

**a.a. 2017-2018****Quesiti** (peso di ogni quesito: 2 o 3)**Q1\_09/07/2018**

Una pallina è lasciata cadere dalla quota di 20m con velocità iniziale nulla. Nello stesso istante di tempo una seconda pallina identica è lanciata dalla quota di 15m con velocità orizzontale iniziale  $v_0$  pari a 1m/s e una terza pallina identica è lanciata con una velocità iniziale pari a  $2v_0$  in una direzione che forma un angolo di  $60^\circ$  con la direzione verticale a partire da una quota di 15m; Chiamati  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  gli istanti di tempo in cui le tre palline raggiungono il suolo, stabilire quali delle affermazioni elencate di seguito è vera:

- a)  $t_1 < t_2 < t_3$    b)  $t_2 < t_1 = t_3$    c)  $t_2 = t_3 > t_1$    d)  $t_2 = t_3 < t_1$    e)  $t_1 > t_3 > t_2$   
 f) l'ordine di  $t_1$  e  $t_2$  non cambia se lo stesso esperimento è condotto sulla luna  
 g) l'ordine di  $t_2$  e  $t_3$  non cambia se lo stesso esperimento è condotto sulla luna

Il moto in direzione  $x$  è rettilineo uniforme; in  $y$  uniformemente accelerato.

L'equazione generale per il moto in direzione verticale, che possiamo poi applicare a tutti i casi, è  $y(t) = y_0 + v_{0y} t - (1/2) g t^2$  con  $v_{0y}$  = componente  $y$  della velocità iniziale cioè  $v_0 \cos \alpha$  e  $\alpha$  è l'angolo tra la velocità e l'asse  $y$  (che punta verso l'alto). Nei tre casi abbiamo in ordine  $v_0 = 0$ ,  $v_{0y} = v_0 \cos 90^\circ = 0$  e  $v_{0y} = 2v_0 \cos 60^\circ = v_0 \rightarrow$

$t_1 = \sqrt{2 \times h_1/g} = 2.02 \text{ s}$ ;  $t_2 = \sqrt{2 \times h_2/g} = 1.75 \text{ s}$ ; la terza pallina ha velocità verticale  $2v_0 \times \sin(30^\circ) = v_0 = 1 \text{ m/s}$ , impiega il tempo  $t_3 = v_0/g + \sqrt{v_0^2/g + 2xh_3/g} = v_0/g + \sqrt{v_0^2/g + 2xh_2/g} = 1.85 \text{ s}$ ; nota che  $t_3 > t_2$  per qualunque valore di  $g$ , mentre  $t_1 > t_2$  per ogni valore di  $g$ , quindi sono vere le e), f) e g) **[si vedano pag. 24-28 di Slides-L-3-4-5]**

**Q2\_09/07/2018**

Quanto vale l'energia potenziale elettrostatica di un elettrone che si trova alla distanza di 1mm da una carica puntiforme di 10pC ?

L'energia potenziale elettrostatica di una carica (l'elettrone) in presenza di un campo  $E$  (descritto dal potenziale elettrostatico  $V$ ) è  $E_p = qV(P)$  dove  $P$  è il punto in cui si trova la carica  $q$  che sente il campo (per noi l'elettrone)  $\Rightarrow E_p = -e \times 10\text{pC} \times k / (0.001 \text{ m}) = -1.6 \cdot 10^{-19} \times 10 \cdot 10^{-12} \times 9 \times 10^9 / 10^{-3} = -160 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . **[si vedano pag. 27-28 di Slides-L-13-14-15]**

**Q3\_09/07/2018**

Un punto materiale in moto tra due istanti di tempo subisce lo spostamento  $\Delta \vec{r} = (3\hat{x} + \hat{y})m$ .

Qual è il lavoro compiuto dalla forza peso nel caso (1) in cui questo spostamento avvenga per effetto di un moto orizzontale (lungo l'asse  $x$ ) seguito da un moto verticale (lungo l'asse  $y$ ) e nel caso (2) in cui la traiettoria coincida il vettore spostamento.

