

Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 69 - a.a. 2024-2025

Quesito 1 (fino a 12)

Determinare la d.d.p. V_1 e V_2 ai capi dei due condensatori di capacità C_1 e C_2 a regime. Si calcoli inoltre la carica accumulata sulle armature dei condensatori Q_1 e Q_2 . Si valuti il modulo del campo elettrico all'interno del condensatore di capacità C_1 sapendo che si tratta di un condensatore a piatti piani paralleli e che la distanza tra le due armature è di $20 \mu\text{m}$.

Si assumano i seguenti valori per i parametri del circuito:

$R_1=R_2=400 \Omega$, $R_3=1000 \Omega$, $R_4=500 \Omega$, $R_5=R_6=1.5 \text{ k}\Omega$, $\varepsilon=20 \text{ V}$, $C_1 = 100 \text{ pF}$ e $C_2 = 200 \text{ pF}$.

A regime $i_3 = i_4 = i_5$ e $i_6 = i_g$ mentre $i_{C_1} = i_{C_2} = 0$. Allora

$$i_g = \varepsilon / R_{eq} = 8.88 \text{ mA dove}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_6 + \frac{R_2(R_3 + R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} \simeq 2253 \Omega.$$

Le ddp ai capi dei condensatori sono: $V_2 = i_2 R_2 - i_3 R_3$ e $V_1 = i_3 R_5 + i_g R_6$.

Le correnti i_2 e i_3 sono determinate considerando che
$$\begin{cases} i_g = i_2 + i_3 \\ i_2 R_2 = i_3 (R_3 + R_4 + R_5) \end{cases} \text{ quindi}$$

$$i_g R_2 = i_3 (R_2 + R_3 + R_4 + R_5) \text{ e pertanto } i_3 = i_g \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 1.04 \text{ mA e}$$

$$i_2 = i_g \frac{R_3 + R_4 + R_5}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 7.84 \text{ mA}$$

Quindi $V_2 = i_2 R_2 - i_3 R_3 = 3.14 - 1.04 = 2.1 \text{ V}$ e $V_1 = i_3 R_5 + i_g R_6 = 14.8 \text{ V}$.

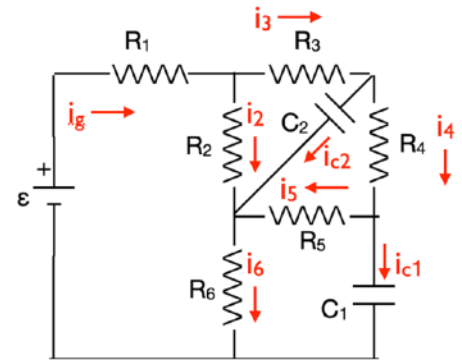
Pertanto $Q_2 = 420 \text{ pC}$ e $Q_1 = 1.48 \text{ nC}$.

$$C_1 = \varepsilon_0 A / d \Rightarrow A = d C_1 / \varepsilon_0 = 4\pi \cdot 9 \times 10^9 \text{ d} \times 10^{-10} = 226 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 15 \times 15 \text{ mm}^2.$$

Il campo elettrico è

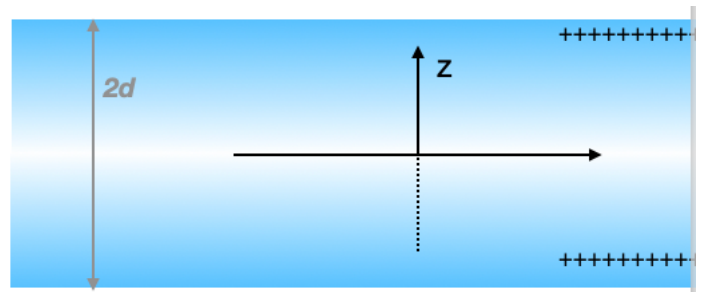
$$E = \sigma / \varepsilon_0 = Q / (A \varepsilon_0) = 1480 \times 10^{-12} / (8.85 \times 10^{-12} \times 226 \times 10^{-6}) = 740 \text{ kV / m}$$

$$= 14.8 \text{ V / d} = 740 \text{ kV / m}$$



Quesito 2 (fino a 12)

