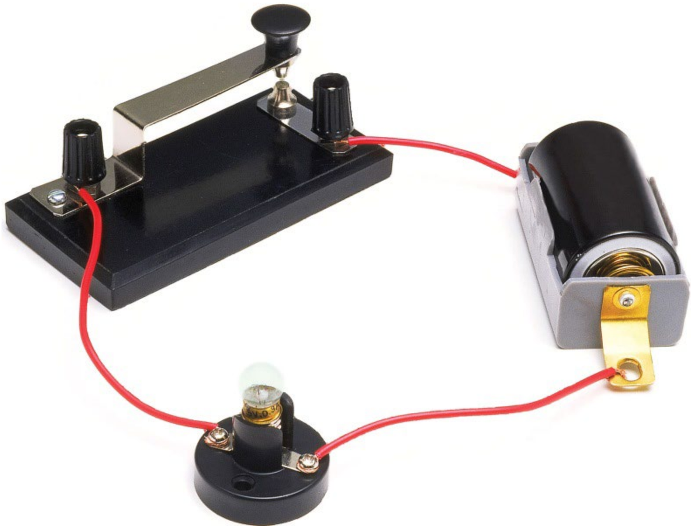
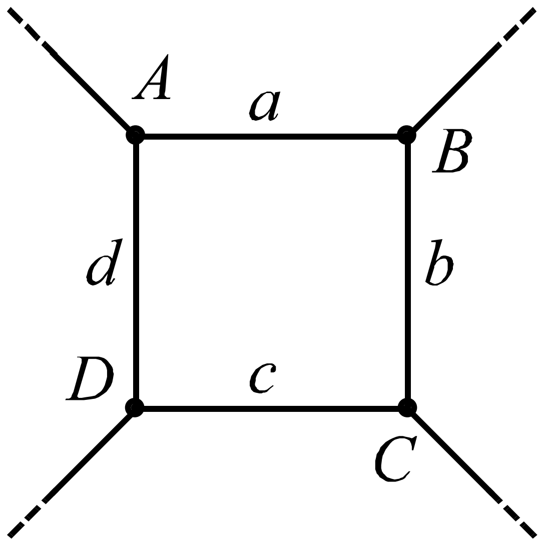
RICHIAMI SULLE RETI ELETTRICHE

Marco Panareo



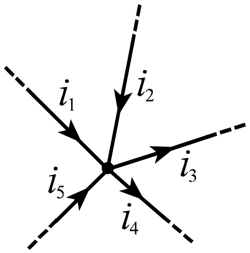
Reti elettriche

- L'interconnessione di resistenze, induttanze, condensatori e generatori è detta *rete elettrica*
- Per caratterizzare topologicamente una rete elettrica si fa uso dei concetti, di nodo e ramo:
  - Per *nodo* si intende il punto in cui convergono almeno tre conduttori, i nodi sono collegati tra loro attraverso *rami* contenenti, in generale, gli elementi della rete.
- Un qualsiasi percorso chiuso all'interno di una rete è detto *maglia*.



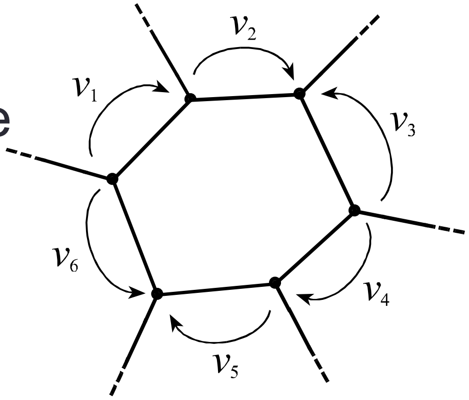
Leggi di Kirchhoff

- Per *analisi* o *soluzione* di una rete elettrica si intende la determinazione delle correnti che scorrono in ciascun ramo, note che siano le caratteristiche topologiche e fisiche della rete.
- A tale scopo è possibile far uso delle leggi e formulate da Gustav Kirchhoff:



