

Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 83 a.a. 2025-2026

Quesito 1

Un rivelatore di particelle è costituito da un tubo cilindrico della lunghezza di 50 cm, con una sottile parete metallica del raggio interno di 3 cm e basi in materiale isolante, riempito di un opportuna miscela di gas. Sull'asse del cilindro è collocato un filo metallico del diametro di $50\text{ }\mu\text{m}$ teso tra il centro delle due pareti di base. Il filo si trova a un potenziale elettrostatico di 1500 V rispetto alla parete esterna che è a potenziale nullo.

Nell'ipotesi che lo spazio riempito di gas possa essere considerato vuoto, si determini:

- 1) il valore del campo elettrico in prossimità del filo anodico e delle pareti catodiche;
- 2) l'intensità della forza media a cui è soggetto un elettrone a distanza 1.5 cm dal filo anodico;
- 3) l'energia immagazzinata nel sistema.
- 4) la capacità del condensatore cilindrico rappresentato dai due conduttori.

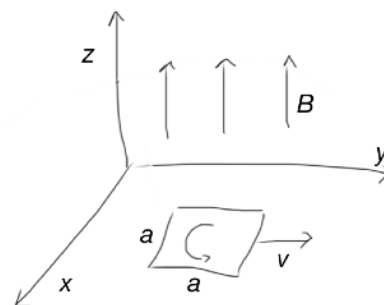
Quesito 2

Un circuito di forma quadrata di lato a e resistenza totale R è alimentato da una batteria che produce una d.d.p. V . Il circuito è contenuto nel piano xy e all'istante di tempo $t=0$ riceve un impulso che lo mette in moto con velocità iniziale v in direzione y .

1) Si calcoli quanta energia è dissipata in un'ora, per $V=5\text{V}$, $R=1\text{k}\Omega$ (in assenza di campo magnetico).

2) Se la spira è completamente immersa in un campo magnetico uniforme B parallelo all'asse z , come prosegue il suo moto in assenza di attrito?

3) Si immagini che il campo magnetico si annulli per $y>L$. Si discutano gli effetti fisici (forza sulla spira, moto della spira, bilancio energetico) tra il tempo t_1 in cui un lato della spira esce dalla regione con campo magnetico e il tempo t_2 in cui tutta la spira è fuori dal campo magnetico.



Quesito 3

Si consideri una distribuzione di corrente cilindrica di raggio a e lunghezza $L \gg a$ con densità uniforme $\vec{J}_0$ parallela all'asse. Si determini il campo magnetico in ogni punto dello spazio e la forza a cui è soggetta una carica puntiforme q_0 in moto con velocità $\vec{v} = -v_0 \hat{r}$ (con $v_0 > 0$) oppure $\vec{v} = v_0 \hat{\phi}$ se si trova a una distanza dall'asse pari a $R/3$ oppure a $3R$. Si calcoli inoltre il potenziale vettore $\vec{A}$ in ogni punto dello spazio.

Quesito 4

Si consideri uno strato sottile di materiale isolante, di spessore d , in cui è distribuita carica con densità volumetrica uniforme ρ_0 . Si immagini che sulle due superfici dello strato sia depositata carica con densità superficiale uniforme uguale e opposta σ e $-\sigma$. Definito l'asse z di un sistema di riferimento cartesiano con origine al centro dello strato carico e direzione perpendicolare allo strato, si determini il valore del campo elettrico e del potenziale elettrostatico in ogni punto dello spazio. In particolare si calcoli la differenza di potenziale tra i punti $A=(0,0,d)$ e $B=(1,1,-d)$.

A distanze $z \gg d$ la distribuzione può essere assimilata a un unico strato carico. Qual è la densità superficiale di carica σ_0 equivalente? Qual è l'espressione del campo elettrico a $z \gg d$ in funzione di σ_0 ?

Quesito 5

Si discuta un esempio a piacere in cui la legge di Ampere può essere applicata per calcolare il campo magnetico prodotto da una distribuzione di correnti stazionaria.

RICORDA:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$M_{\text{He}} \approx 4 m_p$$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in quiete: $\frac{kq}{r^2} \hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\vec{v}$: $\frac{kq}{r^2} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r, \theta) = k \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r, \theta) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \hat{x} +$ $\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \hat{y} +$ $\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \hat{z}$	$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \hat{\phi} +$ $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi)\right) \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right) \hat{\phi}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x \hat{x} + \nabla^2 A_y \hat{y} + \nabla^2 A_z \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{\phi} +$ $(\nabla^2 A_z) \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\left(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\theta} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{\phi}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz \hat{x} +$ $dx dz \hat{y} +$ $dx dy \hat{z}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho} +$ $d\rho dz \hat{\phi} +$ $\rho d\rho d\phi \hat{z}$	$d\mathbf{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} +$ $r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} +$ $r dr d\theta \hat{\phi}$
Volume infinitesimo	$dv = dx dy dz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$