La forza peso è conservativa  $\Rightarrow$  il lavoro che essa compie non dipende dal percorso ma solo dal punto iniziale e finale  $\Rightarrow$  mi basta calcolare il lavoro una volta, per esempio per il percorso

coincidente con lo spostamento. Siccome la forza peso  $\vec{F} = -Mg\hat{y}$  è costante, posso

calcolare il lavoro come  $L = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = -Mg\hat{y} \cdot (3\hat{x} + \hat{y})m = -Mg1m < 0$  il lavoro è minore di zero come ci aspettiamo perché lo spostamento ( $y$  aumenta di 1m) avviene contro la forza di gravità. **[pag. 4-8 e 18 di Slides-L-6-7]**

**Q4\_09/07/2018**

Un fluido ideale scorre in un condotto sotterraneo a profondità variabile. Se la velocità del fluido è 2m/s in un punto (A) a profondità di 1m in cui la sezione del condotto è 10 cm<sup>2</sup>, determinare la velocità del fluido in un punto (B) alla profondità di 2m tenendo conto che la sezione del condotto in B è pari a 20cm<sup>2</sup>. Valutare la differenza di pressione tra il punto B e il punto A, assumendo che il fluido sia acqua. Se il fluido è ideale la portata dei mantiene costante e uguale a  $vS$  (velocità  $\times$  Sezione del condotto)  $\Rightarrow v(B) = 1 \text{ m/s}$ ; la differenza di pressione tra i due punti (applicando Bernoulli)  $P(B) - P(A) = \rho g(h(A) - h(B)) + 0.5 \rho (v^2(A) - v^2(B)) = 11300 \text{ Pa}$  **[pag. 20-22 di Slides-L-10-11-12]**

**Q5\_09/07/2018**

Cosa si intende per flusso laminare di un fluido ? Le linee di flusso (curve costruite seguendo il percorso di un elemento di fluido, in ogni punto di una linea di flusso la velocità del fluido è; tangente alla linea di flusso) non si intersecano **[pag. 18-19 di Slides-L-10-11-12]**

**Q6\_09/07/2018**

Descrivere qualitativamente il moto di un protone che entra in una regione dello spazio in cui esiste un campo elettrico uniforme  $\vec{E} = E_0\hat{y}$  con  $E_0 > 0$  e con velocità iniziale  $\vec{v} = -v_0\hat{y}$  con  $v_0 > 0$  a partire dal punto  $P_0$  di coordinate (0,0,0). Che tipo di traiettoria percorre il protone ? E'

contenta in un piano ? Se al tempo  $t=1s$  la particella si trova nel punto P1 di coordinate  $(x,y,z)$  quali di queste affermazioni sono vere: [si trascuri la forza peso]

- a1)  $x=0$       b1)  $x>0$       c1)  $x<0$
- a2)  $y=0$       b2)  $y>0$       c2)  $y<0$
- a3)  $z=0$       b3)  $z>0$       c3)  $z<0$

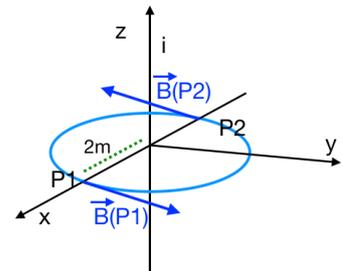
Un protone ha una carica positiva  $e = 1.6 \times 10^{-19} C$  quindi nel punto P0 e' soggetto alla forza costante e uniforme  $\vec{F} = eE_0\hat{y}$  (parallela alla sua velocita' iniziale) => il moto sara' rettilineo uniformemente accelerato lungo l'asse y [ $x(t)=z(t)=0$  sempre, per ogni t]. Dal momento che la particella aveva una velocita' iniziale lungo -y, la traiettoria sara' prima decelerata verso -y, poi ci sara' un punto di inversione del verso del moto e poi sara' accelerato lungo y (analogamente a un corpo lanciato verso l'alto in direzione verticale). A  $t=1s$  y sara'  $>0$  o  $<0$  a seconda che t sia successivo o precedente a  $2x\Delta t$  dove  $\Delta t$  e' il tempo necessario all'inversione del verso del moto. NOTA che  $v(\Delta t) = v_0 - eE_0\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta t = v_0/(eE_0)$ . [Pag. 12 Pag.-L-13-14-15 e slides 24-28 di Slides-L-3-4-5 (per moto unif. accelerato)]

