

## Soluzione numerica di eq. differenziali

Discussione dei metodi di integrazione numerica di eq. differenziali.

Risolvere nell'intervallo  $[0,1]$  con il metodo di Eulero e Runge Kutta del secondo ordine il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = x e^x \\ y(0) = 0 = y'(0). \end{cases}$$

La soluzione analitica del problema e'

$$y(x) = \frac{1}{8} [e^x - e^{-x} + 2x^2 e^x - 2x e^x] .$$

Si discuta il confronto tra la soluzione numerica e analitica e si valuti l'errore locale e globale per diversi valori del passo.

**Regressione**

Regressione, valutare la qualità di un fit da distribuzione del  $\chi^2$ , della sua probabilità e dal comportamento dei residui

Si immagini un esperimento in cui si misurano  $N$  coppie di punti sperimentali  $(t_i, x_i)$  con  $t_i$  equispaziati nell'intervallo 0-100 s,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Le variabili  $x$  e  $t$  sono correlate secondo la legge seguente:

$$x(t) = v_0 t + A t^2$$

dove  $A$  è un parametro incognito e  $v_0$  è noto da una misura precedente.

Si considerino le incertezze sulle misure dei tempi  $t_i$  trascurabili e si assuma che le misure delle  $x_i$  siano affette da incertezza statistica relativa del 5% distribuite secondo una distribuzione gaussiana.

Si simuli un esperimento di questo tipo ripetutamente per  $A = 15 \text{ m/s}^2$  e per  $v_0 = 100 \text{ m/s}$  e si determini con un fit (a un solo parametro libero) il valore di  $A$  e il suo errore per  $N=20$

- nel caso in cui il valore misurato di  $v_0$  è  $v_0^m = (102.5 \pm 1.2) \text{ m/s}$  (fit a un parametro libero)

E' possibile apprezzare il fatto che il valore misurato di  $v_0$  si discosta da quello effettivo ?

- nel caso in cui il valore misurato di  $v_0$  è  $v_0^m = (100.0 \pm 1.2) \text{ m/s}$  (fit a un parametro libero)

ma gli errori sulle coordinate  $x$  siano stati sottostimati per un fattore 2.

- E' possibile comprendere che gli errori non sono stati stimati correttamente ? Quali sono gli effetti sulla stima di  $A$  ?

**Regressione, correlazione tra variabili e propagazione dell'errore.**

In assenza di attrito il moto di un proiettile è descritto dall'eq.

$$y(x) = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$

Si simulino (ripetutamente) esperimenti che consistono di 20 misure di punti (x e y) della traiettoria nell'intervallo tra 1m e 5m, per  $\theta = 0.5$  rad e  $v_0 = 10$  m/s, assumendo che le misure della coordinata x siano affette da errore gaussiano con  $\sigma = 0.1$  m e le misure della coordinata y siano affette da errore gaussiano con  $\sigma = 0.25$  m. Si effettui un fit dei dati simulati per stimare i parametri  $\theta$  e  $v_0$ . Con le stime ottenute in ciascun esperimento si valuti la gittata del proiettile e si stimi l'errore sulla gittata.

Si valuti la correttezza della stima dell'errore sulla gittata.