

Dimostrazione della legge di Ampère local da
~~espressione di $\vec{A}$ in funzione delle correnti~~ ① espressione di $\vec{A}$ in funzione delle correnti.

pl

② $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

è dato:

le componenti x di $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} =$
 $=$ le componenti x di $\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) +$
 $- \nabla^2 A_x$

$$\nabla \wedge \vec{B} = \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \left(\nabla \cdot \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \right) - \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla^2 \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \int_V \nabla \cdot \left(\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV' - \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla^2 \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$$\nabla \cdot (\varphi \vec{A}) = \varphi \nabla \cdot \vec{A} + (\nabla \varphi) \cdot \vec{A} \quad ; \quad \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = -\nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\int_V \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' + \int_V \vec{J}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV' \right] - \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla^2 \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

ma
 perché
 Dopo che $\vec{r}$ e $\vec{J}$ è funzione di $\vec{r}'$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \left[\int_V \nabla' \cdot \left(\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV' - \int_V \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' \right] - \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla^2 \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$\vec{A} \cdot \nabla(\rho) = \nabla' \cdot (\varphi \vec{A}) - \varphi \nabla' \cdot \vec{A}$
 $\downarrow$
 $0; \vec{J}$ solenoidale
 $\nabla' \cdot \vec{J} = 0$
 L'effettivo di $\vec{J}$ attraverso comp. in cui $\vec{J} \neq 0 \Rightarrow 0$ perché $\nabla' \cdot \vec{J} = 0$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV'$$

Note

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta(\vec{r}) \rightarrow \text{Distributional Delta of Dirac}$$

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = +4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \times \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV' =$$

$$= \mu_0 \int_V \vec{J}(\vec{r}') \delta(\vec{r} - \vec{r}') dV' =$$

$$= \mu_0 \vec{J}(\vec{r})$$