**Q7\_09/07/2018**

Un filo conduttore infinito è percorso dalla corrente  $i=2mA$ . Chiamato z l'asse cartesiano che coincide con il filo e orientato nel verso della corrente, si dica quanto vale (modulo, direzione e verso) il campo magnetico nei punti di coordinate

- 1)  $x=0, y=1mm, z=0$
- 2)  $x=0, y=1mm, z=10mm$
- 3)  $x=1mm, y=0mm, z=0$

Per la legge di Biot-Savart il campo magnetico prodotto da un filo rettilineo infinito percorso dalla corrente  $i$  e' dato da  $B(r) = \mu_0/(2\pi r)$  ed e' orientato come  $\phi$  versore, cioe' e' tangente a circonferenze con centro sul filo e contenute in piani perpendicolari al filo. Il campo in un punto P dipende solo dalla distanza  $r$  dal filo => in punto in 1) dista 1mm come in 2) e come in 3), il modulo del campo sara' uguale in tutti i casi a  $4 \times 10^{-4} T$ . La direzione sara'  $-\hat{x}$  nei casi 1 e 2 e  $\hat{y}$  nel caso 3. La figura illustra una linea d campo e il vettore B in alcuni punti (non necessariamente quelli del testo) [Pag. 23 di Slides-L-16-17-20-21-22]



La direzione sara'  $-\hat{x}$  nei casi 1 e 2 e  $\hat{y}$  nel caso 3. La figura illustra una linea d campo e il vettore B in alcuni punti (non necessariamente quelli del testo) [Pag. 23 di Slides-L-16-17-20-21-22]

**Q8\_09/07/2018**

In un trasformazione termodinamica la pressione di una mole di gas ideale biatomico si dimezza. Si stabilisca in quale delle seguenti trasformazioni il gas assorbe la quantita' di calore piu' alta:

- (a) trasformazione isoterma  $\Delta U = 0 = Q - L \Rightarrow Q = L$  se in una isoterma, p si sta abbassando, V sta aumentando => il lavoro e' positivo e cosi' anvej il calore assorbito.
- (b) trasformazione abiabatica. Q scambiato = 0
- (c) trasformazione isobara impossibile la pressione si sta dimezzando

L risposta corretta e' a) [Pag. 22-27 di Slides-L-24-25]

**Q9\_09/07/2018**

Quanto tempo impiega un raggio di luce ad attraversare una distanza di 2m in un mezzo che ha indice di rifrazione  $n=1.76$  ?  $T = x/v = x/(c/n) = 1.76 \cdot 2m / 3 \times 10^8 m/s = 11.7ns$  [Pag. 5-7 di Slides-L-23]

**Problemi** (peso di ogni problema: 5)

**P1\_09/07/2018**

Secondo la legge di Hagen-Poiseuille, in presenza di liquidi viscosi in moto in un condotto cilindrico si manifesta una variazione di pressione lungo il condotto tra un punto iniziale e uno successivo distante L che risulta proporzionale alla portata con un coefficiente R che dipende dalla viscosita', da una potenza del raggio R del condotto e dalla lunghezza del condotto:

$\Delta P = RQ$  dove  $R = (8/\pi)\eta R^n/L$ ; Si determini il valore dell'esponente n (numero intero positivo o negativo) e si risolva il seguente problema: approssimata l'aorta di un adulto a riposo come un cilindro lungo  $L = 30cm$  di raggio  $R = 9mm$ , qual e' la caduta di pressione  $\Delta p$  nel sangue quando attraversa l'aorta e la perdita di carico  $\Delta p/L$  nell'aorta ? Si assuma la viscosita' del sangue  $\eta = 4.75 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$  e la portata del sangue nell'aorta  $Q = 83cm^3/s$ .

