

Demostrazione: $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$

$\rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{A} = 0}$

Calcoliamo

$\nabla \cdot \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right)$

ricordando che

① l'elettrolita è statico e
fatto le parti in cui
abbiamo $\vec{J}(\vec{r}) \neq 0$

② Siamo nell'ipotesi che
 $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ (corrente stazionaria);
corrente $\leftarrow$ onde elettromagnetiche
propaganti lentamente
variabili nel tempo

$\nabla \cdot (\varphi \vec{A}) = \varphi \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla \varphi$

$\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) dV' =$

Nota ① $\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}') = 0$ perché ∇ opera su $x(x, y, z) = \vec{r}$

② $\nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) = - \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right)$

$\rightarrow$ opera su $(x, y, z) = \vec{r}'$

$= - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) dV' \rightarrow \vec{A} \cdot \nabla \varphi = \nabla \cdot (\varphi \vec{A}) - \varphi \nabla \cdot \vec{A}$

$= - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \nabla' \cdot \left(\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') dV' =$

$= - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \cdot d\vec{s}' = 0$

teorema
della
divergenza

$\vec{J}$ è solenoidale $\Rightarrow$

il flusso attraverso la superficie
in cui $\vec{J}$ dipende $\vec{r} = 0$.

La linea di campo di $\vec{J}$ non
parallela alle "pareti"
che contengono il volume in cui
 $\vec{J} \neq 0$.