  - La legge di Kirchhoff per le correnti (*KCL*) stabilisce che la somma (algebrica) delle correnti che confluiscono in un nodo è uguale a zero

$$\sum_k i_k = 0$$

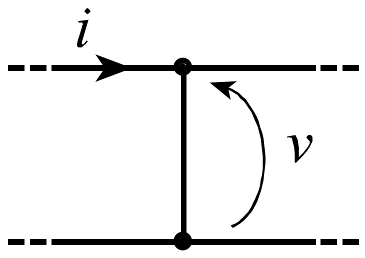


  - La legge di Kirchhoff per le tensioni (*KVL*) stabilisce che la somma (algebrica) delle tensioni lungo una maglia è uguale a zero:

$$\sum_m v_m = 0$$

Soluzione di una rete elettrica

- Si definisce *risposta* o *soluzione* di una rete elettrica l'insieme delle tensioni e delle correnti che costituiscono le soluzioni del sistema di equazioni scritto facendo uso delle leggi di Kirchhoff.
  - In una rete la soluzione di tali equazioni è unica; ciò è provato dal fatto che una rete reale può essere passibile di misura delle sue caratteristiche, tensioni e correnti, ed il risultato di tali misure è unico. Se tuttavia non è unica la soluzione delle equazioni descrittive della rete, allora la descrizione fatta è inadeguata rispetto alla situazione fisica.
- Per studiare una rete occorre stabilire dei *versi* (convenzionali) per le tensioni e per le correnti. L'arbitrarietà della scelta comporta che una soluzione negativa corrisponde ad un verso reale opposto a quello scelto convenzionalmente.
- Il verso convenzionale di una corrente viene indicato con una freccia. Se si vuole indicare una *d.d.p.* tra due punti, si adopera una linea con una freccia; il punto indicato dalla freccia è quello (convenzionalmente) a potenziale maggiore



Elementi di una rete lineare

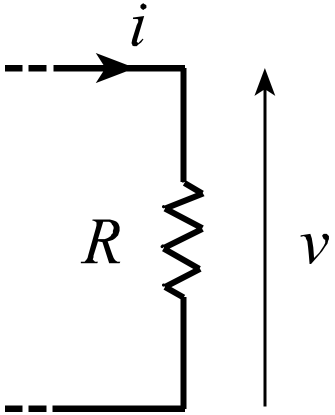
- Gli elementi che costituiscono una rete elettrica sono caratterizzati da un parametro; qualora tale parametro risulti indipendente sia dalla tensione ai capi dell'elemento che dalla corrente che lo attraversa, l'elemento viene detto *lineare*.
- Un elemento lineare può essere descritto attraverso un'equazione integro-differenziale a coefficienti costanti.
- Una rete costituita da soli elementi lineari è detta lineare. Gli elementi delle reti elettriche lineari sono:
  - Resistenze,
  - Induttanze,
  - Capacità,
  - Generatori

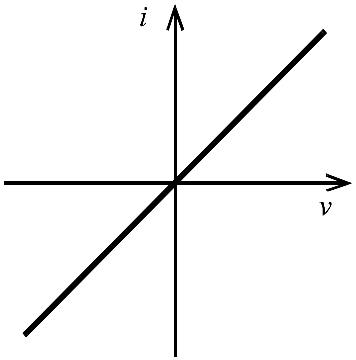
Resistenza

- La relazione fra la tensione v e la corrente i in una *resistenza* R è espressa dall'equazione:

$$v = Ri$$

- in tale relazione R è costante e si misura in *ohm* (Ω); nel piano (i, v) tale equazione rappresenta una retta passante per l'origine.



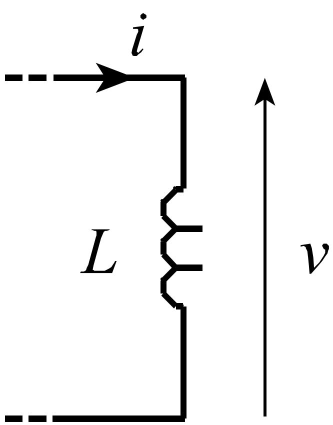


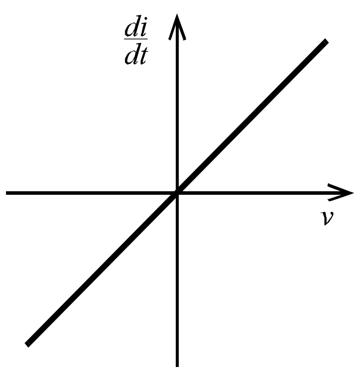
Induttanza

- La relazione fra la tensione v e la corrente i in una *induttanza* L è espressa dall'equazione:

$$v = L\frac{di}{dt}$$

- in tale relazione L è costante e si misura in *henry* (*H*); nel piano (di/dt, v) tale equazione rappresenta una retta passante per l'origine.