La  $R = (8/\pi)\eta R^n/L$  e' consistente dimensionalmente solo se  $n=-4$ , dato che Q e' volume/tempo, e  $\eta$  e' pressione per tempo. Allora applicando la legge di Hagen-Poiseuille si ha  $\Delta p = 46 Pa$  e  $\Delta p/L = 150 Pa/m$  [Pag. 30, a pagina 34 di Slides-L-10-11-12 trovate questo problema]

**P2\_09/07/2018**

Un campione di 4 L di gas perfetto biatomico con un rapporto dei calori specifici  $\gamma=1.4$ , contenuto in un cilindro, compie un ciclo chiuso. Il gas è inizialmente a 1 atm e 300K. Dapprima la sua pressione è triplicata a volume costante. Poi si espande adiabaticamente fino alla sua pressione iniziale ed infine è compresso isobaricamente al volume iniziale. Disegna il diagramma PV del ciclo, determina il volume nel punto finale dell'espansione adiabatica, e la temperatura del gas all'inizio dell'espansione adiabatica e alla fine del ciclo. Qual è il lavoro complessivo svolto sul gas in questo ciclo ?

Conosciamo V, P e T del punto iniziale A => rimaniamo il numero di moli n.

Da A ci muoviamo in verticale lungo l'isocora fino a  $P(B)=3P(A)$  => possiamo calcolare T(B) da n, P(B),  $V(B)=V(A)$ ; nella espansione adiabatica  $P(B)V^\gamma(B) = P(C)V^\gamma(C)$  => estraggo V(C); la temperatura alla fine del ciclo è T(A). **Il lavoro complessivo e' l'area del piano PV racchiusa dalle curve delle trasformazioni, in particolare e' il lavoro nella adiabatica - P(A) \* (V(C)-V(A)).**

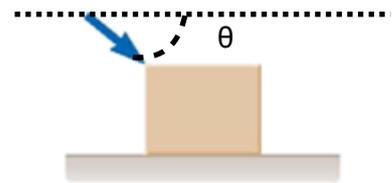
Il lavoro nella adiabatica era un po' complicato da calcolare, ma sarebbe bastata l'osservazione in bold quassu'. Riporto il conto per completezza:

$$P(C) - P(B) = \int_{V(B)}^{V(C)} V^{-\gamma} dV = P(B)V^\gamma(B)(1 - \gamma)(V^{1-\gamma}(C) - V^{1-\gamma}(B))$$

[Pag. 22-27 di Slides-L-24-25]

**P3\_09/07/2018**

Un blocco di massa M appoggiato su un piano orizzontale come mostrato in figura è spinto da una forza  $\vec{F}$  la cui direzione forma un angolo  $\theta$  con la direzione orizzontale. Se il coefficiente di attrito statico  $\mu$  dimostrare che il valore minimo del modulo della forza



necessario per spostare il blocco è  $|\vec{F}| = \frac{\mu_s Mg}{\cos\theta(1 - \mu_s \tan\theta)}$

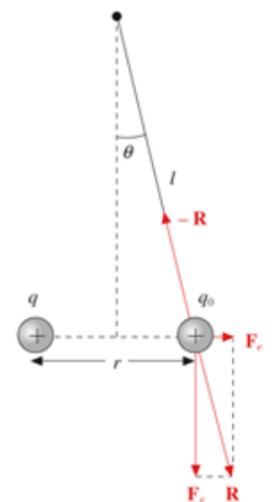
Le forze in direzione x sono  $F\cos\theta - F_a = 0$ ; in direzione y  $Mg + F\sin\theta - N = 0$ ; dalla seconda relazione ho  $N = Mg + F\sin\theta$  e dalla prima  $F\cos\theta = F_a \leq \mu N = \mu(Mg + F\sin\theta) \rightarrow F\cos\theta(1 - \mu \tan\theta) = \mu Mg$ , quindi  $F = \mu Mg / [\cos\theta(1 - \mu \tan\theta)]$

[Pag. 35-42 di Slides-L-3-4-5]

**P4\_09/07/2018**

Due sferette piccole identiche di massa  $M=1\text{mg}$ , entrambe dotate di una carica q sono sospese mediante fili inestensibili di lunghezza  $L=50\text{cm}$  ad un unico punto. All'equilibrio i fili formano ciascuno con la verticale un angolo  $\theta=5^\circ$ . Determinare il valore della carica su ciascuna sferetta.

Calcolare il campo elettrico (modulo direzione e verso) nel punto a cui sono vincolati i due fili. Se in quel punto si trova un dipolo elettrico costituito da due cariche opposte di valore  $1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$  separate da una distanza trascurabile, pari alla scala atomica ( $10^{-10}\text{m}$ ), qual è la forza totale dovuta alle due sferette cariche sul dipolo ? Se il dipolo è orientato in orizzontale si trova in una posizione di equilibrio ?



