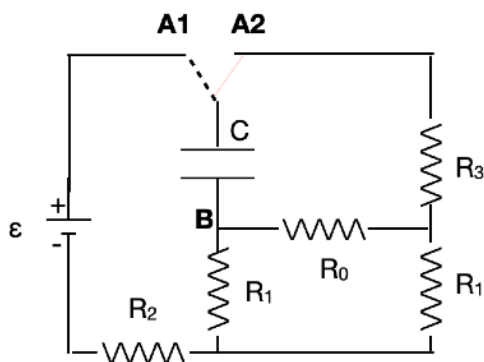
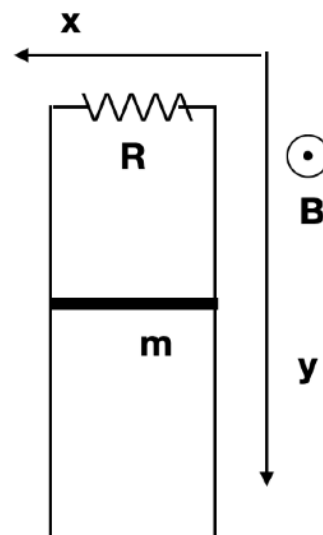


Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 83 - a.a. 2025-2026

Quesito 1

Si discuta il moto della barretta conduttrice orizzontale di massa M che scorre senza attrito sulle guide metalliche verticali in presenza di un campo magnetico B uniforme diretto come l'asse z e con esso concorde.



Quesito 2

Il circuito in figura funziona da molto tempo con l'interruttore chiuso sulla posizione A1.

- 1) Si stimi la differenza di potenziale tra armature del condensatore e la carica su di esse in queste condizioni di funzionamento.
- 2) Si valuti per quanto tempo il circuito deve aver funzionato in questa modalità affinché la carica sulle armature abbia raggiunto un valore che si discosta da quello asintotico meno dell'1%;

3) Al tempo t_0 l'interruttore viene spostato sulla posizione A2.

Si calcoli dopo quanto tempo la carica sulle armature del condensatore si riduce alla metà di quella di partenza.

4) Si discuta il bilancio energetico del circuito nella fase di scarica.

Si considerino i valori seguenti dei parametri circuitali: $R_0=R_3=1000\ \Omega$, $R_1=2R_2=2\ \text{k}\Omega$, $\varepsilon=50\ \text{V}$, $C=200\ \text{nF}$.

Quesito 3

Un dipolo elettrico $\vec{p} = qd\hat{z}$ (con $q=|e|$ e $d=1\text{mm}$) è collocato nell'origine di un sistema di coordinate. Si calcoli

- 1) la forza su una carica elettrica q' collocata nel punto di coordinate $(1\text{m}, 0, 1\text{m})$ e l'energia potenziale della carica;
- 2) la forza e il momento torcente su un dipolo elettrico $\vec{p}' = qd\hat{x}$ collocato nella stessa posizione; si valuti l'energia potenziale del dipolo.

Quesito 4

Si considerino due fili rettilinei paralleli separati dalla distanza d percorsi da corrente i uguale e opposta. Si discuta come dipende la forza per unità di lunghezza su ciascun filo dall'intensità di corrente i e dalla distanza d . Inoltre chiamato xy il piano perpendicolare ai due fili si calcoli il campo magnetico sui punti della retta del piano equidistanti dai due fili.

Quesito 5 (fino a 8 punti)

Si discuta **solo uno** degli argomenti elencati:

- 1) Caratteristiche dei conduttori all'equilibrio elettrostatico.
- 2) L'equazione di Poisson: derivazione e soluzione generale.
- 3) Interazioni tra due circuiti percorsi da corrente; eguaglianza dei coefficienti di mutua induzione
- 4) Corrente di spostamento ed eq. di Ampere Maxwell.

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m},$$

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}, m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}, M_{\text{He}} \approx 4 m_p; N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\frac{kq}{r^2} \hat{r}$

Campo $\vec{E}$ e potenziale $\varphi(r, \vartheta)$ di dipolo: $\vec{E}(r, \vartheta) = k \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5}$; $\varphi(r, \vartheta) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r, \vartheta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5}$;

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J} \wedge \vec{r}}{r^3} dV$; $d\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B} dV$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \hat{x} +$ $\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \hat{y} +$ $\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \hat{z}$	$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \hat{\phi} +$ $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi)\right) \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right) \hat{\phi}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dy dz \hat{x} +$ $dx dz \hat{y} +$ $dx dy \hat{z}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho} +$ $d\rho dz \hat{\phi} +$ $\rho d\rho d\phi \hat{z}$	$d\mathbf{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} +$ $r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} +$ $r dr d\theta \hat{\phi}$
Volume infinitesimo	$dv = dx dy dz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

Operatori differenziali ed elementi di linea, superficie e volume in coordinate cartesiane (sinistra), cilindriche (centro) e sferiche (destra).