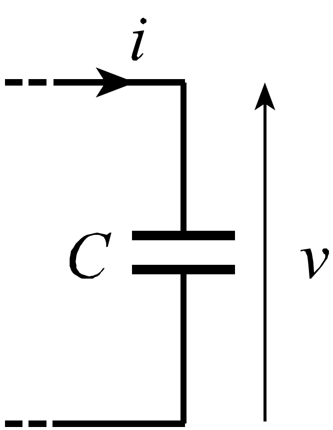


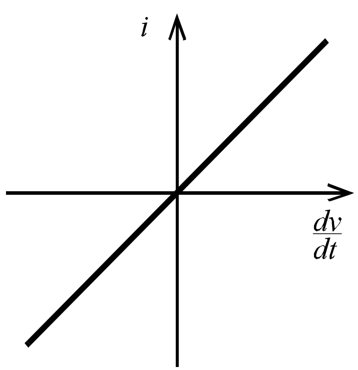
Capacità

- La relazione fra la tensione v e la corrente i in una *capacità* C è espressa dall'equazione:

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

- in tale relazione C è costante e si misura in *farad* (*F*); nel piano (i, dv/dt) tale equazione rappresenta una retta passante per l'origine.



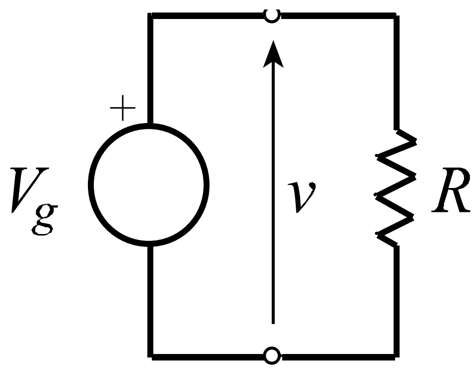


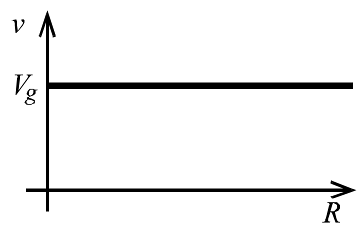
Generatore di tensione ideale

- Per generatore di tensione ideale si intende un elemento che presenta ai suoi capi una *d.d.p.* v indipendente dalla corrente che lo attraversa e quindi dal carico applicato, ossia:

$$v = V_g$$

- il grafico che esplicita l'indipendenza della tensione v dalla resistenza di carico R (*curva di carico*) è mostrato in figura





Generatore di tensione ideale

- In un generatore di tensione ideale la corrente erogata attraverso il carico vale:

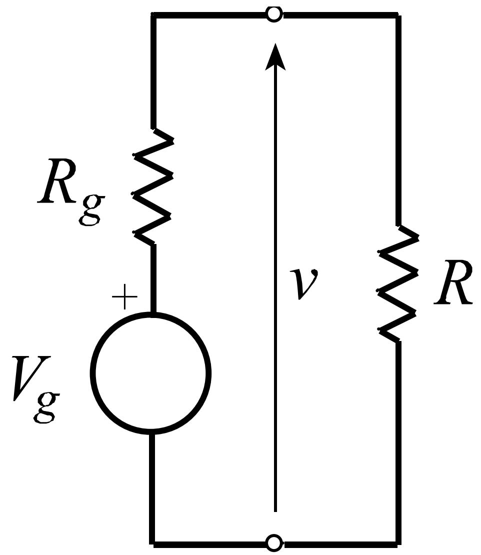
$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_g}{R}$$