Dall'equilibrio della forza peso, della tensione del filo e della forza coulombiana ( $= kqq/r^2$  in direzione x) si ha  $q = 2L \sin\theta \sqrt{mg \tan\theta / k} = 1\text{m} \sin 5^\circ \sqrt{10^{-6} \cdot 9.8 \tan 5^\circ / (9 \times 10^9)} = 0.087 \times 0.95 \times 10^{-8} = 0.82 \text{ nC}$

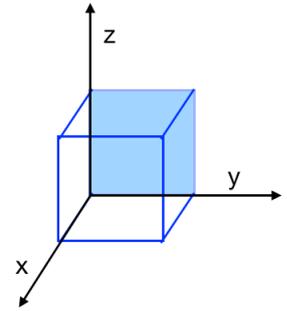
Il campo E e' la somma dei campi prodotti dalle due sferette, nella somma le componenti x si cancellano, quelle y si sommano:  $|E| = 2 k q / (L\cos\theta)^2 = 2 \times 9 \times 10^9 \times 0.82 \times 10^{-9} \text{ C} / 0.5^2 = 59 \text{ V/m}$  diretto come y verso l'alto. Su un dipolo la forza sara' nulla  $F = qE - qE$  (se q e' il valore della carica del dipolo), tuttavia se il dipolo e' orientato come  $\rightarrow$  la carica  $>0$  a destra sara' respinta, mentre la carica  $<0$  a sinistra sara' attratta, quindi il dipolo tendera' a ruotare in senso antiorario (ma non traslerà visto che la risultante delle forze su di esso e' nulla)

[Pag. 4, 11-13, 21 di Slides-L-13-14-15]

**Domande** (peso di ogni domanda: 4)

**D1\_09/07/2018**

In una regione dello spazio un campo elettrico ha l'andamento  $\vec{E}(x, y, z) = E_0\hat{x} + E_1y\hat{y}$ . In figura è rappresentato un cubo di lato  $a=1m$ . Si calcoli (applicando la definizione di flusso di un campo vettoriale) il flusso del campo elettrico attraverso la faccia azzurra del cubo (contenuta nel piano  $x=0$ ) e attraverso la faccia contenuta nel piano  $y=a$ .



Bisogna applicare la definizione di flusso: sul piano  $x=0$  il flusso e'

$\int (E_0\hat{x} + E_1y\hat{y}) \cdot dydz\hat{n}$  dove il versore  $n$  e'  $-\hat{x}$  (normale alla superficie e uscente) -> nel prodotto scalare sopravvive solo la componente x del campo

$$\int (-E_0)dydz = -E_0S = -E_0a^2$$

Nel piano  $y=a$  il campo vale sempre  $\vec{E}(x, y, z) = E_0\hat{x} + E_1a\hat{y}$ , il flusso attraverso la faccia di lato a destra e'  $\int (E_0\hat{x} + E_1a\hat{y}) \cdot dx dz\hat{y} = \int E_1a dx dz = E_1a^3$

**Nota che:** osservato che il campo e' uniforme sulla faccia laterale destra (a  $y=a$ ) il campo e' il prodotto scalare di  $E$  (sulla faccia) =  $(E_0\hat{x} + E_1a\hat{y})$  con la superficie  $a^2\hat{y}$

[Pag. 37-40 di Slides-L-13-14-15]

**D2\_09/07/2018**

Si consideri una lente sottile convergente di distanza focale  $f=20cm$ . Se l'immagine reale di un oggetto reale di dimensioni trasversali pari a  $0.5cm$  è capovolta e di dimensioni trasversali pari a  $1cm$ , in che posizione sull'asse ottico si trova l'oggetto ?

L'ingrandimento trasversale  $y=(1cm/0.5cm)$  e' uguale a  $q/p \Rightarrow$  noto  $q$ , dall'equazione dei punti coniugati di trova  $p$ , occorre pero' conoscere  $q$  che in questo caso non e' dato  $\Rightarrow$  non si puo' rispondere. [Pag. 18-21 di Slides-L-23]

**D3\_09/07/2018**

Qual è il rischio a cui va incontro un vaso sanguigno un cui si manifesti una stenosi ?

