

TRASFORMAZIONI DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO SOTTO TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

Consideriamo due sistemi di riferimento

- ① Σ (del laboratorio, ora da cui si osserva)
con cui stesso fuso rispetto all'osservatore
fu)

- ② un sistema di riferimento Σ' con assi
 $\hat{x}' = \hat{x}$, $\hat{y}' = \hat{y}$, $\hat{z}' = \hat{z}$ e in moto
con velocità $\vec{v} = v\hat{x} = \beta c\hat{x}$;

- ③ A $t=0$ le origini dei due sistemi coincidono;
 $\Rightarrow$ le trasformazioni di Lorentz tra le coordinate
 x', y', z', t' e x, y, z, t sono:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y; \quad z' = z \\ t' = \gamma(t + \frac{\beta x}{c}) \end{cases}$$

$\downarrow$
da Σ a Σ'

le trasformazioni inverse sono

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + \beta ct') \\ y = y'; \quad z = z' \\ t = \gamma(t' - \frac{\beta x'}{c}) \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ da Σ' a Σ

Se in Σ ho un campo $\vec{E}$ e un campo $\vec{B}$, in Σ' ottengo
campi dati dalla trasformazione:

$$(*) \quad \begin{cases} E'_x = E_x \\ E'_y = \gamma(E_y - \beta c B_z) \\ E'_z = \gamma(E_z + \beta c B_y) \\ B'_x = B_x \\ B'_y = \gamma(B_y + \frac{\beta}{c} E_z) \\ B'_z = \gamma(B_z - \frac{\beta}{c} E_y) \end{cases}$$

le trasformazioni inverse si determinano da

$$(**) \left\{ \begin{array}{l} E_x = E'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + \beta c B'_z) \\ E_z = \gamma(E'_z - \beta c B'_y) \\ B_x = B'_x \\ B_y = \gamma(B'_y - \frac{\beta}{c} E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{\beta}{c} E'_y) \end{array} \right.$$

NOTA: Se il moto relativo avviene lungo l'asse $\hat{y}$ piuttosto che $\hat{x}$, le componenti degli campi trasformano come le componenti x nelle $(*)$ e $(**)$, le componenti z come le componenti y nelle $(*)$ e $(**)$ e, infine, le componenti x come le componenti z delle $(*)$ e $(**)$.

→ esempio:

$$\left\{ \begin{array}{l} E'_x = \gamma(E_x + \beta c B_z) \\ E'_y = E_y \\ E'_z = \gamma(E_z - \beta c B_x) \\ B'_x = \gamma(B_x - \frac{\beta}{c} E_z) \\ B'_y = B_y \\ B'_z = \gamma(B_z + \frac{\beta}{c} E_x) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} E_x = \gamma(E'_x - \beta c B'_z) \\ E_y = E'_y \\ E_z = \gamma(E'_z + \beta c B'_x) \\ B_x = \gamma(B'_x + \frac{\beta}{c} E'_z) \\ B_y = B'_y \\ B_z = \gamma(B'_z - \frac{\beta}{c} E'_x) \end{array} \right.$$

(P2)