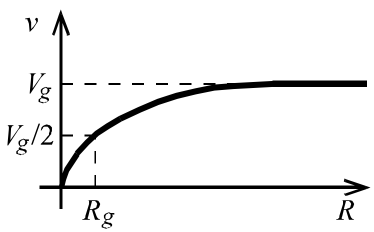
- Pertanto, in corrispondenza di una resistenza di carico nulla, la corrente erogata risulterebbe infinita

- Ne segue che questo elemento non costituisce un modello adeguato per un dispositivo reale

Generatore di tensione reale

- È possibile rappresentare un generatore di tensione reale adoperando più componenti ideali, ad esempio facendo uso della propria resistenza interna (in generale un'impedenza).
- La *d.d.p.* presente sul carico applicato a questo generatore vale:





$$v = V_g \frac{R}{R+R_g} = V_g \frac{1}{1+\dfrac{R_g}{R}}$$

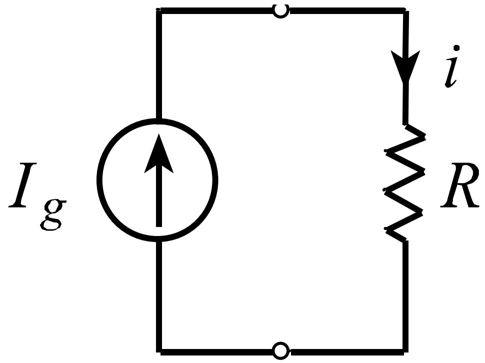
Coincide col caso ideale nel limite $R \gg R_g$

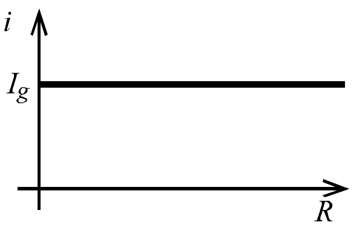
Generatore di corrente ideale

- Per generatore di corrente ideale si intende un elemento la cui corrente erogata i risulta indipendente dalla *d.d.p.* presente ai suoi capi e quindi dal carico applicato, ossia:

$$i = I_g$$

- il grafico che esplicita l'indipendenza della corrente i dalla resistenza di carico R è mostrato in figura





Generatore di corrente ideale

- In un generatore di corrente ideale la *d.d.p.* esercitata sul carico vale:

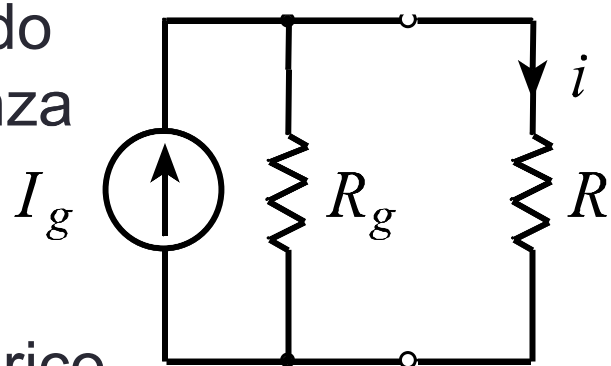
$$v = R\,i = R\,I_g$$

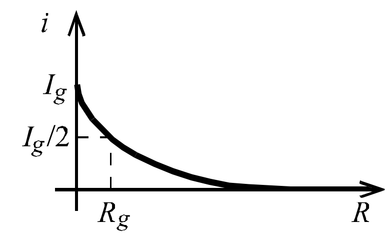
- Pertanto, in assenza di carico, cioè se R fosse infinita, tale *d.d.p.* risulterebbe infinita

- Ne segue che questo elemento non costituisce un modello adeguato per un dispositivo reale

Generatore di corrente reale

- È possibile rappresentare un generatore di corrente reale adoperando più componenti ideali, ad esempio facendo uso della propria resistenza interna (in generale un'impedenza).