Si consideri uno strato planare di materiale isolante di spessore $2d=2\text{cm}$ e area delle facce parallele molto grande. All'interno dello strato è distribuita della carica con densità volumetrica variabile con la profondità z nel mezzo secondo la legge $\rho = \rho_0(z/d)^2$ [lo zero dell'asse z sia sul piano equidistante dalle due facce di grande area dello strato di materiale]. Se ρ_0 vale $100 \mu\text{C/m}^3$ si determini il potenziale elettrostatico in ogni punto dello spazio ($z < -d$, $-d < z < d$, $z > d$). Con quale velocità un protone prodotto da fermo a $z=d$ raggiunge a distanza $z=10d$?



Si veda [Scritto_Fis2_69_20241219_IngBioMed_preappello_soluzioni_01.pdf](#)

Quesito 3 (fino a 10 punti)

Un fascio di ossigeno 4 volte ionizzato attraversa una d.d.p di 5 MV e successivamente entra in un campo magnetico uniforme di modulo pari a 1.5 T diretto perpendicolarmente alla velocità del

fascio. Calcolare la distanza tra le traiettorie degli isotopi ^{16}O e ^{18}O dopo che il fascio ha percorso una semicirconferenza. Si ricordi che l'ossigeno ha numero atomico $Z=8$.

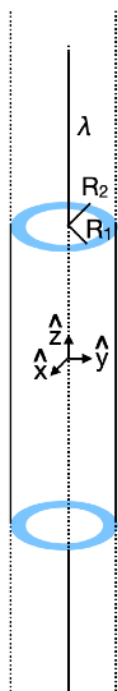
Stimiamo la massa degli ioni ^{16}O e ^{18}O come 16 e 18 volte la massa del protone: 26.72 e $30.06 \times 10^{-27} \text{ kg}$. La carica di entrambi gli ioni è $4e = 6.4 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Accelerati da una ddp di 5 MV, ogni ione acquista una energia cinetica pari all'energia potenziale iniziale $4e\Delta V = 20 \text{ MeV} = 32 \times 10^6 \times 10^{-19} \text{ J}$. Nel campo magnetico uniforme percorrono traiettorie circolari di raggio dato dall'eguaglianza della forza centripeta con la forza di Lorentz:

$$m \frac{v^2}{R} = 4evB. \text{ Pertanto } R = \frac{mv}{4eB} = \frac{m}{4eB} \sqrt{\frac{2U_p}{m}} = \frac{1}{4eB} \sqrt{2U_p m}.$$

$$R_{18\text{O}} - R_{16\text{O}} = \frac{\sqrt{2U_p}}{4eB} (\sqrt{m_{18\text{O}}} - \sqrt{m_{16\text{O}}}) = \frac{\sqrt{6.4 \times 10^{-12}}}{6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \times 10^{-13} (\sqrt{3} - \sqrt{2.67})$$

$$\simeq 2.6 \text{ cm}$$



Quesito 4 (fino a 12 punti)

In figura è rappresentato un filo infinito con densità di carica uniforme λ e una distribuzione di corrente uniforme $\vec{J} = J_0 \hat{z}$ compresa tra R_1 e R_2 . Si calcoli la forza su una carica puntiforme q_0 con velocità $\vec{v} = v_0 \hat{z}$ a distanza r dall'asse per i casi:

- 1) $r < R_1$
- 2) $R_1 < r < R_2$
- 3) $R_2 < r$

Si veda [Scritto_Fis2_69_20241219_IngBioMed_preappello_soluzioni_03.pdf](#)

Quesito 6 (fino a 8 punti)

Si discuta uno degli argomenti elencati:

- 1) Si discuta l'interazione tra due dipoli paralleli o anti-paralleli l'uno all'altro collocati sullo stesso asse e allineati ad esso;
- 2) Si discuta l'invarianza di gauge del campo elettromagnetico
- 3) Si presenti la definizione di corrente elettrica e la legge di Ohm. Si dimostri la legge di Ohm utilizzando il modello di conduzione di Drude.
- 4) Si discuta la legge di Ampere e suo utilizzo per il calcolo del campo magnetico (condizioni di applicabilità per distribuzioni di corrente a simmetria cilindrica)