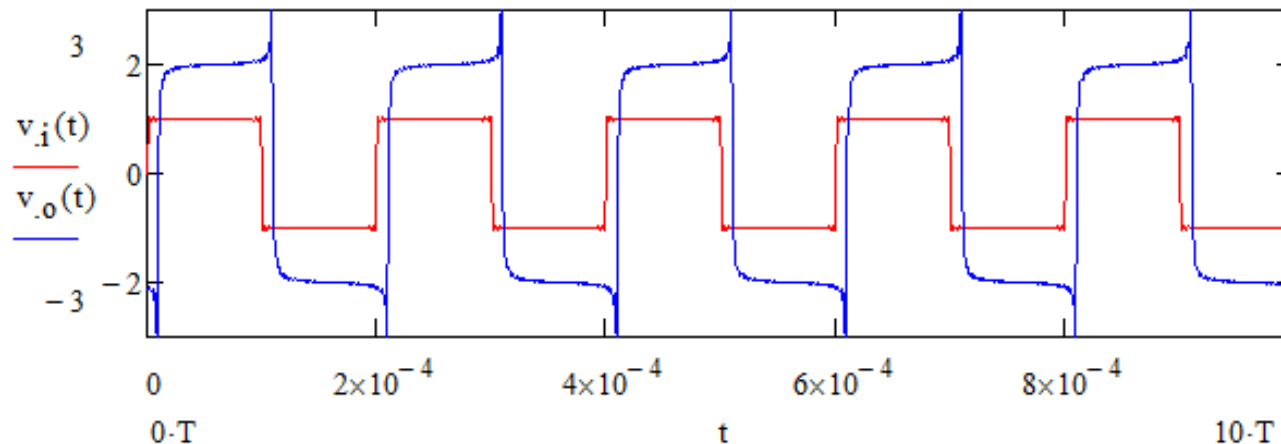
Distorsione di fase

- Supponiamo che $\phi(\omega)$ sia dipendente dalla frequenza secondo la legge:
 - $\phi(\omega) \equiv -t_d \cdot \omega^{-0.95}$
- Ciò determina un ritardo delle componenti di bassa frequenza rispetto a quelle di alta frequenza



Distorsione di fase

- Allora la risposta del sistema presenterà una distorsione, evidenziando dei picchi in corrispondenza dei fronti di discesa, in quanto le componenti di bassa frequenza, di ampiezza maggiore di quelle di alta frequenza, posticipano queste ultime



Distorsione

- In generale le distorsioni di ampiezza e di fase convivono nella risposta di un sistema
- Se non provocate appositamente, tali distorsioni costituiscono un elemento di degrado della risposta del sistema
- L'analisi della risposta ad una sollecitazione ad onda quadra consente di valutare l'origine delle distorsioni