Per la stenosi (restringimento) accade il contrario, quindi il rischio e' di occlusione

[Pag 24 di Slides-L-10-11-12]

5. Spiegare qualitativamente cosa succede quando in un'arteria è presente un aneurisma.  
**Soluzione:** in presenza di un aneurisma la sezione dell'arteria  $S_2$  è maggiore di quella naturale  $S_1$  e dovendosi conservare la portata dell'arteria, la velocità  $v_2$  sarà minore di quella naturale  $v_1$  ( $v_2 = \frac{S_1}{S_2}v_1$ ). Supponiamo per semplicità che l'arteria sia orizzontale. In queste condizioni la pressione sanguigna  $p_2$  all'altezza dell'aneurisma sarà maggiore di quella naturale  $p_1$  in accordo all'equazione di Bernoulli  $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$ . Pertanto, nel punto dove c'è l'aneurisma, può rompersi la parete dell'arteria.

**D4\_09/07/2018**

Si considerino due biglie di masse  $M1=0.1Kg$  e  $M2=0.2kg$  libere di muoversi di moto rettilineo in direzione  $x$  lungo un binario privo di attrito. Assumendo che la biglia 2 viaggi inizialmente con velocità di  $0.5m/2$  e la biglia 1 la segua con velocità di  $2m/s$ , si calcolino le velocità finali delle biglie dopo l'urto assumendo che questo sia completamente anelastico.

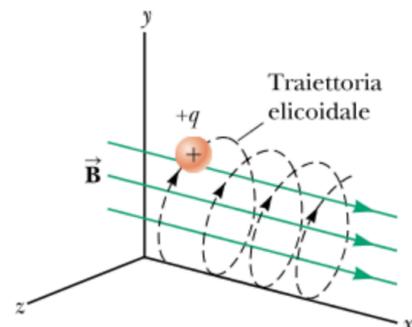
$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v_f$$

ite anelastici 
$$v_f = \frac{m_1v_{1i} + m_2v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

[Pag 12 di Slides-L-8-9]

**D5\_09/07/2018**

Una particella di carica elettrica  $q$  e massa  $M$  che entra in una regione dello spazio in cui esiste un campo magnetico uniforme di modulo  $B_0$  diretto lungo l'asse  $x$  con velocità iniziale  $\vec{v}_0 = v_x\hat{x} + v_z\hat{z}$  seguirà un traiettoria elicoidale il cui asse è parallelo all'asse  $x$ . Si discuta come il raggio dell'elica è correlato alla velocità e alle proprietà della particella. Si calcoli il passo dell'elica.



Sulla particella agisce la forza di Lorentz inizialmente uguale a:

$\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = q(v_x\hat{x} + v_z\hat{z}) \wedge B_0\hat{x} = qv_z\hat{z} \wedge B_0\hat{x}$  agisce come una forza centripeta => moto circolare uniforme nel piano xz con raggio  $R = mv_z/qB_0$  in direzione x,  $v_x$  rimane immutata => dato che un periodo  $T = 2\pi m/(qB_0)$  in passo e'  $v_x T = 2\pi m v_x/(qB_0)$ .

[Pag 30-32 di Slides-L-16-17-20-21-22]

### RICORDA:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

$$\text{Costante di gravitazione universale } G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{Massa dell'elettrone } m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$\text{Massa del protone } m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$\text{Massa della terra } m_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$\text{Raggio medio della terra } R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Densità volumetrica dell'acqua } 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{Numero di Avogadro } N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Costante di gravitazione universale } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$$

$$\text{Costante universale dei gas } R = 8.31 \text{ J}/(\text{mole K})$$

$$\text{Costante di Boltzmann } k_B = R/N_A$$

$$1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$$

$$X \text{ } ^\circ\text{C} = (X+273.15) \text{ K}$$

$$\text{Calore latente di evaporazione dell'acqua } \lambda = 2272 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Calore latente di fusione del ghiaccio } \lambda = 333 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Calore specifico del Fe a pressione costante } 460 \text{ J}/(\text{kg K})$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$