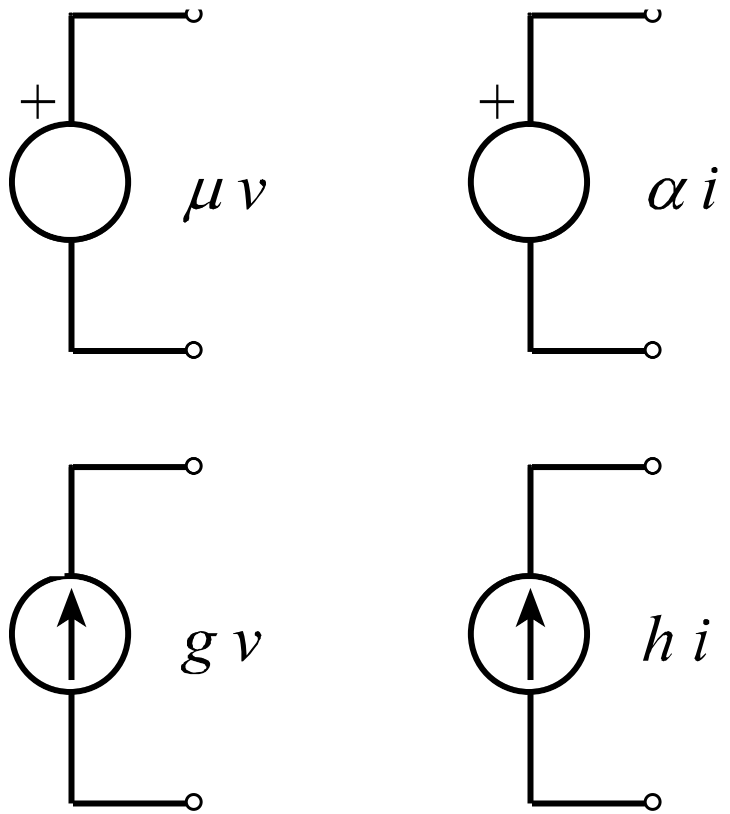
- La corrente erogata al carico da questo generatore vale:

$$i = I_g \frac{R_g}{R_g + R} = I_g \frac{1}{1 + \frac{R}{R_g}}$$

Coincide col caso ideale nel limite $R \ll R_g$

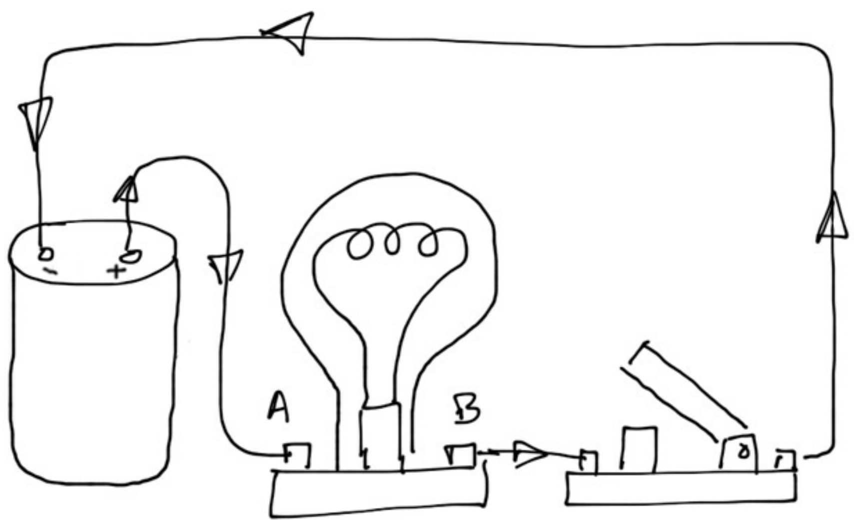
Generatori dipendenti

- Per *generatore dipendente* si intende un generatore di tensione o corrente, la cui grandezza erogata dipende dalla tensione o dalla corrente in un'altra parte del circuito
- Le quattro possibilità sono rappresentate in figura, si noti che i parametri μ e h sono adimensionali, mentre α e g hanno rispettivamente le dimensioni di una resistenza e di una conduttanza.



