

Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 84 - a.a. 2025-2026

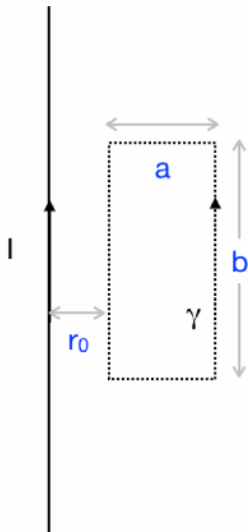
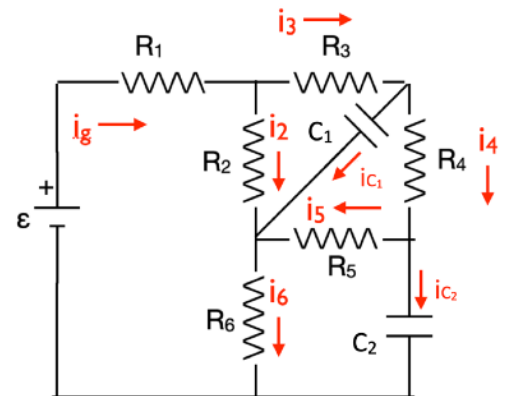
Quesito 1

Una sfera di raggio $R_s = 10$ cm contiene una quantità di carica elettrica pari a $Q_s = 50$ nC distribuita uniformemente nel volume della sfera. Essa è collocata al centro di un guscio sferico conduttore di raggi, interno ed esterno, pari rispettivamente a $R_i = 15$ cm e $R_e = 20$ cm.

- 1) Si calcoli il potenziale elettrostatico nel centro di simmetria del sistema O e la densità superficiale di carica sulla superficie esterna della sfera conduttrice, se il conduttore è elettricamente neutro.
- 2) Qual è il campo elettrico (modulo direzione e verso) sulla superficie della sfera e sulle superfici interna ed esterna del conduttore ?

Quesito 2

Determinare la d.d.p. V_1 e V_2 ai capi dei due condensatori di capacità C_1 e C_2 a regime. Si calcoli inoltre la carica Q_1 e Q_2 accumulata sulle armature dei condensatori. Qual è il modulo del campo elettrico all'interno del condensatore a piatti paralleli di capacità C_1 sapendo che la distanza tra le due armature è pari a 20 μm . Si considerino i seguenti valori per i parametri del circuito: $R_1=1200$ Ω , $R_2=1500$ Ω , $R_3=800$ Ω , $R_4=1500$ Ω , $R_5=1300$ Ω , $R_6=500$ Ω , $\varepsilon=10$ V, $C_1 = 150$ pF e $C_2=200$ pF.



Quesito 3

Il filo rettilineo infinito rappresentato in figura a sinistra è percorso dalla corrente costante $I = 50$ A. Si calcoli la forza che agisce sul circuito γ , fisso nello spazio, se esso è percorso da una corrente $i_0 = 1$ A in senso antiorario. I parametri geometrici siano $r_0 = 2$ cm, $a = 10$ cm e $b = 70$ cm. Si calcoli inoltre il coefficiente di mutua induzione dei due circuiti.

Quesito 4

Si discuta **solo uno** degli argomenti elencati:

- 1) Moto di cariche in presenza di campi elettrici e in presenza di campi magnetici; esempi di applicazioni.
- 2) Equivalenza tra spire percorse da corrente e momento di dipolo magnetico.

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{F/m};$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m},$$

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$$

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}, m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}, m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{Kg}, M_{\text{He}} \approx 4 m_p$$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\frac{kq}{r^2} \hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r, \theta) = k \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5};$

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5};$

Potenziale di dipolo $\varphi(r, \theta) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J} \wedge \vec{r}}{r^3} dV; \quad d\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B} dV$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \hat{x} +$ $\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \hat{y} +$ $\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \hat{z}$	$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \hat{\phi} +$ $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(r A_\phi)\right) \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right) \hat{\phi}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x \hat{x} + \nabla^2 A_y \hat{y} + \nabla^2 A_z \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{\phi} +$ $(\nabla^2 A_z) \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\left(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\theta} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{\phi}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz \hat{x} +$ $dx dz \hat{y} +$ $dx dy \hat{z}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho} +$ $d\rho dz \hat{\phi} +$ $\rho d\rho d\phi \hat{z}$	$d\mathbf{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} +$ $r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} +$ $r dr d\theta \hat{\phi}$
Volume infinitesimo	$dv = dx dy dz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$