Metodi di studio delle reti

- Utilizzando le leggi di Kirchhoff e le equazioni caratteristiche di ciascun elemento si può risolvere qualsiasi rete elettrica.
- Se la rete è lineare è però possibile utilizzare metodi particolari che permettono di semplificarne lo studio.
- Esistono molteplici metodi, in questo ambito richiamiamo i soli:
  - Principio di sovrapposizione
  - Teoremi di Thévenin e di Norton



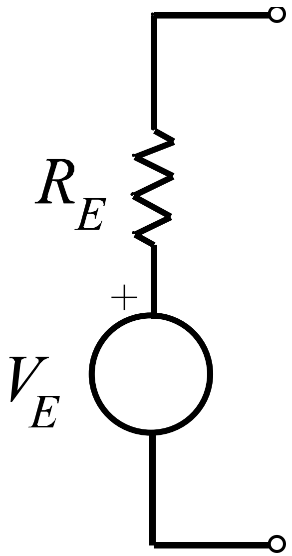
Principio di sovrapposizione

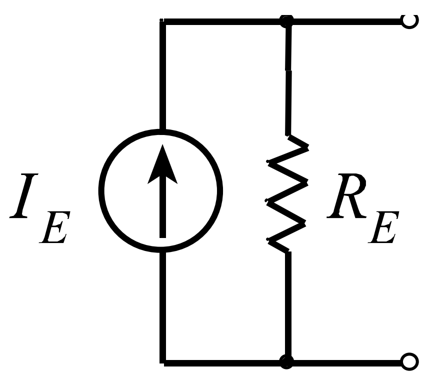
- Consiste nel determinare gli effetti di ciascun generatore indipendente presente nella rete, annullando tutti gli altri generatori indipendenti.
- Un generatore indipendente si annulla sostituendolo con la propria resistenza interna, ovvero, se è ideale, sostituendolo con un cortocircuito, se è un generatore di tensione, o sostituendolo con un circuito aperto, se è un generatore di corrente.
- La risposta, ad esempio la corrente in un ramo, si stabilisce attraverso la somma delle correnti in quel ramo determinate da ciascun generatore preso singolarmente.

Teoremi di Thévenin e Norton

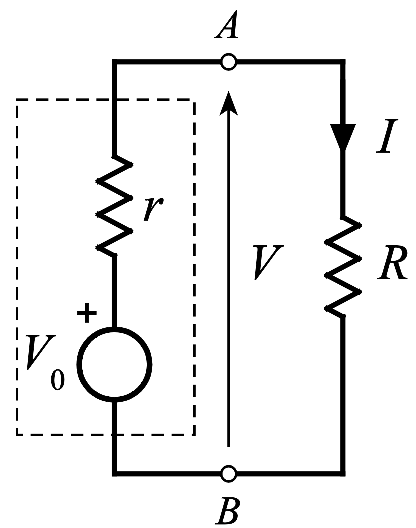
- Il *teorema di Thévenin* afferma che una qualsiasi rete lineare compresa tra due morsetti risulta equivalente ad un generatore reale di tensione
  - la forza elettromotrice V_E rappresenta la *d.d.p.* che si misura tra i due morsetti della rete, quando questi sono aperti.
- Il *teorema di Norton*, duale del precedente, afferma che una qualsiasi rete lineare compresa tra due morsetti risulta equivalente ad un generatore reale di corrente
  - I_E è la corrente che attraversa i due morsetti quando questi sono collegati tra loro (quando sono cortocircuitati)
- La resistenza R_E si valuta applicando ai due morsetti una *d.d.p.* v e trovando la corrente erogata i, dopo aver annullato tutti i generatori indipendenti, risulta:

$$R_E = \frac{v}{i}$$





Teoremi di Thévenin e Norton



- I teoremi di Thévenin e di Norton consentono di mettere in luce l'equivalenza tra le due rappresentazioni di un generatore elettrico.
- Infatti, se si applica il teorema di Norton alla sinistra dei morsetti *AB* del circuito di figura, si trova la corrente di cortocircuito data dalla relazione:

$$I_0 = \frac{V_0}{r}$$

- e la resistenza equivalente r ; pertanto tale rete può essere schematizzata come mostrato nella figura successiva.
- Analogamente, applicando il teorema di Thévenin a sinistra dei morsetti *AB* di questo circuito, si trova che la differenza di potenziale tra i morsetti vale:

$$V_0 = rI_0$$

- e la resistenza equivalente vale r ; pertanto tale rete può essere schematizzata come mostrato nella figura precedente.
- Ne segue che le due rappresentazioni sono equivalenti e l'uso di una o dell'altra è solo questione di opportunità.